

ਗਣਿਤ

(ਛੇਵੀਂ ਸ਼੍ਰੇਣੀ ਲਈ)



ਸਿੱਖਿਆ ਅਤੇ ਭਲਾਈ ਵਿਭਾਗ, ਪੰਜਾਬ ਦਾ ਸਾਂਝਾ ਉਪਰਾਲਾ



ਪੰਜਾਬ ਸਕੂਲ ਸਿੱਖਿਆ ਬੋਰਡ

ਸਾਹਿਬਜ਼ਾਦਾ ਅਜੀਤ ਸਿੰਘ ਨਗਰ

© ਪੰਜਾਬ ਸਰਕਾਰ

ਪਹਿਲਾ ਐਡੀਸ਼ਨ : 2021-22

ਰੀਵਾਈਜਡ ਐਡੀਸ਼ਨ : 2025-26 1,84,685 ਕਾਪੀਆਂ

All rights, including those of translation, reproduction
and annotation etc., are reserved by the
Punjab Government.

ਸੰਪੋਜਕ :

ਪ੍ਰਿਤਪਾਲ ਸਿੰਘ ਕਥੂਰੀਆ

ਵਿਸ਼ਾ ਮਾਹਿਰ, ਪੰ. ਸ. ਸਿ. ਬੋ. ਮੋਹਾਲੀ

ਕਵਰ ਚਿੱਤਰ :

ਮਨਜੀਤ ਸਿੰਘ ਢਿੱਲੋਂ

ਆਰਟਿਸਟ, ਪੰ. ਸ. ਸਿ. ਬੋ. ਮੋਹਾਲੀ

ਚੇਤਾਵਨੀ

1. ਕੋਈ ਵੀ ਏਜੰਸੀ-ਹੋਲਡਰ ਵਾਧੂ ਪੈਸੇ ਵਸੂਲਣ ਦੇ ਮੰਤਵ ਨਾਲ ਪਾਠ-ਪੁਸਤਕਾਂ 'ਤੇ ਜਿਲਦਸਾਜ਼ੀ ਨਹੀਂ ਕਰ ਸਕਦਾ। (ਏਜੰਸੀ-ਹੋਲਡਰਾਂ ਨਾਲ ਹੋਏ ਸਮਝੌਤੇ ਦੀ ਧਾਰਾ ਨੰ. 7 ਅਨੁਸਾਰ)
2. ਪੰਜਾਬ ਸਕੂਲ ਸਿੱਖਿਆ ਬੋਰਡ ਦੁਆਰਾ ਛਪਵਾਈਆਂ ਅਤੇ ਪ੍ਰਕਾਸ਼ਿਤ ਪਾਠ-ਪੁਸਤਕਾਂ ਦੇ ਜਾਅਲੀ/ਨਕਲੀ ਪ੍ਰਕਾਸ਼ਨਾਂ (ਪਾਠ-ਪੁਸਤਕਾਂ) ਦੀ ਛਪਾਈ, ਪ੍ਰਕਾਸ਼ਨ, ਸਟਾਕ ਕਰਨਾ, ਜਮ੍ਹਾਂਖੋਰੀ ਜਾਂ ਵਿਕਰੀ ਆਦਿ ਕਰਨਾ ਭਾਰਤੀ ਦੰਡ ਪ੍ਰਣਾਲੀ ਦੇ ਅੰਤਰਗਤ ਫ਼ੌਜਦਾਰੀ ਜੁਰਮ ਹੈ।

(ਪੰਜਾਬ ਸਕੂਲ ਸਿੱਖਿਆ ਬੋਰਡ ਦੀਆਂ ਪਾਠ-ਪੁਸਤਕਾਂ ਬੋਰਡ ਦੇ 'ਵਾਟਰ ਮਾਰਕ' ਵਾਲੇ ਕਾਗਜ਼ ਉੱਪਰ ਹੀ ਛਪਵਾਈਆਂ ਜਾਂਦੀਆਂ ਹਨ।)



ਪੜ੍ਹੋ ਸਾਰੇ ਵਧੋ ਸਾਰੇ

ਸਿੱਖਿਆ ਅਤੇ ਭਲਾਈ ਵਿਭਾਗ, ਪੰਜਾਬ ਦਾ ਸਾਂਝਾ ਉਪਰਾਲਾ

ਇਹ ਪੁਸਤਕ ਵਿਕਰੀ ਲਈ ਨਹੀਂ ਹੈ।

ਸਕੱਤਰ, ਪੰਜਾਬ ਸਕੂਲ ਸਿੱਖਿਆ ਬੋਰਡ, ਵਿੱਦਿਆ ਭਵਨ, ਫੇਜ਼-8, ਸਾਹਿਬਜ਼ਾਦਾ ਅਜੀਤ ਸਿੰਘ ਨਗਰ-160062 ਰਾਹੀਂ ਪ੍ਰਕਾਸ਼ਿਤ
ਅਤੇ ਮੈਸ. ਉਤਕਰਸ਼ ਪ੍ਰਕਾਸ਼ਨ, ਆਗਰਾ ਦੁਆਰਾ ਛਾਪੀ ਗਈ।

ਮੁੱਖ-ਬੰਧ

ਪੰਜਾਬ ਸਕੂਲ ਸਿੱਖਿਆ ਬੋਰਡ ਆਪਣੀ ਸਥਾਪਨਾ ਤੋਂ ਹੀ ਸਕੂਲ ਪੱਧਰ ਦੇ ਪਾਠਕ੍ਰਮ ਬਣਾਉਣ, ਰਾਸ਼ਟਰ ਅਤੇ ਰਾਜ ਪੱਧਰ 'ਤੇ ਬਦਲਦੀਆਂ ਵਿੱਦਿਅਕ ਲੋੜਾਂ ਅਨੁਸਾਰ ਪਾਠ ਕ੍ਰਮ ਨੂੰ ਨਵਿਆਉਣ ਅਤੇ ਉਸ ਅਨੁਸਾਰ ਪਾਠ-ਪੁਸਤਕਾਂ ਤਿਆਰ ਕਰਨ ਲਈ ਯਤਨਸ਼ੀਲ ਰਿਹਾ ਹੈ।

ਹੱਥਲੀ ਪੁਸਤਕ ਵੱਖ-ਵੱਖ ਵਰਕਸ਼ਾਪਾਂ ਲਗਾ ਕੇ ਖੇਤਰੀ ਮਾਹਿਰਾਂ ਵੱਲੋਂ NCF-2005 ਅਤੇ PCF-2013 ਦੇ ਆਧਾਰ 'ਤੇ ਤਿਆਰ ਕੀਤੀ ਗਈ ਹੈ। ਕਿਰਿਆਵਾਂ ਅਤੇ ਚਿੱਤਰਾਂ ਦੀ ਸਹਾਇਤਾ ਨਾਲ ਇਸ ਪਾਠ-ਪੁਸਤਕ ਨੂੰ ਦਿਲਚਸਪ ਬਣਾਉਣ ਦਾ ਪੂਰਾ ਯਤਨ ਕੀਤਾ ਗਿਆ ਹੈ। ਇਹ ਪੁਸਤਕ ਬੋਰਡ, SCERT ਦੇ ਮਾਹਿਰਾਂ ਅਤੇ ਖੇਤਰ ਦੇ ਤਜਰਬੇਕਾਰ ਅਧਿਆਪਕਾਂ/ਮਾਹਿਰਾਂ ਦੇ ਸਹਿਯੋਗ ਨਾਲ ਤਿਆਰ ਕੀਤੀ ਗਈ ਹੈ। ਬੋਰਡ ਇਨ੍ਹਾਂ ਸਭ ਦਾ ਧੰਨਵਾਦੀ ਹੈ।

ਲੇਖਕਾਂ ਵੱਲੋਂ ਇਹ ਪੂਰੀ ਕੋਸ਼ਿਸ਼ ਕੀਤੀ ਗਈ ਹੈ ਕਿ ਇਸ ਪੁਸਤਕ ਦੀ ਰੂਪ-ਰੇਖਾ ਛੇਵੀਂ ਸ਼੍ਰੇਣੀ ਦੇ ਵਿਦਿਆਰਥੀਆਂ ਦੇ ਮਾਨਸਿਕ ਪੱਧਰ ਮੁਤਾਬਿਕ ਹੀ ਹੋਵੇ। ਪੁਸਤਕ ਵਿੱਚ ਦਿੱਤੀ ਵਿਸ਼ਾ-ਸਮੱਗਰੀ ਅਤੇ ਉਦਾਹਰਨਾਂ ਵਿਦਿਆਰਥੀਆਂ ਦੇ ਆਲੇ-ਦੁਆਲੇ ਦੇ ਵਾਤਾਵਰਨ ਅਤੇ ਉਸ ਨਾਲ ਸੰਬੰਧਤ ਪ੍ਰਸਥਿਤੀਆਂ ਮੁਤਾਬਿਕ ਹੀ ਤਿਆਰ ਕੀਤੀਆਂ ਗਈਆਂ ਹਨ। ਹਰ ਇਕ ਪਾਠ ਵਿੱਚ ਕਈ ਕਿਰਿਆਵਾਂ ਦਿੱਤੀਆਂ ਗਈਆਂ ਹਨ। ਸਥਾਨਕ ਸਾਧਨਾਂ ਅਤੇ ਵਿਦਿਆਰਥੀਆਂ ਦੀ ਜੀਵਨ-ਸ਼ੈਲੀ ਅਨੁਸਾਰ ਇਹ ਕਿਰਿਆਵਾਂ ਬਦਲੀਆਂ ਜਾ ਸਕਦੀਆਂ ਹਨ।

ਆਸ ਹੈ ਕਿ ਗਣਿਤ ਵਿਸ਼ੇ ਦੀ ਇਹ ਪਾਠ-ਪੁਸਤਕ ਵਿਦਿਆਰਥੀਆਂ ਲਈ ਦਿਲਚਸਪ ਅਤੇ ਲਾਹੇਵੰਦ ਸਿੱਧ ਹੋਵੇਗੀ। ਪੁਸਤਕ ਨੂੰ ਹੋਰ ਚੰਗੇਰਾ ਬਣਾਉਣ ਲਈ ਖੇਤਰ ਵਿੱਚੋਂ ਆਏ ਸੁਝਾਵਾਂ ਨੂੰ ਬੋਰਡ ਆਦਰ ਸਹਿਤ ਸਵੀਕਾਰ ਕਰੇਗਾ।

ਚੇਅਰਮੈਨ

ਪੰਜਾਬ ਸਕੂਲ ਸਿੱਖਿਆ ਬੋਰਡ

ਪਾਠ-ਪੁਸਤਕ ਨਿਰਮਾਣ ਕਮੇਟੀ

ਲੇਖਕ

- ਅਰੁਨ ਕੁਮਾਰ ਗਰਗ, ਸ.ਮ.ਸ.ਸ.ਸ. ਦਾਤੇਵਾਸ, ਮਾਨਸਾ
- ਜਤਿੰਦਰ ਕੁਮਾਰ, ਸ.ਸ.ਸ.ਸ. ਪੱਕਾ ਕਲਾਂ, ਬਠਿੰਡਾ
- ਕਿਰਨਦੀਪ ਸਿੰਘ, ਸ.ਸ.ਸ.ਸ. ਸਿਹੜਾ, ਲੁਧਿਆਣਾ

ਸੋਧਕ

- ਚਰਨ ਸਿੰਘ, ਸ. ਹ. ਸ. ਕੜਮਾਂ, ਫਿਰੋਜ਼ਪੁਰ
- ਅਵੀ ਛਾਬੜਾ, ਸ. ਹ. ਸ. ਡੱਡਹੇੜੀ, ਫਤਿਹਗੜ੍ਹ ਸਾਹਿਬ
- ਕੁਮਾਰ ਗੌਰਵ, ਸ. ਹ. ਸ. ਮੁਹੇਮ, ਜਲੰਧਰ
- ਅਮਨਦੀਪ ਸਿੰਘ, ਸ. ਸ. ਸ. ਸ. ਪਰਜੀਆਂ ਕਲਾਂ, ਜਲੰਧਰ
- ਵਰੁਨ ਬਾਂਸਲ, ਸ. ਸ. ਸ. ਸ. ਸਿੱਧੂਪੁਰ ਕਲਾਂ, ਫਤਿਹਗੜ੍ਹ ਸਾਹਿਬ
- ਕਪਿਲ ਦੇਵ ਸੋਨੀ, ਸ. ਮਿ. ਸ. ਰਾਮਗੜ੍ਹ (ਨਵਾਂ ਪਿੰਡ) ਖੰਨਾ, ਲੁਧਿਆਣਾ
- ਵਿਕਾਸ ਜੁਲਕਾ, ਸ. ਸ. ਸ. ਸ. ਧਰਮਗੜ੍ਹ (ਲਾਲੜੂ) ਮੋਹਾਲੀ
- ਵਿਸ਼ਾਲ ਕੁਮਾਰ, ਸ. ਹ. ਸ. ਮਾਨਕਪੁਰ ਸ਼ਰੀਫ ਐਸ.ਏ.ਐਸ.ਨਗਰ

ਅਨੁਵਾਦਕ

- ਕੁਮਾਰ ਗੌਰਵ, ਸ. ਹ. ਸ. ਮੁਹੇਮ, ਜਲੰਧਰ
- ਅਮਨਦੀਪ ਸਿੰਘ, ਸ. ਸ. ਸ. ਸ. ਪਰਜੀਆਂ ਕਲਾਂ, ਜਲੰਧਰ

ਤਤਕਰਾ

ਲੜੀ ਨੰ.	ਅਧਿਆਇ ਦਾ ਨਾਂ	ਪੰਨਾ ਨੰ.
	ਮੁੱਢਲੀਆਂ ਕਿਰਿਆਵਾਂ ਦੀ ਦੁਹਰਾਈ	1-6
1.	ਆਪਣੀਆਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਜਾਣਨਾ	7-23
2.	ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ	24-29
3.	ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨਾਲ ਖੇਡਣਾ	30-65
4.	ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ	66-81
5.	ਭਿੰਨਾਂ	82-121
6.	ਦਸ਼ਮਲਵ	122-142
7.	ਬੀਜਗਣਿਤ	143-154
8.	ਮੁੱਢਲੀਆਂ ਰੇਖਾ ਗਣਿਤਿਕ ਧਾਰਨਾਵਾਂ	155-183
9.	ਆਰੰਭਿਕ ਆਕਾਰਾਂ ਨੂੰ ਸਮਝਣਾ	184-206
10.	ਅਨੁਪਾਤ ਅਤੇ ਸਮਾਨ-ਅਨੁਪਾਤ	207-225
11.	ਪਰਿਮਾਪ (ਘੇਰਾ) ਅਤੇ ਖੇਤਰਫਲ	226-245
12.	ਅੰਕੜਿਆਂ ਦਾ ਪ੍ਰਬੰਧਨ	246-250

ਚਿੰਨ੍ਹ ਅਤੇ ਉਹਨਾਂ ਦੇ ਅਰਥ

\therefore	=	ਇਸ ਲਈ
\because	=	ਕਿਉਂਕਿ
\Rightarrow	=	ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ
$>$	=	ਵੱਡਾ ਹੈ
$<$	=	ਛੋਟਾ ਹੈ
\parallel	=	ਸਮਾਂਤਰ
\perp	=	ਸਮਲੰਬ
Δ	=	ਤ੍ਰਿਭੁਜ
\angle	=	ਕੋਣ
$:$	=	ਅਨੁਪਾਤ
$::$	=	ਸਮਾਨ-ਅਨੁਪਾਤ

ਮੁੱਢਲੀਆਂ ਕਿਰਿਆਵਾਂ ਦੀ ਦੁਹਰਾਈ

(REVISION OF FUNDAMENTAL OPERATIONS (+, -, ×, ÷))

ਜਿਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਕਿਸੇ ਵੀ ਇਮਾਰਤ ਨੂੰ ਬਣਾਉਣ ਤੋਂ ਪਹਿਲਾਂ ਉਸਦੀ ਬੁਨਿਆਦ ਦੀ ਮਜ਼ਬੂਤੀ ਨੂੰ ਪਰਖ ਲੈਣਾ ਜ਼ਰੂਰੀ ਹੈ। ਠੀਕ ਉਸੇ ਮੰਤਵ ਨਾਲ ਆਓ, ਆਪਾਂ ਪਿਛਲੀ ਜਮਾਤ ਵਿੱਚ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਉੱਪਰ ਕੀਤੀਆਂ ਮੁੱਢਲੀਆਂ ਕਿਰਿਆਵਾਂ ਦੀ ਦੁਹਰਾਈ ਕਰੀਏ ਅਤੇ ਰਹਿੰਦੀ ਘਾਟ ਨੂੰ ਦੂਰ ਕਰੀਏ।

ਮਝਿਮਾਸ (ਜੋੜ)

1. ਹੇਠ ਲਿਖਿਆਂ ਨੂੰ ਹੱਲ ਕਰੋ।

(a) 5999

$+ 1233$

(b) 5219

$+ 3899$

(c) 2009

$+ 7788$

(d) 112

$+ 2709$

(e) 3486

$+ 4306$

(f) 506

$+ 909$

2. ਹੱਲ ਕਰੋ ਅਤੇ ਖਾਨਿਆਂ ਵਿੱਚ ਭਰੋ।

(a) $305 + 289$

=

(b) $2186 + 476$

=

(c) $332 + 4097 + 81$

=

(d) $77777 + 7777 + 777 + 77 + 7$

=

3. ਖਾਲੀ ਡੱਬੇ ਭਰੋ।

(a) $4 \ 9 \ 3$

$+ 3 \ 0 \ 9$

$8 \square 2$

(b) $2 \ 6 \ 3 \ 6$

$+ 5 \ 9 \ 9$

$\square 2 \ 3 \square$

(c) $9 \ 7 \ 3 \ 9$

$+ 6 \ 5 \ 2 \ 8$

$\square \square 2 \ 6 \square$

4. ਦੱਸੋ ਅਨੁਸਾਰ ਹੱਲ ਕਰੋ ਅਤੇ ਖਾਨਿਆਂ ਨੂੰ ਭਰੋ।

(a) $2017 + 928 + 74 = 3 \square \square 9$

(b) $5077 + 537 + 98 = \square 7 \ 1 \square$

(c) $3344 + 403 + 37 = \square \square 8 \ 4$

5. ਇੱਕ ਕ੍ਰਿਕੇਟ ਮੈਚ ਦੌਰਾਨ ਵਿਰਾਟ ਨੇ 129 ਦੌੜਾਂ ਬਣਾਈਆਂ ਅਤੇ ਧਵਨ ਨੇ 97 ਦੌੜਾਂ ਬਣਾਈਆਂ। ਦੋਵਾਂ ਵੱਲੋਂ ਮਿਲ ਕੇ ਕਿੰਨੀਆਂ ਦੌੜਾਂ ਬਣਾਈਆਂ ਗਈਆਂ?

ਅਭਿਆਸ (ਘਟਾਓ)

1. ਹੇਠ ਲਿਖਿਆਂ ਨੂੰ ਹੱਲ ਕਰੋ।

(a) $\begin{array}{r} 532 \\ -289 \\ \hline \end{array}$	(b) $\begin{array}{r} 643 \\ -478 \\ \hline \end{array}$	(c) $\begin{array}{r} 912 \\ -289 \\ \hline \end{array}$
--	--	--

(d) $\begin{array}{r} 604 \\ -467 \\ \hline \end{array}$	(e) $\begin{array}{r} 7800 \\ -471 \\ \hline \end{array}$	(f) $\begin{array}{r} 10000 \\ -9999 \\ \hline \end{array}$
--	---	---

2. ਹੇਠ ਲਿਖਿਆਂ ਨੂੰ ਹੱਲ ਕਰੋ।

(a) $795 - 199 =$	(b) $996 - 848 =$	(c) $776 - 499 =$
-------------------------	-------------------------	-------------------------

3. ਖਾਲੀ ਡੱਬਿਆਂ ਨੂੰ ਭਰੋ।

(a) $\begin{array}{r} 4 \square 6 \\ -27\square \\ \hline \square 27 \end{array}$	(b) $\begin{array}{r} 3\square 68 \\ -\square 745 \\ \hline 16\square 3 \end{array}$	(c) $\begin{array}{r} 3\square 60 \\ -\square 894 \\ \hline 02\square 6 \end{array}$
---	--	--

4. 807 ਲਿਟਰ ਦੀ ਸਮਰੱਥਾ ਵਾਲੀ ਪਾਣੀ ਦੀ ਟੈਂਕੀ ਵਿੱਚੋਂ ਜੇਕਰ 196 ਲਿਟਰ ਪਾਣੀ ਵਰਤ ਲਿਆ ਹੋਵੇ ਤਾਂ ਟੈਂਕੀ ਵਿੱਚ ਕਿੰਨਾ ਪਾਣੀ ਬਚਿਆ ਹੋਵੇਗਾ?

5. ਹੇਠ ਲਿਖਿਆਂ ਨੂੰ ਹੱਲ ਕਰੋ।

(a) $2048 + 3088 - 4017 =$	(b) $48 + 37 - 23 + 49 - 63 =$	(c) $-103 + 63 + 36 - 37 + 269 =$
----------------------------------	--------------------------------------	---

ਅਭਿਆਸ (ਗੁਣਾ)

1. ਖਾਲੀ ਥਾਵਾਂ ਭਰੋ:

(a) $7 \times 0 =$	(b) $6 \times 1 =$
(c) $9 \times 1 =$	(d) $71547 \times 1 =$

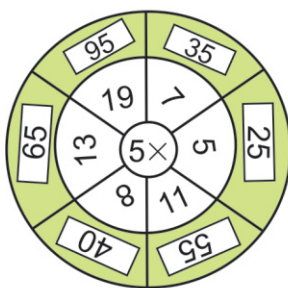
(e) $963 \times 0 = \dots\dots\dots$ (f) $23 \times 47 \times 0 \times 32 = \dots\dots\dots$
 (g) $1 \times 1 = \dots\dots\dots$ (h) $0 \times 0 = \dots\dots\dots$

2. ਖਾਲੀ ਥਾਵਾਂ ਭਰੋ।

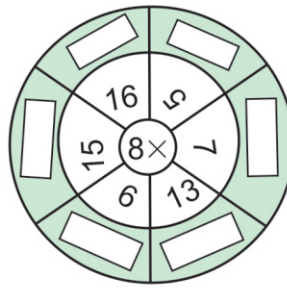
(a) $20 \times 30 = \dots\dots\dots$ (b) $40 \times 300 = \dots\dots\dots$
 (c) $40 \times 2000 = \dots\dots\dots$ (d) $90 \times 9000 = \dots\dots\dots$
 (e) $800 \times 700 = \dots\dots\dots$ (f) $12 \times 200 = \dots\dots\dots$
 (g) $8 \times 11000 = \dots\dots\dots$ (h) $7 \times 1200 = \dots\dots\dots$

3. (a) $\begin{array}{r} 309 \\ \times 42 \\ \hline \end{array}$ (b) $\begin{array}{r} 567 \\ \times 56 \\ \hline \end{array}$ (c) $\begin{array}{r} 407 \\ \times 43 \\ \hline \end{array}$ (d) $\begin{array}{r} 165 \\ \times 14 \\ \hline \end{array}$

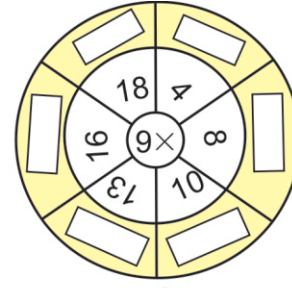
4. ਖਾਲੀ ਥਾਵਾਂ ਨੂੰ ਭਰੋ।



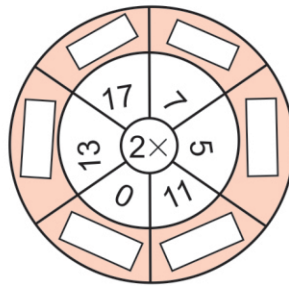
(a)



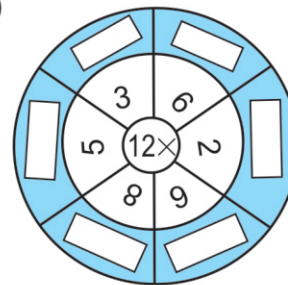
(b)



(c)



(d)



(e)

5. ਜੇਕਰ ਇਸ਼ਾ ਹਰ ਮਹੀਨੇ ₹48290 ਦੀ ਬੱਚਤ ਕਰਦੀ ਹੈ ਤਾਂ 2 ਸਾਲ ਬਾਅਦ ਉਸ ਕੋਲ ਕਿੰਨੀ ਰਕਮ ਹੋਵੇਗੀ?
 6. ਸੁਰਿੰਦਰ ਨੇ ਆਡੀਟੋਰੀਅਮ ਲਈ 15346 ਕੁਰਸੀਆਂ ਖਰੀਦੀਆਂ। ਜੇਕਰ ਹਰੇਕ ਕੁਰਸੀ ਦਾ ਮੁੱਲ ₹398 ਹੋਵੇ ਤਾਂ ਸੁਰਿੰਦਰ ਨੇ ਕਿੰਨੀ ਰਕਮ ਅਦਾ ਕੀਤੀ?
 7. ਇੱਕ ਡੇਅਰੀ ਤੇ ਹਰ ਰੋਜ਼ 448 ਲਿਟਰ ਦੁੱਧ ਦੀ ਵਿਕਰੀ ਹੁੰਦੀ ਹੈ। 4 ਹਫ਼ਤੇ ਵਿੱਚ ਕਿੰਨੇ ਦੁੱਧ ਦੀ ਵਿਕਰੀ ਹੋਵੇਗੀ?
 8. ਗੁਣਨਫਲ ਪਤਾ ਕਰੋ।

(a) 3125×533 (b) 2391×236
 (c) 4332×805 (d) 9219×78
 (e) 473×999 (f) 234×11

ਅਭਿਆਸ (ਭਾਗ)

1. ਖਾਲੀ ਥਾਵਾਂ ਭਰੋ।

- (a) $725 \div 1 = \dots\dots\dots$ (b) $725 \div 725 = \dots\dots\dots$
 (c) $0 \div 725 = \dots\dots\dots$ (d) $823 \div 1 = \dots\dots\dots$
 (e) $823 \div 823 = \dots\dots\dots$ (f) $0 \div 823 = \dots\dots\dots$
 (g) $0 \div 99999 = \dots\dots\dots$ (h) $\dots\dots \div 35 = 0$
 (i) $87450 \div \dots\dots\dots = 1$ (j) $8129 \div \dots\dots = 8129$

2. ਹੇਠ ਲਿਖਿਆਂ ਵਿੱਚ ਭਾਗਫਲ ਅਤੇ ਬਾਕੀ ਪਤਾ ਕਰੋ।

- (a) $1652 \div 7$ (b) $5893 \div 6$ (c) $7406 \div 6$
 (d) $11982 \div 5$ (e) $28359 \div 12$ (f) $12321 \div 11$

3. ਹੇਠ ਲਿਖਿਆਂ ਨੂੰ ਹੱਲ ਕਰੋ। (ਭਾਗਫਲ ਅਤੇ ਬਾਕੀ ਪਤਾ ਕਰੋ)

- (a) $714 \div 7$ (b) $618 \div 6$ (c) $2416 \div 8$
 (d) $142114 \div 7$ (e) $1384 \div 6$ (f) $17126 \div 8$
 (g) $2107 \div 9$ (h) $3046 \div 13$ (i) $27661 \div 12$

4. ਖਾਲੀ ਡੱਬਿਆਂ ਨੂੰ ਭਰੋ। (ਯਾਦ ਕਰੋ: ਭਾਜ = ਭਾਜਕ \times ਭਾਗਫਲ + ਬਾਕੀ)

	ਭਾਜ	ਭਾਜਕ	ਭਾਗਫਲ	ਬਾਕੀ
ਉਦਾਹਰਣ	138	11	12	6
(a)	158	13	12	<input type="text"/>
(b)	2168	<input type="text"/>	135	8
(c)	1689	14	<input type="text"/>	9
(d)	1414	14	<input type="text"/>	0
(e)	90	<input type="text"/>	12	6

5. 3 ਅੰਕਾਂ ਦੀ ਵੱਡੀ ਤੋਂ ਵੱਡੀ ਸੰਖਿਆ ਨੂੰ 2 ਅੰਕਾਂ ਦੀ ਵੱਡੀ ਤੋਂ ਵੱਡੀ ਸੰਖਿਆ ਨਾਲ ਵੰਡ ਕਰੋ ਅਤੇ ਭਾਗਫਲ ਅਤੇ ਬਾਕੀ ਪਤਾ ਕਰੋ।

6. ਕਿਸੇ ਫੈਕਟਰੀ ਵਿੱਚ 21 ਦਿਨ ਵਿੱਚ 936243 ਕਲਿੱਪ ਬਣਾਏ ਜਾਂਦੇ ਹਨ। ਇੱਕ ਦਿਨ ਵਿੱਚ ਕਿੰਨੇ ਕਲਿੱਪ ਬਣਾਏ ਜਾਂਦੇ ਹਨ?



ਅਭਿਆਸ (ਜੋੜ)

1. (a) 7232 (b) 9118 (c) 9797 (d) 2821 (e) 7792 (f) 1415
2. (a) 594 (b) 2662 (c) 4510 (d) 86415
3. (a) 0 (b) 3, 5 (c) 1, 6, 7
4. (a) 0, 1 (b) 5, 2 (c) 3, 7
5. 226 ਦੋੜਾਂ

ਅਭਿਆਸ (ਘਟਾਓ)

1. (a) 243 (b) 165 (c) 623 (d) 137 (e) 7329 (f) 1
2. (a) 596 (b) 148 (c) 277
3. (a) $\begin{array}{r} 406 \\ -279 \\ \hline 127 \end{array}$ (b) $\begin{array}{r} 3368 \\ -1745 \\ \hline 1623 \end{array}$ (c) $\begin{array}{r} 3160 \\ -2894 \\ \hline 0266 \end{array}$
4. 611 ਲਿਟਰ
5. (a) 1119 (b) 48 (c) 228

ਅਭਿਆਸ (ਗੁਣਾ)

1. (a) 0 (b) 6 (c) 9 (d) 71547
(e) 0 (f) 0 (g) 1 (h) 0
2. (a) 600 (b) 12000 (c) 80000 (d) 810000
(e) 560000 (f) 2400 (g) 88000 (h) 8400
3. (a) 12978 (b) 31752 (c) 17501 (d) 2310
4. (b) $8 \times 5 = 40$ (c) $9 \times 4 = 36$
 $8 \times 7 = 56$ $9 \times 8 = 72$
 $8 \times 13 = 104$ $9 \times 10 = 90$
 $8 \times 6 = 48$ $9 \times 13 = 117$
 $8 \times 15 = 120$ $9 \times 16 = 144$
 $8 \times 16 = 128$ $9 \times 18 = 162$
(d) $2 \times 7 = 14$ (e) $12 \times 6 = 72$

$$2 \times 5 = 10$$

$$12 \times 2 = 24$$

$$2 \times 11 = 22$$

$$12 \times 9 = 108$$

$$2 \times 0 = 0$$

$$12 \times 8 = 96$$

$$2 \times 13 = 26$$

$$12 \times 5 = 60$$

$$2 \times 17 = 34$$

$$12 \times 3 = 36$$

5. ₹ 11,58,960

6. ₹ 61,07,708

7. 12544 ਲਿਟਰ

8. (a) 1665625 (b) 564276 (c) 3487260

(d) 719082 (e) 472527 (f) 2574

ਅਭਿਆਸ (ਭਾਗ)

1. (a) 725 (b) 1 (c) 0 (d) 823

(e) 1 (f) 0 (g) 0 (h) 0

(i) 87450 (j) 1

2. (a) ਭਾਗਫਲ = 236 ; ਬਾਕੀ = 0 (b) ਭਾਗਫਲ = 982 ; ਬਾਕੀ = 1

(c) ਭਾਗਫਲ = 1234 ; ਬਾਕੀ = 2 (d) ਭਾਗਫਲ = 2396 ; ਬਾਕੀ = 2

(e) ਭਾਗਫਲ = 2363 ; ਬਾਕੀ = 3 (f) ਭਾਗਫਲ = 1120 ; ਬਾਕੀ = 1

3. (a) ਭਾਗਫਲ = 102 ; ਬਾਕੀ = 0 (b) ਭਾਗਫਲ = 103 ; ਬਾਕੀ = 0

(c) ਭਾਗਫਲ = 302 ; ਬਾਕੀ = 0 (d) ਭਾਗਫਲ = 20302 ; ਬਾਕੀ = 0

(e) ਭਾਗਫਲ ; 230, ਬਾਕੀ = 4 (f) ਭਾਗਫਲ = 2140 ; ਬਾਕੀ = 6

(g) ਭਾਗਫਲ = 234 ; ਬਾਕੀ = 1 (h) ਭਾਗਫਲ = 234 ; ਬਾਕੀ = 4

(i) ਭਾਗਫਲ = 2305 ; ਬਾਕੀ = 1

4. (a) 2 (b) 16 (c) 120

(d) 101 (e) 7

5. ਭਾਗਫਲ = 10 ; ਬਾਕੀ = 9

6. 44583 ਕਲਿੱਪ





1

ਆਪਣੀਆਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਜਾਣਨਾ

(KNOWING OUR NUMBERS)



ਉਦੇਸ਼

ਇਸ ਅਧਿਆਇ ਵਿੱਚ ਤੁਸੀਂ ਸਿੱਖੋਗੇ:

- ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਭਾਰਤੀ ਅਤੇ ਅੰਤਰਰਾਸ਼ਟਰੀ ਪ੍ਰਣਾਲੀ ਅਨੁਸਾਰ ਪੜ੍ਹਨਾ ਅਤੇ ਲਿਖਣਾ।
- ਰੋਜ਼ਾਨਾ ਜੀਵਨ ਵਿੱਚਲੀਆਂ ਗਣਿਤਿਕ ਸਮੱਸਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਹੱਲ ਕਰਨਾ।
- ਮੁੱਢਲੀਆਂ ਗਣਿਤਕ ਕਿਰਿਆਵਾਂ ਕਰਨਾ ਅਤੇ ਰੋਜ਼ਾਨਾ ਜੀਵਨ ਵਿੱਚ ਵਰਤੋਂ ਵਿੱਚ ਲਿਆਉਣਾ।
- ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੀ ਤੁਲਨਾ ਕਰਨਾ।
- ਗਣਿਤਕ ਸਮੱਸਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਹੱਲ ਕਰਨ ਲਈ ਬੈਕਟਾਂ ਦਾ ਪ੍ਰਯੋਗ ਕਰਨਾ।

1.1 ਜਾਣ-ਪਛਾਣ (Introduction)

ਪਿਛਲੀਆਂ ਜਮਾਤਾਂ ਵਿੱਚ, ਅਸੀਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨਾਲ ਕੰਮ ਕਰਦੇ ਹੋਏ ਆਨੰਦ ਮਾਣ ਚੁੱਕੇ ਹਾਂ। ਅਸੀਂ ਉਹਨਾਂ ਨੂੰ ਜੋੜਿਆ, ਘਟਾਓ ਕੀਤਾ, ਗੁਣਾ ਕੀਤੀ ਅਤੇ ਭਾਗ ਕੀਤਾ ਹੈ। ਅਸੀਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਵਿੱਚ ਨਮੂਨਿਆਂ ਨੂੰ ਦੇਖ ਚੁੱਕੇ ਹਾਂ ਅਤੇ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨਾਲ ਅਨੇਕ ਰੋਚਕ ਕਿਰਿਆਵਾਂ ਕਰ ਚੁੱਕੇ ਹਾਂ। ਇਸ ਅਧਿਆਇ ਵਿੱਚ, ਅਸੀਂ ਕੁੱਝ ਨਿਰੀਖਣ ਅਤੇ ਪੁਨਰ-ਵਿਚਾਰ ਨਾਲ ਇਹਨਾਂ ਰੋਚਕ ਕਿਰਿਆਵਾਂ ਵੱਲ ਹੋਰ ਕਦਮ ਵਧਾਵਾਂਗੇ।

1.2 ਕੁੱਝ ਮੁੱਢਲੇ ਪਦ (Few Basic terms)

* **ਪ੍ਰਾਕ੍ਰਿਤਕ ਸੰਖਿਆਵਾਂ (Natural Numbers)** : ਅਸੀਂ ਆਪਣੇ ਬਚਪਨ ਤੋਂ ਹੀ ਸੰਖਿਆਵਾਂ 1, 2, 3, 4..... ਦੀ ਵਰਤੋਂ, ਗਿਣਤੀ ਅਤੇ ਹਿਸਾਬ ਲਗਾਉਣ ਲਈ ਕਰਦੇ ਰਹੇ ਹਾਂ। ਇਨ੍ਹਾਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਪ੍ਰਾਕ੍ਰਿਤਕ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਜੋ ਕੁੱਝ ਵੀ ਕੁਦਰਤ ਵਿੱਚ ਮੌਜੂਦ ਹੈ, ਅਸੀਂ ਇਨ੍ਹਾਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨਾਲ ਗਿਣਦੇ ਹਾਂ। ਇਸ ਲਈ ਇਹਨਾਂ ਨੂੰ ਗਿਣਨ ਵਾਲੀਆਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਜਾਂ ਪ੍ਰਾਕ੍ਰਿਤਕ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।

- ਪਹਿਲੀ ਅਤੇ ਸਭ ਤੋਂ ਛੋਟੀ ਪ੍ਰਾਕ੍ਰਿਤਕ ਸੰਖਿਆ “1” ਹੈ।
- ਕਿਸੀ ਵੀ ਪ੍ਰਾਕ੍ਰਿਤਕ ਸੰਖਿਆ ਵਿੱਚ 1 ਜੋੜਨ 'ਤੇ ਅਗਲੀ ਪ੍ਰਾਕ੍ਰਿਤਕ ਸੰਖਿਆ ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੋ ਜਾਵੇਗੀ।
- ਸਭ ਤੋਂ ਵੱਡੀ ਪ੍ਰਾਕ੍ਰਿਤਕ ਸੰਖਿਆ ਸੰਭਵ ਨਹੀਂ ਹੈ।
- ਪ੍ਰਾਕ੍ਰਿਤਕ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੇ ਸਮੂਹ ਨੂੰ ਅੰਗਰੇਜ਼ੀ ਦੇ ਅੱਖਰ ‘N’ ਨਾਲ ਦਰਸਾਇਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।

* **ਅੰਕ (Digits)** : ਕਿਸੀ ਵੀ ਸੰਖਿਆ ਨੂੰ ਦਰਸਾਉਣ ਲਈ ਅਸੀਂ ਦਸ ਸੰਕੇਤ 0,1,2,3,4,5,6,7,8,9 ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਦੇ ਹਾਂ, ਇਨ੍ਹਾਂ ਸੰਕੇਤਾਂ ਨੂੰ ਅੰਕ ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।

1.3 ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੀ ਤੁਲਨਾ (Comparing Numbers)

ਦੋ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੀ ਤੁਲਨਾ ਕਰਦੇ ਹੋਏ, ਸਾਨੂੰ ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਪਰਾਯੋਗ ਰੱਖਣੇ ਚਾਹੀਦੇ ਹਨ।

ਪਰਾਯੋਗ 1 : ਜੇਕਰ ਦਿੱਤੀਆਂ ਗਈਆਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਵਿੱਚ ਅੰਕਾਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ ਬਰਾਬਰ ਨਹੀਂ ਹੈ ਤਾਂ ਘੱਟ ਅੰਕਾਂ ਵਾਲੀ ਸੰਖਿਆ ਛੋਟੀ ਹੋਵੇਗੀ।

ਪਰਾਯੋਗ 2 : ਜੇਕਰ ਦੋਹਾਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਵਿੱਚ ਅੰਕਾਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ ਬਰਾਬਰ ਹੋਵੇ ਤਦ

- ਖੱਬੇ ਪਾਸੇ ਤੋਂ ਪਹਿਲੇ ਅੰਕ ਦੀ ਤੁਲਨਾ ਕਰਾਂਗੇ, ਜਿਸ ਸੰਖਿਆ ਵਿੱਚ ਪਹਿਲਾ ਅੰਕ ਵੱਡਾ ਹੋਵੇਗਾ, ਉਹ ਸੰਖਿਆ ਵੱਡੀ ਹੋਵੇਗੀ।
- ਜੇਕਰ ਪਹਿਲੇ ਸਥਾਨ ਵਾਲੇ ਅੰਕ ਬਰਾਬਰ ਹੋਣ ਤਾਂ ਖੱਬੇ ਪਾਸੇ ਤੋਂ ਦੂਜੇ ਸਥਾਨ ਵਾਲੇ ਅੰਕ ਦੀ ਤੁਲਨਾ ਕਰਾਂਗੇ, ਵੱਡੇ ਅੰਕ ਵਾਲੀ ਸੰਖਿਆ ਵੱਡੀ ਹੋਵੇਗੀ।
- ਇਸ ਵਿਧੀ ਨੂੰ ਉਦੋਂ ਤੱਕ ਜਾਰੀ ਰੱਖਾਂਗੇ ਜਦੋਂ ਤੱਕ ਇੱਕੋ ਸਥਾਨਕ ਮੁੱਲ ਵਾਲੇ ਵੱਖ-ਵੱਖ ਅੰਕ ਨਾ ਮਿਲ ਜਾਣ।
- ਦੋ ਤੋਂ ਵੱਧ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੀ ਤੁਲਨਾ ਲਈ ਇਸ ਵਿਧੀ ਨੂੰ ਜਾਰੀ ਰੱਖਾਂਗੇ।

ਉਦਾਹਰਨ 1 : ਹੇਠ ਲਿਖੀਆਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੀ ਤੁਲਨਾ ਕਰੋ।

(a) 235 ਅਤੇ 1023

(b) 47321 ਅਤੇ 39874

(c) 56398 ਅਤੇ 56412

ਹੱਲ :

- 235 ਤਿੰਨ ਅੰਕਾਂ ਵਾਲੀ ਸੰਖਿਆ ਹੈ ਅਤੇ 1023 ਚਾਰ ਅੰਕਾਂ ਵਾਲੀ ਸੰਖਿਆ ਹੈ ਇਸ ਲਈ ਜਿਆਦਾ ਅੰਕਾਂ ਵਾਲੀ ਸੰਖਿਆ ਵੱਡੀ ਹੈ।

ਇਸ ਲਈ ਸੰਖਿਆ 1023, ਸੰਖਿਆ 235 ਤੋਂ ਵੱਡੀ ਹੈ।

- 47321 ਇੱਕ 5 ਅੰਕਾਂ ਦੀ ਸੰਖਿਆ ਹੈ।

39874 ਵੀ ਇੱਕ 5 ਅੰਕਾਂ ਦੀ ਸੰਖਿਆ ਹੈ।

ਦੋਹਾਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੇ ਖੱਬੇ ਪਾਸੇ ਤੋਂ ਪਹਿਲੇ ਅੰਕ ਦੀ ਤੁਲਨਾ ਕਰੋ ਅਸੀਂ ਵੇਖਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਇਹ 4 ਅਤੇ 3 ਹਨ ਅਤੇ $4 > 3$

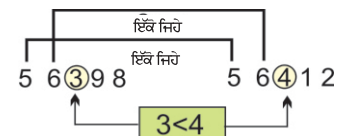
ਇਸ ਲਈ 47321, ਸੰਖਿਆ 39874 ਤੋਂ ਵੱਡੀ ਹੈ।

- 56398 ਇੱਕ 5 ਅੰਕਾਂ ਦੀ ਸੰਖਿਆ ਹੈ।

56412 ਵੀ ਇੱਕ 5 ਅੰਕਾਂ ਦੀ ਸੰਖਿਆ ਹੈ।

ਅਸੀਂ ਦੇਖਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਖੱਬੇ ਪਾਸੇ ਤੋਂ ਦੋਵੇਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੇ ਪਹਿਲੇ 2 ਅੰਕ ਇੱਕੋ ਸਮਾਨ ਹਨ। ਦੋਵੇਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ 56 ਤੋਂ ਸ਼ੁਰੂ ਹੁੰਦੀਆਂ ਹਨ।

ਦੋਹਾਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਵਿੱਚ ਖੱਬੇ ਪਾਸੇ ਤੋਂ ਤੀਸਰੇ ਅੰਕ ਵੱਖ-ਵੱਖ ਹਨ ਅਤੇ ਇਹ 3 ਅਤੇ 4 ਹਨ ਅਤੇ $3 < 4$ ਇਸ ਲਈ ਸੰਖਿਆ 56398, ਸੰਖਿਆ 56412 ਤੋਂ ਛੋਟੀ ਹੈ।



ਉਦਾਹਰਨ 2 : ਹੇਠ ਲਿਖੀਆਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਵਿੱਚ ਸਭ ਤੋਂ ਵੱਡੀ ਅਤੇ ਸਭ ਤੋਂ ਛੋਟੀ ਸੰਖਿਆ ਪਤਾ ਕਰੋ।

1903, 9301, 1930, 9031, 9310

ਹੱਲ :

ਦਿੱਤੀਆਂ ਗਈਆਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ 1903, 9301, 1930, 9031, 9310 ਚਾਰ ਅੰਕਾਂ ਵਾਲੀਆਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਹਨ।

ਆਓ ਹਰੇਕ ਸੰਖਿਆ ਦੇ ਖੱਬੇ ਪਾਸੇ ਤੋਂ ਅੰਕਾਂ ਦੀ ਤੁਲਨਾ ਕਰੀਏ।

ਦੋ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਵਿੱਚ ਖੱਬੇ ਪਾਸੇ ਤੋਂ ਪਹਿਲਾ ਅੰਕ 1 ਹੈ ਅਤੇ ਬਾਕੀ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਵਿੱਚ ਖੱਬੇ ਪਾਸੇ ਤੋਂ ਪਹਿਲਾ ਅੰਕ 9 ਹੈ।

ਸਭ ਤੋਂ ਛੋਟੀ ਸੰਖਿਆ 1903 ਅਤੇ 1930 ਵਿੱਚੋਂ ਕੋਈ ਇੱਕ ਹੋਵੇਗੀ ਅਤੇ ਸਭ ਤੋਂ ਵੱਡੀ ਸੰਖਿਆ 9301, 9031 ਅਤੇ 9310 ਵਿੱਚੋਂ ਕੋਈ ਹੋਵੇਗੀ ਤਦ ਖੱਬੇ ਪਾਸੇ ਤੋਂ ਦੂਜੇ ਅਤੇ ਤੀਜੇ ਅੰਕ ਨੂੰ ਵੇਖਣ 'ਤੇ ਅਸੀਂ ਇਸ ਨਤੀਜੇ 'ਤੇ ਪਹੁੰਚਦੇ ਹਾਂ ਕਿ 1903 ਸਭ ਤੋਂ ਛੋਟੀ ਅਤੇ 9310 ਸਭ ਤੋਂ ਵੱਡੀ ਸੰਖਿਆ ਹੈ।

1.3.1 ਅੰਕਾਂ ਦੇ ਸਥਾਨਾਂਤਰ ਨਾਲ ਨਵੀਆਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦਾ ਬਣਾਉਣਾ (Making Different numbers by shifting digits)

ਇਸ ਬਾਰੇ ਸੋਚੋ, ਜੇਕਰ ਕਿਸੇ ਸੰਖਿਆ ਦੇ ਅੰਕਾਂ ਨੂੰ ਇੱਕ ਸਥਾਨ ਤੋਂ ਦੂਜੇ ਸਥਾਨ ਵਿੱਚ ਬਦਲ ਦਿੱਤਾ ਜਾਵੇ। ਉਦਾਹਰਨ ਲਈ, ਇੱਕ ਸੰਖਿਆ 327 ਲਵੋ ਤਾਂ ਅਸੀਂ ਅੰਕਾਂ ਦਾ ਸਥਾਨ ਬਦਲ ਕੇ 6 ਵੱਖ-ਵੱਖ ਸੰਖਿਆਵਾਂ (ਸਮੇਤ 327) ਬਣਾ ਸਕਦੇ ਹਾਂ।

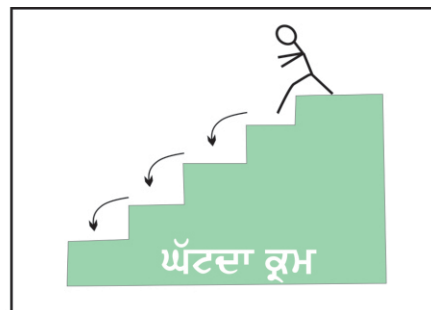
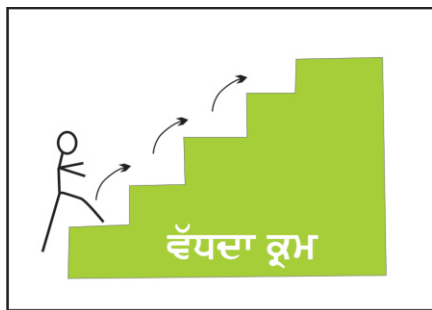
ਜਿਵੇਂ : 327, 372, 237, 273, 732, 723

- ਇਨ੍ਹਾਂ 6 ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਵਿੱਚੋਂ ਕੀ ਤੁਸੀਂ ਸਭ ਤੋਂ ਵੱਡੀ ਅਤੇ ਸਭ ਤੋਂ ਛੋਟੀ ਸੰਖਿਆ ਪਛਾਣ ਸਕਦੇ ਹੋ?
- ਅੰਕ 2,3 ਅਤੇ 5 ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰ ਕੇ 3 ਅੰਕਾਂ ਦੀਆਂ ਸਾਰੀਆਂ ਸੰਭਵ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਬਿਨਾਂ ਕੋਈ ਅੰਕ ਦੁਹਰਾਏ ਬਣਾਉਣ ਦੀ ਕੋਸ਼ਿਸ਼ ਕਰੋ।

- ਅੰਕ 3,5,7 ਅਤੇ 9 ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਕੇ ਵੀ, 4 ਅੰਕਾਂ ਦੀਆਂ ਸਾਰੀਆਂ ਸੰਭਵ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਬਿਨਾਂ ਕੋਈ ਅੰਕ ਦੁਹਰਾਏ ਬਣਾਉਣ ਦੀ ਕੋਸ਼ਿਸ਼ ਕਰੋ। ਇਨ੍ਹਾਂ ਵਿੱਚੋਂ ਸਭ ਤੋਂ ਵੱਡੀ ਅਤੇ ਸਭ ਤੋਂ ਛੋਟੀ ਸੰਖਿਆ ਲਿਖੋ।

1.3.2 ਵੱਧਦਾ ਕ੍ਰਮ ਅਤੇ ਘੱਟਦਾ ਕ੍ਰਮ [Ascending (Increasing) and Descending (Decreasing) order]

ਵੱਧਦੇ ਕ੍ਰਮ ਦਾ ਅਰਥ ਹੈ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਸਭ ਤੋਂ ਛੋਟੀ ਤੋਂ ਸਭ ਤੋਂ ਵੱਡੀ ਦੇ ਕ੍ਰਮ ਵਿੱਚ ਲਿਖਣਾ।



ਘਟਦੇ ਕ੍ਰਮ ਦਾ ਅਰਥ ਹੈ : ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਸਭ ਤੋਂ ਵੱਡੀ ਤੋਂ ਸਭ ਤੋਂ ਛੋਟੀ ਦੇ ਕ੍ਰਮ ਵਿੱਚ ਲਿਖਣਾ।

ਉਦਾਹਰਨ 3. ਸੰਖਿਆਵਾਂ 653, 1135, 47629, 2546, 7320 ਨੂੰ ਵੱਧਦੇ ਕ੍ਰਮ ਵਿੱਚ ਲਿਖੋ।

ਹੱਲ : ਦਿੱਤੀਆਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਵਿੱਚ 3 ਅੰਕਾਂ ਵਾਲੀ ਸੰਖਿਆ ਸਭ ਤੋਂ ਛੋਟੀ ਸੰਖਿਆ ਹੈ ਅਤੇ 5 ਅੰਕਾਂ ਵਾਲੀ ਸੰਖਿਆ ਸਭ ਤੋਂ ਵੱਡੀ ਸੰਖਿਆ ਹੈ।

ਸਭ ਤੋਂ ਛੋਟੀ ਸੰਖਿਆ (653) ਤੋਂ ਅਗਲੀ ਸੰਖਿਆ 1135 ਹੈ, ਅਗਲੀ 4 ਅੰਕਾਂ ਦੀ ਵੱਡੀ ਸੰਖਿਆ 2546 ਹੈ ਅਤੇ ਇਸ ਤੋਂ ਅਗਲੀ ਸੰਖਿਆ 7320 ਹੈ।

ਇਸ ਲਈ ਦਿੱਤੀਆਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦਾ ਵੱਧਦਾ ਕ੍ਰਮ: 653, 1135, 2546, 7320, 47629 ਹੈ।

ਉਦਾਹਰਨ 4. ਬਿਨਾਂ ਕਿਸੇ ਅੰਕਾਂ ਦੀ ਦੁਹਰਾਈ ਕੀਤੇ, ਦਿੱਤੇ ਗਏ ਅੰਕਾਂ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਕੇ 4 ਅੰਕਾਂ ਦੀ ਸਭ ਤੋਂ ਵੱਡੀ ਅਤੇ ਸਭ ਤੋਂ ਛੋਟੀ ਸੰਖਿਆ ਬਣਾਓ।

(a) 2, 3, 1, 7 (b) 4, 9, 0, 2

ਹੱਲ : (a) ਦਿੱਤੇ ਗਏ ਅੰਕ : 2, 3, 1, 7

ਆਓ ਸਭ ਤੋਂ ਪਹਿਲਾਂ ਅਸੀਂ ਇਹਨਾਂ ਅੰਕਾਂ ਨੂੰ ਵੱਧਦੇ ਜਾਂ ਘੱਟਦੇ ਕ੍ਰਮ ਵਿੱਚ ਲਿਖੀਏ।

ਵੱਧਦੇ ਕ੍ਰਮ ਵਿੱਚ ਲਿਖਣ 'ਤੇ : 1, 2, 3, 7

ਹੁਣ ਇਹਨਾਂ ਦਿੱਤੇ ਅੰਕਾਂ ਤੋਂ ਬਣੀ 4 ਅੰਕਾਂ ਦੀ ਸਭ ਤੋਂ ਵੱਡੀ ਸੰਖਿਆ = 7321

ਹੁਣ ਇਹਨਾਂ ਦਿੱਤੇ ਅੰਕਾਂ ਤੋਂ ਬਣੀ 4 ਅੰਕਾਂ ਦੀ ਛੋਟੀ ਤੋਂ ਛੋਟੀ ਸੰਖਿਆ = 1237

(b) ਦਿੱਤੇ ਗਏ ਅੰਕ : 4, 9, 0, 2

ਵੱਧਦੇ ਕ੍ਰਮ ਵਿੱਚ ਲਿਖਣ 'ਤੇ = 0, 2, 4, 9

ਹੁਣ, ਇਹਨਾਂ ਦਿੱਤੇ ਅੰਕਾਂ ਤੋਂ ਬਣੀ 4 ਅੰਕਾਂ ਦੀ ਸਭ ਤੋਂ ਵੱਡੀ ਸੰਖਿਆ = 9420

ਹੁਣ, ਇਹਨਾਂ ਦਿੱਤੇ ਅੰਕਾਂ ਤੋਂ ਬਣੀ 4 ਅੰਕਾਂ ਦੀ ਸਭ ਤੋਂ ਛੋਟੀ ਸੰਖਿਆ = 2049



ਧਿਆਨ ਦੇਣ ਯੋਗ ਗੱਲ ਇਹ ਹੈ ਕਿ 0249, ਚਾਰ ਅੰਕਾਂ ਵਾਲੀ ਸੰਖਿਆ ਨਹੀਂ ਹੈ ਕਿਉਂਕਿ ਇੱਥੇ ਸਿਫ਼ਰ ਜਦੋਂ ਖੱਬੇ ਪਾਸੇ ਤੋਂ ਪਹਿਲੇ ਸਥਾਨ 'ਤੇ ਹੁੰਦੀ ਹੈ, ਅਰਥਪੂਰਨ ਨਹੀਂ ਹੁੰਦੀ। ਇਸ ਲਈ 0249 ਇੱਕ 3 ਅੰਕਾਂ ਵਾਲੀ ਸੰਖਿਆ ਹੈ।

ਉਦਾਹਰਨ 5. ਕਿਸੇ ਇੱਕ ਅੰਕ ਦੀ 2 ਵਾਰ ਵਰਤੋਂ ਕਰਕੇ 4 ਅੰਕਾਂ ਦੀ ਸਭ ਤੋਂ ਛੋਟੀ ਅਤੇ ਸਭ ਤੋਂ ਵੱਡੀ ਸੰਖਿਆ ਬਣਾਓ।

- (a) 5, 2, 8 (b) 7, 0, 2

ਹੱਲ :

- (a) ਦਿੱਤੇ ਗਏ ਅੰਕ : 5, 2, 8

ਵੱਧਦੇ ਕ੍ਰਮ ਵਿੱਚ ਲਿਖਣ 'ਤੇ : 2, 5, 8

ਦਿੱਤੇ ਗਏ ਅੰਕਾਂ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਕੇ 4 ਅੰਕਾਂ ਦੀ ਸਭ ਤੋਂ ਵੱਡੀ ਸੰਖਿਆ

(ਇੱਕ ਅੰਕ ਦੁਹਰਾਉਣ 'ਤੇ) = 8852

(ਇੱਥੇ ਸਭ ਤੋਂ ਵੱਧ ਅੰਕਿਤ ਮੁੱਲ ਵਾਲੇ ਅੰਕ 8 ਨੂੰ ਦੁਹਰਾਇਆ ਗਿਆ ਹੈ)

4 ਅੰਕਾਂ ਦੀ ਸਭ ਤੋਂ ਛੋਟੀ ਸੰਖਿਆ (ਇੱਕ ਅੰਕ ਦੁਹਰਾਉਣ 'ਤੇ) = 2258

(ਇੱਥੇ ਸਭ ਤੋਂ ਘੱਟ ਅੰਕਿਤ ਮੁੱਲ ਵਾਲੇ 2 ਨੂੰ ਦੁਹਰਾਇਆ ਗਿਆ ਹੈ)

- (b) ਦਿੱਤੇ ਗਏ ਅੰਕ: 7, 0, 2

ਵੱਧਦੇ ਕ੍ਰਮ ਵਿੱਚ ਲਿਖਣ 'ਤੇ: 0, 2, 7

4 ਅੰਕਾਂ ਦੀ ਵੱਡੀ ਤੋਂ ਵੱਡੀ ਸੰਖਿਆ (ਇੱਕ ਅੰਕ ਨੂੰ ਦੁਹਰਾਉਣ 'ਤੇ) = 7720

(ਇੱਥੇ ਸਭ ਤੋਂ ਵੱਧ ਅੰਕਿਤ ਮੁੱਲ ਵਾਲੇ ਅੰਕ 7 ਨੂੰ ਦੁਹਰਾਇਆ ਗਿਆ ਹੈ)

4 ਅੰਕਾਂ ਦੀ ਛੋਟੀ ਤੋਂ ਛੋਟੀ ਸੰਖਿਆ (ਇੱਕ ਅੰਕ ਦੁਹਰਾਉਣ 'ਤੇ) = 2007

(ਇੱਥੇ ਸਭ ਤੋਂ ਘੱਟ ਅੰਕਿਤ ਮੁੱਲ ਵਾਲੇ ਅੰਕ 0 ਨੂੰ ਦੁਹਰਾਇਆ ਗਿਆ ਹੈ, ਪ੍ਰੰਤੂ 0 ਨੂੰ ਸਭ ਤੋਂ ਖੱਬੇ ਪਾਸੇ ਨਹੀਂ ਰੱਖਿਆ ਜਾ ਸਕਦਾ)

1.3.3 ਸਥਾਨਕ ਮੁੱਲ ਅਤੇ ਅੰਕਿਤ ਮੁੱਲ (Place value and Face value)

ਕਿਸੇ ਅੰਕ ਦਾ ਸਥਾਨਕ ਮੁੱਲ ਉਸਦੇ ਸਥਾਨ 'ਤੇ ਨਿਰਭਰ ਕਰਦਾ ਹੈ ਜਦੋਂ ਕਿ ਅੰਕਿਤ ਮੁੱਲ ਉਸਦੇ ਸਥਾਨ 'ਤੇ ਨਿਰਭਰ ਨਹੀਂ ਕਰਦਾ। ਜਿਵੇਂ 9678 ਵਿੱਚ ਅੰਕ 8 ਦਾ ਅੰਕਿਤ ਮੁੱਲ 8 ਹੈ। ਇਸੇ ਤਰ੍ਹਾਂ 7,6,9 ਦਾ ਅੰਕਿਤ ਮੁੱਲ 7,6,9 ਹੈ

ਪ੍ਰੰਤੂ ਜਦੋਂ ਅਸੀਂ ਸਥਾਨਕ ਮੁੱਲ ਦੀ ਗੱਲ ਕਰਦੇ ਹਾਂ,

ਸੰਖਿਆ 8 ਦਾ ਸਥਾਨਕ ਮੁੱਲ = $8 \times 1 = 8$ (\because 8, ਇਕਾਈ ਦੇ ਸਥਾਨ 'ਤੇ ਹੈ)

ਸੰਖਿਆ 7 ਦਾ ਸਥਾਨਕ ਮੁੱਲ = $7 \times 10 = 70$ (\because 7, ਦਹਾਈ ਦੇ ਸਥਾਨ 'ਤੇ ਹੈ)

ਸੰਖਿਆ 6 ਦਾ ਸਥਾਨਕ ਮੁੱਲ = $6 \times 100 = 600$ (\because 6, ਸੈਂਕੜੇ ਦੇ ਸਥਾਨ 'ਤੇ ਹੈ)

ਸੰਖਿਆ 9 ਦਾ ਸਥਾਨਕ ਮੁੱਲ = $9 \times 1000 = 9000$ (\because 9, ਹਜ਼ਾਰ ਦੇ ਸਥਾਨ 'ਤੇ ਹੈ)

9678 ਨੂੰ ਵਿਸਤ੍ਰਿਤ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਲਿਖਣ 'ਤੇ

$$9678 = 9 \times 1000 + 6 \times 100 + 7 \times 10 + 8 \times 1$$

ਇਹ ਸਪੱਸ਼ਟ ਹੈ ਕਿ ਕੋਈ ਵੀ ਸੰਖਿਆ, ਸਾਰੇ ਅੰਕਾਂ ਦੇ ਸਥਾਨਕ ਮੁੱਲਾਂ ਦੇ ਜੋੜ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੁੰਦੀ ਹੈ।

ਕਿਸੇ ਵੀ ਅੰਕ ਦਾ ਸਥਾਨਕ ਮੁੱਲ = ਅੰਕਿਤ ਮੁੱਲ \times ਸਥਾਨ ਦਾ ਮੁੱਲ

ਇੱਥੇ ਧਿਆਨ ਦੇਣ ਵਾਲੀ ਗੱਲ ਇਹ ਹੈ ਕਿ ਇਕਾਈ, ਦਹਾਈ, ਸੈਂਕੜਾ, ਹਜ਼ਾਰ, ਦਸ ਹਜ਼ਾਰ, ਲੱਖ ਆਦਿ ਦਾ ਸਥਾਨਕ ਮੁੱਲ ਕ੍ਰਮਵਾਰ 1,10,100,1000,10000, 100000..... ਹੈ।

ਕਿਸੇ ਵੀ ਸੰਖਿਆ ਵਿੱਚ 0 ਦਾ ਸਥਾਨਕ ਮੁੱਲ 0 ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਭਾਵੇਂ ਇਹ ਕਿਸੇ ਵੀ ਸਥਾਨ 'ਤੇ ਹੋਵੇ।



● ਕਿਰਿਆ ●

ਬੌਚਰਿ! ਆਓ ਅੰਕਾਂ ਨਾਲ ਖੇਡੀਏ।

ਚਿੱਤਰ ਵਿੱਚ ਵਿਖਾਏ ਅਨੁਸਾਰ ਗੱਤੇ ਉੱਪਰ (ਜਾਂ ਜ਼ਮੀਨ ਉੱਪਰ) ਸਮਕੋਂਦਰੀ ਚੱਕਰ ਬਣਾਓ। ਮਾਰਕਰ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਕੇ ਇਕਾਈਆਂ, ਦਹਾਈਆਂ, ਸੈਂਕੜੇ, ਹਜ਼ਾਰ, ਦੱਸ ਹਜ਼ਾਰ, ਲੱਖ ਅੰਕਿਤ ਕਰੋ।

ਕੁੱਝ ਬੰਟੇ ਲਓ ਅਤੇ ਖੇਡ ਲਈ ਤਿਆਰ ਹੋ ਜਾਓ। ਇਨ੍ਹਾਂ ਬੰਟਿਆਂ ਨੂੰ ਚੱਕਰਾਂ ਵਾਲੀ ਗੱਤੇ ਦੀ ਸ਼ੀਟ ਉੱਪਰ ਸੁਟੋ।

ਮੰਨ ਲਵੋ ਕਿ ਬੰਟੇ ਚਿੱਤਰ ਵਿੱਚ ਵਿਖਾਏ ਅਨੁਸਾਰ ਟਿੱਕ ਜਾਣਗੇ।

ਹੁਣ ਕੀ ਤੁਸੀਂ ਸੰਖਿਆ ਦੀ ਪਛਾਣ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹੋ?

ਦਸ ਹਜ਼ਾਰ ਵਾਲੇ ਚੱਕਰ ਵਿਚਲੇ ਬੰਟਿਆਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ ਦਾ ਸਥਾਨਕ ਮੁੱਲ = 1×10000
= 10000

ਹਜ਼ਾਰ ਵਾਲੇ ਚੱਕਰ ਵਿਚਲੇ ਬੰਟਿਆਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ ਦਾ ਸਥਾਨਕ ਮੁੱਲ = $2 \times 1000 = 2000$

ਸੈਂਕੜੇ ਵਾਲੇ ਚੱਕਰ ਵਿਚਲੇ ਬੰਟਿਆਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ ਦਾ ਸਥਾਨਕ ਮੁੱਲ = $4 \times 100 = 400$

ਦਹਾਈ ਵਾਲੇ ਚੱਕਰ ਵਿਚਲੇ ਬੰਟਿਆਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ ਦਾ ਸਥਾਨਕ ਮੁੱਲ = $0 \times 10 = 0$

ਇਕਾਈ ਵਾਲੇ ਚੱਕਰ ਵਿਚਲੇ ਬੰਟਿਆਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ ਦਾ ਸਥਾਨਕ ਮੁੱਲ = $2 \times 1 = 2$

ਸੰਖਿਆ = ਹਰੇਕ ਬੰਟੇ ਦੇ ਸਥਾਨਕ ਮੁੱਲ ਦਾ ਜੋੜ

= $10,000 + 2,000 + 400 + 0 + 2$

= 12402

ਆਓ ਇਸ ਲਈ ਇੱਕ ਸਥਾਨਕ ਮੁੱਲ ਚਾਰਟ ਬਣਾਈਏ।

ਰੋਲ ਨੰਬਰ.	ਵਿਦਿਆਰਥੀ ਦਾ ਨਾਂ	ਲੱਖ ਅੰਕਿਤ ਮੁੱਲ $\times 10000$	ਦਸ ਹਜ਼ਾਰ ਅੰਕਿਤ ਮੁੱਲ $\times 1000$	ਹਜ਼ਾਰ ਅੰਕਿਤ ਮੁੱਲ $\times 100$	ਸੈਂਕੜਾ ਅੰਕਿਤ ਮੁੱਲ $\times 10$	ਦਹਾਈ ਅੰਕਿਤ ਮੁੱਲ $\times 1$	ਇਕਾਈ ਅੰਕਿਤ ਮੁੱਲ $\times 1$	ਸੰਖਿਆ ਸਾਰੇ ਸਥਾਨਕ ਮੁੱਲਾਂ ਦਾ ਜੋੜ
1.	--	--	10000	2000	400	0	2	$10,000+2000+400+0+2=12402$
2.								

ਉਦਾਹਰਨ 6. ਪੜ੍ਹੋ ਅਤੇ ਸਾਰਣੀ ਵਿੱਚ ਦਿੱਤੀਆਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਵਿਸਤ੍ਰਿਤ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਲਿਖੋ।

ਸੰਖਿਆ	ਸੰਖਿਆ ਦਾ ਨਾਂ	ਵਿਸਤ੍ਰਿਤ ਰੂਪ
27000	ਸਤਾਈ ਹਜ਼ਾਰ	$2 \times 10,000 + 7 \times 1000$
37600	ਸੈਂਤੀ ਹਜ਼ਾਰ ਛੇ ਸੌ	$3 \times 10000 + 7 \times 1000 + 6 \times 100$
56740		
69563		
42639		
29308		
20005		
19075		

1.4 ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਪੜ੍ਹਨ ਅਤੇ ਲਿਖਣ ਦੀ ਭਾਰਤੀ ਸੰਖਿਆ ਪ੍ਰਣਾਲੀ (Reading and Writing numbers in Indian system of Numeration)

ਜਨਗਣਨਾ 2011 ਦੇ ਅਨੁਸਾਰ, ਪੰਜਾਬ ਦੀ ਜਨਸੰਖਿਆ ਲਗਭਗ ਦੋ ਕਰੋੜ ਸਤੱਤਰ ਲੱਖ ਤਰਤਾਲੀ ਹਜ਼ਾਰ ਸੀ। ਰੋਜ਼ਾਨਾ ਜੀਵਨ ਵਿੱਚ ਅਸੀਂ ਹਜ਼ਾਰ, ਲੱਖ ਅਤੇ ਕਰੋੜ ਵਰਗੇ ਸ਼ਬਦਾਂ ਦਾ ਪ੍ਰਯੋਗ ਕਰਦੇ ਹਾਂ। ਇਹ ਸੰਖਿਆ ਲੇਖਨ ਦੀ ਭਾਰਤੀ ਪ੍ਰਣਾਲੀ ਹੈ।

ਭਾਰਤੀ ਪ੍ਰਣਾਲੀ ਵਿੱਚ, ਅਸੀਂ ਸਥਾਨਕ ਮੁੱਲ ਦੇ ਆਧਾਰ 'ਤੇ ਸਮੂਹ (ਗਰੁੱਪ) ਬਣਾਉਂਦੇ ਹਾਂ। ਜਿਵੇਂ ਇਕਾਈਆਂ, ਹਜ਼ਾਰ, ਲੱਖ, ਕਰੋੜ ਆਦਿ ਅਤੇ ਇਹਨਾਂ ਨੂੰ ਅਲਪ ਵਿਰਾਮ (,) ਰਾਹੀਂ ਵੱਖ ਕੀਤਾ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ।

- ਸੱਜੇ ਪਾਸੇ ਤੋਂ ਪਹਿਲੇ 3 ਅੰਕ ਇਕਾਈ ਸਮੂਹ ਬਣਾਉਣਗੇ।
- ਅਗਲੇ 2 ਅੰਕ, ਹਜ਼ਾਰ ਦਾ ਸਮੂਹ ਦਰਸਾਉਣਗੇ।
- ਅਗਲੇ 2 ਅੰਕ, ਲੱਖ ਦਾ ਸਮੂਹ ਦਰਸਾਉਣਗੇ।
- ਅਗਲੇ 2 ਅੰਕ, ਕਰੋੜ ਦਾ ਸਮੂਹ ਦਰਸਾਉਣਗੇ ਅਤੇ ਇਸੇ ਤਰ੍ਹਾਂ.....

ਇੱਕ ਹੀ ਸਮੂਹ (ਗਰੁੱਪ) ਦੇ ਅੰਕਾਂ ਅਤੇ ਸਥਾਨ ਨੂੰ ਇਕੱਠੇ ਹੀ ਪੜ੍ਹਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ (ਇਕਾਈ ਦੇ ਗਰੁੱਪ ਨੂੰ ਛੱਡ ਕੇ) ਇਸ ਲਈ 8,76,54,321 ਨੂੰ ਅਸੀਂ “ ਅੱਠ ਕਰੋੜ ਛਿਹੱਤਰ ਲੱਖ ਚੁਰੰਜਾ ਹਜ਼ਾਰ ਤਿੰਨ ਸੌ ਇੱਕੀ ਪੜ੍ਹਾਂਗੇ। ਹਰ ਸਮੂਹ ਤੋਂ ਬਾਅਦ ਅਲਪ ਵਿਰਾਮ (,) ਸਾਨੂੰ ਚੰਗੀ ਤਰ੍ਹਾਂ ਸਮਝਣ ਵਿੱਚ ਸਹਾਇਤਾ ਕਰਦਾ ਹੈ।

ਉਦਾਹਰਨ 7. ਹੇਠ ਲਿਖੀਆਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਪੜ੍ਹੋ।

- (a) 534632 (b) 90763021

ਹੱਲ :

- (a) ਦਿੱਤੀ ਗਈ ਸੰਖਿਆ = 534632.

ਸਭ ਤੋਂ ਪਹਿਲਾਂ ਸੱਜੇ ਪਾਸੇ ਤੋਂ 3,2,2.....ਅੰਕਾਂ ਦੇ ਗਰੁੱਪ ਬਣਾ ਕੇ ਅਲਪ ਵਿਰਾਮ (,) ਲਗਾਓ।

ਇਸ ਲਈ, ਦਿੱਤੀ ਗਈ ਸੰਖਿਆ = 5,34,632

ਜੋ ਕਿ ਹੈ : ਪੰਜ ਲੱਖ ਚੌਤੀ ਹਜ਼ਾਰ ਛੇ ਸੌ ਬੱਤੀ

- (b) ਦਿੱਤੀ ਗਈ ਸੰਖਿਆ = 90763021.

ਸਭ ਤੋਂ ਪਹਿਲਾਂ ਸੱਜੇ ਪਾਸੇ ਤੋਂ 3,2,2,2.....ਅੰਕਾਂ ਦੇ ਗਰੁੱਪ ਬਣਾ ਕੇ ਅਲਪ ਵਿਰਾਮ (,) ਲਗਾਓ।

ਇਸ ਲਈ, ਦਿੱਤੀ ਗਈ ਸੰਖਿਆ = 9,07,63,021

ਜੋ ਕਿ ਹੈ : ਨੌਂ ਕਰੋੜ ਸੱਤ ਲੱਖ ਤਰੇਹਠ ਹਜ਼ਾਰ ਇੱਕੀ

ਉਦਾਹਰਨ 8. ਹੇਠ ਲਿਖੀਆਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਅੰਕਾਂ ਵਿੱਚ ਲਿਖੋ।

- (a) ਚਾਰ ਲੱਖ ਬੱਤੀ ਹਜ਼ਾਰ ਛੇ ਸੌ ਤਿਹੱਤਰ

- (b) ਛੇ ਕਰੋੜ ਤਰਵੰਜਾ ਲੱਖ ਇੱਕੀ ਹਜ਼ਾਰ ਨੌਂ ਸੌ ਬਹੱਤਰ

ਹੱਲ :

- (a) ਚਾਰ ਲੱਖ ਬੱਤੀ ਹਜ਼ਾਰ ਛੇ ਸੌ ਤਿਹੱਤਰ

ਕਰੋੜ	ਲੱਖ	ਹਜ਼ਾਰ	ਇਕਾਈ
0	04	32	673

= 4, 32, 673

- (b) ਛੇ ਕਰੋੜ ਤਰਵੰਜਾ ਲੱਖ ਇੱਕੀ ਹਜ਼ਾਰ ਨੌਂ ਸੌ ਬਹੱਤਰ

= 6, 53, 21, 972

ਉਦਾਹਰਨ 9. 9745623 ਵਿੱਚ 7 ਦੇ ਸਥਾਨਕ ਮੁੱਲ ਅਤੇ ਅੰਕਿਤ ਮੁੱਲ ਵਿੱਚ ਅੰਤਰ ਪਤਾ ਕਰੋ।

ਹੱਲ :

ਦਿੱਤੀ ਗਈ ਸੰਖਿਆ = 9745623

7 ਦਾ ਸਥਾਨਕ ਮੁੱਲ = 7,00,000

7 ਦਾ ਅੰਕਿਤ ਮੁੱਲ = 7

ਲੋੜੀਂਦਾ ਅੰਤਰ ਹੈ = 700000 – 7

= 699993

ਉਦਾਹਰਨ 10. 4 ਅੰਕਾਂ ਵਾਲੀਆਂ ਕੁੱਲ ਕਿੰਨੀਆਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਹਨ?

ਹੱਲ : 4 ਅੰਕਾਂ ਦੀ ਸਭ ਤੋਂ ਵੱਡੀ ਸੰਖਿਆ = 9999
 3 ਅੰਕਾਂ ਦੀ ਸਭ ਤੋਂ ਵੱਡੀ ਸੰਖਿਆ = 999
 4 ਅੰਕਾਂ ਵਾਲੀਆਂ ਕੁੱਲ ਸੰਖਿਆਵਾਂ
 = 4 ਅੰਕਾਂ ਦੀ ਸਭ ਤੋਂ ਵੱਡੀ ਸੰਖਿਆ – 3 ਅੰਕਾਂ ਦੀ ਸਭ ਤੋਂ ਵੱਡੀ ਸੰਖਿਆ
 = 9999 – 999
 = 9000

ਉਦਾਹਰਨ 11. ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੀ ਸਥਾਨਕ ਮੁੱਲ ਸਾਰਣੀ 'ਚੋਂ ਹਰੇਕ ਸੰਖਿਆ ਨੂੰ ਸ਼ਬਦਾਂ ਵਿੱਚ ਲਿਖੋ।

	ਕਰੋੜ		ਲੱਖ		ਹਜ਼ਾਰ		ਇਕਾਈ		
	ਦੱਸ ਕਰੋੜ	ਕਰੋੜ	ਦੱਸ ਲੱਖ	ਲੱਖ	ਦੱਸ ਹਜ਼ਾਰ	ਹਜ਼ਾਰ	ਸੈਂਕੜਾ	ਦਹਾਈ	ਇਕਾਈ
	10,00,00,000	1,00,00,000	(10,00,000)	(1,00,000)	(10,000)	(1000)	(100)	(10)	(1)
(i)		4	7	5	0	0	2	9	8
(ii)		7	8	0	5	1	0	2	4

ਹੱਲ : (i) ਦਿੱਤੀ ਗਈ ਸੰਖਿਆ = 4,75,00,298
 ਚਾਰ ਕਰੋੜ ਪੰਝੱਤਰ ਲੱਖ ਦੋ ਸੌ ਅਠਾਨਵੇਂ
 (ii) ਦਿੱਤੀ ਗਈ ਸੰਖਿਆ = 7,80,51,024
 ਸੱਤ ਕਰੋੜ ਅੱਸੀ ਲੱਖ ਇਕਵੇਂਜਾ ਹਜ਼ਾਰ ਚੌਵੀ

ਉਦਾਹਰਨ 12. ਦਿੱਤੀਆਂ ਗਈਆਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਸਥਾਨਕ ਮੁੱਲ ਸਾਰਣੀ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਪੜ੍ਹੋ।

(a) 593268 (b) 32067308

ਹੱਲ :

ਕਰੋੜ		ਲੱਖ		ਹਜ਼ਾਰ		ਇਕਾਈ			ਸੰਖਿਆਵਾਂ
ਦੱਸ ਕਰੋੜ	ਕਰੋੜ	ਦੱਸ ਲੱਖ	ਲੱਖ	ਦੱਸ ਹਜ਼ਾਰ	ਹਜ਼ਾਰ	ਸੈਂਕੜਾ	ਦਹਾਈ	ਇਕਾਈ	
10,00,00,000	1,00,00,000	10,00,000	1,00,000	10,000	1,000	100	10	1	
			5	9	3	2	6	8	ਪੰਜ ਲੱਖ ਤਰਾਨਵੇਂ ਹਜ਼ਾਰ ਦੋ ਸੌ ਅਠਾਹਟ
	3	2	0	6	7	3	0	8	ਤਿੰਨ ਕਰੋੜ ਵੀਹ ਲੱਖ ਸਤਾਹਟ ਹਜ਼ਾਰ ਤਿੰਨ ਸੌ ਅੱਠ

1.5 ਅੰਤਰਰਾਸ਼ਟਰੀ ਸੰਖਿਆ ਪ੍ਰਣਾਲੀ (International system of Numeration)

ਪਿਛਲੇ ਭਾਗ ਵਿੱਚ, ਅਸੀਂ ਭਾਰਤੀ ਸੰਖਿਆ ਪ੍ਰਣਾਲੀ ਬਾਰੇ ਪੜ੍ਹਿਆ ਹੈ। ਹੁਣ ਅਸੀਂ ਅੰਤਰਰਾਸ਼ਟਰੀ ਸੰਖਿਆ ਪ੍ਰਣਾਲੀ ਬਾਰੇ ਪੜ੍ਹਾਂਗੇ ਜੋ ਕਿ ਵਿਸ਼ਵ ਦੇ ਜ਼ਿਆਦਾਤਰ ਮੁਲਕਾਂ ਵਿੱਚ ਵਰਤੀ ਜਾਂਦੀ ਹੈ। ਇਸ ਪ੍ਰਣਾਲੀ ਵਿੱਚ ਵੀ ਕਿਸੀ ਸੰਖਿਆ ਨੂੰ ਸਮੂਹਾਂ ਵਿੱਚ ਵੰਡ ਕੇ ਪੜ੍ਹਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਸੱਜੇ ਪਾਸੇ ਤੋਂ ਸ਼ੁਰੂ ਕਰਦੇ ਹੋਏ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ 3-3 ਦੇ ਸਮੂਹਾਂ ਵਿੱਚ ਵੰਡ ਲਵਾਂਗੇ। ਇਨ੍ਹਾਂ ਸਮੂਹਾਂ ਨੂੰ ਇਕਾਈ, ਹਜ਼ਾਰ, ਮਿਲੀਅਨ ਅਤੇ ਬਿਲੀਅਨ ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਇਹਨਾਂ ਸਮੂਹਾਂ ਨੂੰ ਹੇਠ ਅਨੁਸਾਰ ਅੱਗੋਂ ਉੱਪ ਸਮੂਹਾਂ ਵਿੱਚ ਵੰਡਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।

ਬਿਲੀਅਨ			ਮਿਲੀਅਨ			ਹਜ਼ਾਰ			ਇਕਾਈ		
ਸੌ ਬਿਲੀਅਨ	ਦਸ ਬਿਲੀਅਨ	ਬਿਲੀਅਨ	ਸੌ ਮਿਲੀਅਨ	ਦਸ ਮਿਲੀਅਨ	ਮਿਲੀਅਨ	ਸੌ ਹਜ਼ਾਰ	ਦਸ ਹਜ਼ਾਰ	ਹਜ਼ਾਰ	ਸੈਂਕੜਾ	ਦਹਾਈ	ਇਕਾਈ

ਉਦਾਹਰਨ 13. ਅਲਪ ਵਿਰਾਮ (,) ਲਗਾ ਕੇ 79530257 ਨੂੰ ਲਿਖੋ।

(a) ਭਾਰਤੀ ਸੰਖਿਆ ਲੇਖਨ ਪ੍ਰਣਾਲੀ ਅਨੁਸਾਰ

(b) ਅੰਤਰਰਾਸ਼ਟਰੀ ਸੰਖਿਆ ਲੇਖਨ ਪ੍ਰਣਾਲੀ ਅਨੁਸਾਰ 79530257

ਹੱਲ : ਭਾਰਤੀ ਸੰਖਿਆ ਲੇਖਨ ਪ੍ਰਣਾਲੀ ਅਨੁਸਾਰ

7,95,30,257 (ਸੱਤ ਕਰੋੜ ਪਚਾਨਵੇਂ ਲੱਖ ਤੀਹ ਹਜ਼ਾਰ ਦੋ ਸੌ ਸਤਵੰਜਾ)

ਅੰਤਰਰਾਸ਼ਟਰੀ ਸੰਖਿਆ ਲੇਖਨ ਪ੍ਰਣਾਲੀ ਅਨੁਸਾਰ

79,530,257 (ਉਨਾਸੀ ਮਿਲੀਅਨ ਪੰਜ ਸੌ ਤੀਹ ਹਜ਼ਾਰ ਦੋ ਸੌ ਸਤਵੰਜਾ)

ਉਦਾਹਰਨ 14. ਹੇਠ ਦਿੱਤੀ ਸਥਾਨਕ ਮੁੱਲ ਸਾਰਣੀ ਵਿੱਚ ਦਿੱਤੀਆਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਸ਼ਬਦਾਂ ਵਿੱਚ ਲਿਖੋ।

ਬਿਲੀਅਨ			ਮਿਲੀਅਨ			ਹਜ਼ਾਰ			ਇਕਾਈ		
ਸੌ ਬਿਲੀਅਨ	ਦਸ ਬਿਲੀਅਨ	ਬਿਲੀਅਨ	ਸੌ ਮਿਲੀਅਨ	ਦਸ ਮਿਲੀਅਨ	ਮਿਲੀਅਨ	ਸੌ ਹਜ਼ਾਰ	ਦਸ ਹਜ਼ਾਰ	ਹਜ਼ਾਰ	ਸੈਂਕੜਾ	ਦਹਾਈ	ਇਕਾਈ
		2	3	4	1	2	9	8	3	4	6
				3	9	1	7	0	3	1	7

ਹੱਲ : (i) ਦਿੱਤੀ ਗਈ ਸੰਖਿਆ = 2, 341, 298, 346

ਦੋ ਬਿਲੀਅਨ ਤਿੰਨ ਸੌ ਇਕਤਾਲੀ ਮਿਲੀਅਨ ਦੋ ਸੌ ਅਠਾਨਵੇਂ ਹਜ਼ਾਰ ਤਿੰਨ ਸੌ ਛਿਆਲੀ

(ii) ਦਿੱਤੀ ਗਈ ਸੰਖਿਆ = 39, 170, 317

ਉਣਤਾਲੀ ਮਿਲੀਅਨ ਇੱਕ ਸੌ ਸੱਤਰ ਹਜ਼ਾਰ ਤਿੰਨ ਸੌ ਸਤਾਰਾਂ

● ਭਾਰਤੀ ਅਤੇ ਅੰਤਰ ਰਾਸ਼ਟਰੀ ਸੰਖਿਆ ਪ੍ਰਣਾਲੀ ਵਿੱਚ ਸੰਬੰਧ

ਸੰਖਿਆ	ਭਾਰਤੀ ਸੰਖਿਆ ਪ੍ਰਣਾਲੀ	ਅੰਤਰ ਰਾਸ਼ਟਰੀ ਸੰਖਿਆ ਪ੍ਰਣਾਲੀ
1	ਇੱਕ	ਇੱਕ
10	ਦਸ	ਦਸ
100	ਇੱਕ ਸੌ	ਇੱਕ ਸੌ
1000	ਇੱਕ ਹਜ਼ਾਰ	ਇੱਕ ਹਜ਼ਾਰ
10000	ਦਸ ਹਜ਼ਾਰ	ਦਸ ਹਜ਼ਾਰ
100000	ਇੱਕ ਲੱਖ	ਇੱਕ ਸੌ ਹਜ਼ਾਰ
1000000	ਦਸ ਲੱਖ	ਇੱਕ ਮਿਲੀਅਨ
10000000	ਇੱਕ ਕਰੋੜ	ਦਸ ਮਿਲੀਅਨ
100000000	ਦਸ ਕਰੋੜ	ਇੱਕ ਸੌ ਮਿਲੀਅਨ
1000000000	ਇੱਕ ਅਰਬ	ਇੱਕ ਬਿਲੀਅਨ

1. ਸਭ ਤੋਂ ਛੋਟੀ ਅਤੇ ਸਭ ਤੋਂ ਵੱਡੀ ਸੰਖਿਆ ਲਿਖੋ।
 (a) 30900, 30594, 30945, 30495 (b) 10092, 10029, 10209, 10920
2. ਹੇਠ ਲਿਖੀਆਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਵੱਧਦੇ ਕ੍ਰਮ ਵਿੱਚ ਲਿਖੋ।
 (a) 6089, 6098, 5231, 3953 (b) 49905, 6073, 58904, 7392
 (c) 9801, 25751, 36501, 38802
3. ਹੇਠ ਲਿਖੀਆਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਘਟਦੇ ਕ੍ਰਮ ਵਿੱਚ ਲਿਖੋ।
 (a) 75003, 20051, 7600, 60632 (b) 2934, 2834, 667, 3289
 (c) 1971, 45321, 88715, 92547
4. ਦਿੱਤੇ ਗਏ ਅੰਕਾਂ ਵਿੱਚੋਂ ਬਿਨਾਂ ਕਿਸੇ ਅੰਕ ਨੂੰ ਦੁਹਰਾਏ 4 ਅੰਕਾਂ ਦੀ ਸਭ ਤੋਂ ਵੱਡੀ ਅਤੇ ਸਭ ਤੋਂ ਛੋਟੀ ਸੰਖਿਆ ਪਤਾ ਕਰੋ।
 (a) 6, 4, 3, 2 (b) 9, 7, 0, 3
 (c) 5, 4, 0, 3 (d) 3, 2, 7, 1
5. ਕਿਸੇ ਇੱਕ ਅੰਕ ਨੂੰ ਦੁਹਰਾ ਕੇ 4 ਅੰਕਾਂ ਦੀ ਸਭ ਤੋਂ ਵੱਡੀ ਅਤੇ ਸਭ ਤੋਂ ਛੋਟੀ ਸੰਖਿਆ ਪਤਾ ਕਰੋ।
 (a) 2, 3, 7 (b) 5, 0, 3 (c) 2, 3, 0
 (d) 1, 3, 4 (e) 2, 5, 8 (f) 1, 2, 3
6. ਹੇਠ ਲਿਖੀਆਂ ਨੂੰ ਸਥਾਨਕ ਮੁੱਲ ਸਾਰਨੀ ਅਨੁਸਾਰ ਸੰਖਿਆ ਲਿਖੋ।
 (a) 638975 (b) 84321 (c) 29061058 (d) 60003608
7. ਭਾਰਤੀ ਸੰਖਿਆ ਪ੍ਰਣਾਲੀ ਅਨੁਸਾਰ ਅਲਪਵਿਰਾਮ (,) ਲਗਾਉ ਅਤੇ ਸੰਖਿਆ ਨੂੰ ਸ਼ਬਦਾਂ ਵਿੱਚ ਲਿਖੋ।
 (a) 98606873 (b) 7635172 (c) 89700057
 (d) 89322602 (e) 4503217 (f) 90032045
8. ਉਚਿਤ ਸਥਾਨ 'ਤੇ ਅਲਪ ਵਿਰਾਮ (,) ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਕੇ ਅੰਤਰਰਾਸ਼ਟਰੀ ਸੰਖਿਆ ਪ੍ਰਣਾਲੀ ਅਨੁਸਾਰ ਲਿਖੋ।
 (a) 89832081 (b) 6543374 (c) 88976306
 (d) 9860001 (e) 90032045 (f) 4503217
9. ਹੇਠ ਲਿਖੀਆਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਅੰਕਾਂ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਲਿਖੋ।
 (a) ਸੱਤ ਲੱਖ ਚੁਰੰਜਾ ਹਜ਼ਾਰ
 (b) ਨੌਂ ਕਰੋੜ ਤਰਵੰਜਾ ਲੱਖ ਚੁਹੱਤਰ ਹਜ਼ਾਰ ਪੰਜ ਸੌ ਤੇਈ
 (c) ਛੇ ਸੌ ਸੰਤਾਲੀ ਹਜ਼ਾਰ ਪੰਜ ਸੌ ਪੱਚੀ
 (d) ਬਹੱਤਰ ਮਿਲੀਅਨ ਤਿੰਨ ਸੌ ਬੱਤੀ ਹਜ਼ਾਰ ਇੱਕ ਸੌ ਬਾਰਾਂ
 (e) ਅਠਵੰਜਾ ਮਿਲੀਅਨ ਚਾਰ ਸੌ ਤੇਈ ਹਜ਼ਾਰ, ਦੋ ਸੌ ਦੋ
 (f) ਤੇਈ ਲੱਖ ਤੀਹ ਹਜ਼ਾਰ ਦਸ
10. ਅੱਠ ਅੰਕਾਂ ਵਾਲੀਆਂ ਕੁੱਲ ਕਿੰਨੀਆਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਹਨ?
11. ਖਾਲੀ ਥਾਵਾਂ ਭਰੋ।
 (a) ਇੱਕ ਲੱਖ = ਦਸ ਹਜ਼ਾਰ
 (b) ਇੱਕ ਮਿਲੀਅਨ = ਸੌ ਹਜ਼ਾਰ

- (c) ਇੱਕ ਕਰੋੜ = ਦਸ ਲੱਖ
 (d) ਇੱਕ ਕਰੋੜ = ਮਿਲੀਅਨ
 (e) ਇੱਕ ਮਿਲੀਅਨ = ਲੱਖ

1.6 ਲੰਬਾਈ, ਭਾਰ ਅਤੇ ਸਮਰੱਥਾ ਵਿੱਚ ਸੰਖਿਆਵਾਂ (Numbers in Length, Weight and Capacity)

(ਰੋਜ਼ਾਨਾ ਜੀਵਨ ਵਿੱਚ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੀ ਵਰਤੋਂ)

ਪਿਛਲੀਆਂ ਜਮਾਤਾਂ ਵਿੱਚ, ਅਸੀਂ ਮਾਪ ਦੀਆਂ ਇਕਾਈਆਂ ਜਿਵੇਂ ਲੰਬਾਈ, ਭਾਰ ਅਤੇ ਸਮਰੱਥਾ ਬਾਰੇ ਪੜ੍ਹ ਚੁੱਕੇ ਹਾਂ। ਇਸ ਭਾਗ ਵਿੱਚ ਅਸੀਂ ਰੋਜ਼ਾਨਾ ਜ਼ਿੰਦਗੀ ਦੀਆਂ ਵਿਵਹਾਰਕ ਸਮੱਸਿਆਵਾਂ ਦੇ ਸੰਦਰਭ ਵਿੱਚ ਇਹਨਾਂ 'ਤੇ ਕਿਰਿਆਵਾਂ ਕਰਨਾ ਸਿੱਖਾਂਗੇ।

★ **ਲੰਬਾਈ** : ਅਸੀਂ ਪੈਨਸਿਲ ਦੀ ਲੰਬਾਈ ਨੂੰ ਸੈਂਟੀਮੀਟਰ ਵਿੱਚ ਦਰਸਾਉਂਦੇ ਹਾਂ ਜਦੋਂ ਕਿ ਕਿਸੇ ਪੇਪਰ ਕਲਿੱਪ ਦੀ ਮੋਟਾਈ ਮਾਪਣ ਲਈ ਸੈਂਟੀਮੀਟਰ ਬਹੁਤ ਵੱਡੀ ਇਕਾਈ ਹੈ। ਇਸ ਲਈ ਅਸੀਂ ਛੋਟੀ ਇਕਾਈ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਦੇ ਹਾਂ। ਇਸ ਤੋਂ ਇਲਾਵਾ ਕਿਸੇ ਇਮਾਰਤ ਦੀ ਉਚਾਈ ਮਾਪਣ ਲਈ ਸਾਨੂੰ ਮੀਟਰ ਵਰਗੀ ਵੱਡੀ ਇਕਾਈ ਲੋੜੀਂਦੀ ਹੋਵੇਗੀ ਅਤੇ 2 ਸ਼ਹਿਰਾਂ ਵਿਚਕਾਰਲੀ ਦੂਰੀ ਮਾਪਣ ਲਈ ਹੋਰ ਵੀ ਵੱਡੀ ਇਕਾਈ ਕਿਲੋਮੀਟਰ ਦੀ ਲੋੜ ਪਵੇਗੀ।

ਜਿਵੇਂ ਬਠਿੰਡਾ ਅਤੇ ਚੰਡੀਗੜ੍ਹ ਵਿਚਕਾਰ ਦੂਰੀ 230 ਕਿ.ਮੀ ਹੈ।



	10 ਮਿ.ਮੀ.	=	1 ਸਮ
1 ਮੀ.	=	100 ਸਮ	= 1000 ਮਿ.ਮੀ.
1 ਕਿ.ਮੀ.	=	1000 ਮੀ.	= 1000000 ਮਿ.ਮੀ.

● **ਭਾਰ** : ਹਲਦੀ, ਅਦਰਕ, ਲਸਣ ਅਤੇ ਚਾਵਲ ਆਦਿ ਨੂੰ ਤੋਲਣ ਲਈ ਅਸੀਂ ਕਿਲੋਗ੍ਰਾਮ ਵਰਗੀ ਵੱਡੀ ਇਕਾਈ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਦੇ ਹਾਂ। ਪਰੰਤੂ ਅਸੀਂ ਦਵਾਈਆਂ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਮਿਲੀਗ੍ਰਾਮ ਵਿੱਚ ਕਰਦੇ ਹਾਂ।



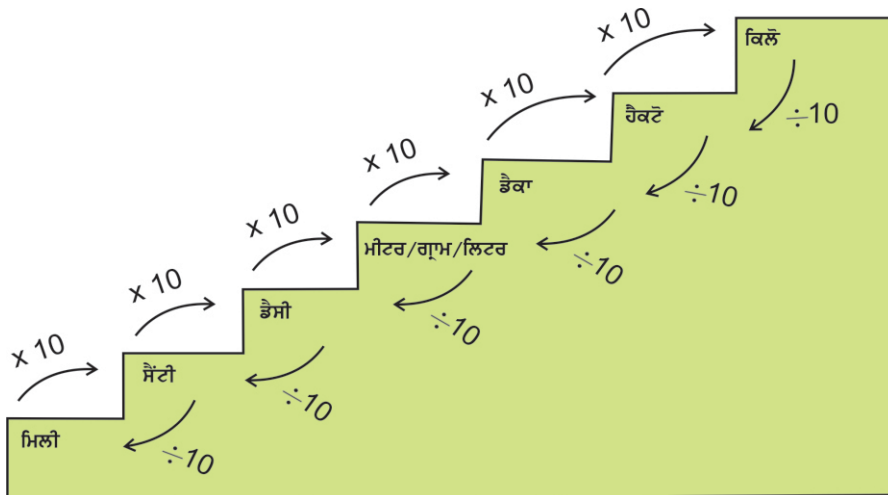
1 ਕਿਲੋਗ੍ਰਾਮ	=	1000 ਗ੍ਰਾਮ
1 ਗ੍ਰਾਮ	=	1000 ਮਿਲੀਗ੍ਰਾਮ

● **ਸਮਰੱਥਾ** : ਅਸੀਂ ਗਲਾਸ ਵਿੱਚ ਪਾਣੀ ਪੀਂਦੇ ਹਾਂ ਤਾਂ ਇਸਦੀ ਅੰਦਾਜ਼ਨ ਮਾਤਰਾ 250-300 ਮਿਲੀਲਿਟਰ ਹੁੰਦੀ ਹੈ ਪ੍ਰੰਤੂ ਜਦੋਂ ਅਸੀਂ ਨਹਾਉਣ ਲਈ ਪਾਣੀ ਦੀ ਬਾਲਟੀ ਭਰਦੇ ਹਾਂ ਤਾਂ ਇਸ ਵਿੱਚ ਲਗਭਗ 20 ਤੋਂ 25 ਲਿਟਰ ਪਾਣੀ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।



1 ਲਿਟਰ	=	1000 ਮਿ.ਲੀ
--------	---	------------

ਮਾਪ ਦੀਆਂ ਇਕਾਈਆਂ ਦੀ ਅਦਲਾ ਬਦਲੀ



ਖਾਲੀ ਥਾਵਾਂ ਭਰੋ

ਮਿਲੀ : ਮਿਲੀ ਲਿਟਰ
ਮਿਲੀਗ੍ਰਾਮ
ਮਿਲੀਮੀਟਰ

ਇਸਨੂੰ ਹੇਠਾਂ ਲਿਖੀ ਤੁੱਕਬੰਦੀ ਨਾਲ ਯਾਦ ਕੀਤਾ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ।

ਕੱਲ	ਹੈਪੀ	ਡਾਕੀਏ	ਨੂੰ ਮਹਿੰਗੀ	ਡ੍ਰੈਸ	ਸਸਤੀ	ਮਿਲੀ
↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓
ਕਿਲੋ	ਹੈਕਟੋ	ਡੈਕਾ	ਮੀਟਰ/ ਗ੍ਰਾਮ/ ਲਿਟਰ	ਡੈਸੀ	ਸੈਂਟੀ	ਮਿਲੀ

ਉਦਾਹਰਨ 15. ਵੋਟਾਂ ਦੌਰਾਨ ਸਫਲ ਉਮੀਦਵਾਰ ਨੂੰ 5765 ਵੋਟਾਂ ਮਿਲੀਆਂ ਜਦੋਂ ਕਿ ਉਸਦੇ ਨੇੜਲੇ ਵਿਰੋਧੀ ਨੂੰ 3427 ਵੋਟਾਂ ਮਿਲੀਆਂ। ਸਫਲ ਉਮੀਦਵਾਰ, ਆਪਣੇ ਵਿਰੋਧੀ ਤੋਂ ਕਿੰਨੀਆਂ ਵੋਟਾਂ ਦੇ ਫਰਕ ਨਾਲ ਜਿੱਤਿਆ?

ਹੱਲ :

$$\begin{aligned} \text{ਸਫਲ ਉਮੀਦਵਾਰ ਵੱਲੋਂ ਪ੍ਰਾਪਤ ਵੋਟਾਂ} &= 5765 \\ \text{ਵਿਰੋਧੀ ਉਮੀਦਵਾਰ ਵੱਲੋਂ ਪ੍ਰਾਪਤ ਵੋਟਾਂ} &= 3427 \\ \text{ਅੰਤਰ} &= 5765 - 3427 \\ &= 2338 \text{ ਵੋਟਾਂ} \end{aligned}$$

ਇਸ ਲਈ, ਸਫਲ ਉਮੀਦਵਾਰ ਆਪਣੇ ਵਿਰੋਧੀ ਤੋਂ 2338 ਵੋਟਾਂ ਦੇ ਫਰਕ ਨਾਲ ਜਿੱਤਿਆ।

ਉਦਾਹਰਨ 16. ਕਿਸੇ ਸ਼ਹਿਰ ਵਿੱਚ ਇੱਕ ਅਖ਼ਬਾਰ ਰੋਜ਼ਾਨਾ ਛਪਦਾ ਹੈ। ਅਖ਼ਬਾਰ ਦੀ ਇੱਕ ਕਾਪੀ ਵਿੱਚ 13 ਪੰਨੇ ਹਨ ਅਤੇ ਰੋਜ਼ਾਨਾ 11980 ਕਾਪੀਆਂ ਛਪਦੀਆਂ ਹਨ। ਦੱਸੋ ਰੋਜ਼ਾਨਾ ਕੁੱਲ ਕਿੰਨੇ ਪੰਨੇ ਛਪਦੇ ਹਨ?

ਹੱਲ :

$$\begin{aligned} \text{ਅਖ਼ਬਾਰ ਦੀ ਹਰੇਕ ਕਾਪੀ ਵਿੱਚ ਪੰਨੇ} &= 13 \\ 1980 \text{ ਕਾਪੀਆਂ ਵਿੱਚ ਪੰਨੇ} &= 11980 \times 13 = 1155740 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r} 11980 \\ \times 13 \\ \hline 35940 \\ 119800 \\ \hline 155740 \end{array}$$

ਇਸ ਲਈ ਰੋਜ਼ਾਨਾ 1,55,740 ਪੰਨੇ ਛਪਦੇ ਹਨ।

ਉਦਾਹਰਨ 17. ਕਿਸੇ ਦੁਕਾਨਦਾਰ ਕੋਲ 48000 ਸ਼ੀਟਾਂ ਹਨ। ਉਹ ਇਹਨਾਂ ਦੇ ਰਿਮ ਬਣਾ ਕੇ ਰੱਖਣਾ ਚਾਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਇੱਕ ਰਿਮ ਵਿੱਚ 480 ਸ਼ੀਟਾਂ ਹਨ। ਕਿੰਨੇ ਰਿਮ ਬਣਾਏ ਜਾ ਸਕਦੇ ਹਨ?

ਹੱਲ :

$$\begin{aligned} \text{ਕੁੱਲ ਸ਼ੀਟਾਂ} &= 48000 \\ \text{ਇੱਕ ਰਿਮ ਵਿੱਚ ਸ਼ੀਟਾਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ} &= 480 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ਰਿਮ ਦੀ ਗਿਣਤੀ} &= \text{ਕੁੱਲ ਸ਼ੀਟਾਂ} \div \text{ਇੱਕ ਰਿਮ ਵਿੱਚ ਸ਼ੀਟਾਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ} \\ &= 48000 \div 480 \\ &= 100 \text{ ਰਿਮ} \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r} 100 \\ 480 \overline{) 48000} \\ \underline{- 480} \\ 000 \\ \underline{- 0} \\ 000 \\ \underline{- 0} \\ 0 \end{array}$$

ਉਦਾਹਰਨ 18. ਕਿਸੇ ਬਰਤਨ ਵਿੱਚ 4 ਲਿਟਰ 650 ਮਿ.ਲੀ ਦਹੀਂ ਹੈ। ਇਸਨੂੰ 25 ਮਿ.ਲੀ ਸਮਰੱਥਾ ਵਾਲੇ ਕਿੰਨੇ ਗਿਲਾਸਾਂ ਵਿੱਚ ਭਰਿਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ?

ਹੱਲ : ਦਹੀਂ ਵਾਲੇ ਬਰਤਨ ਦੀ ਸਮਰੱਥਾ = 4 ਲਿਟਰ 650 ਮਿ.ਲੀ.

$$= 4 \times 1000 \text{ ਮਿ.ਲੀ.} + 650 \text{ ਮਿ.ਲੀ.} [\because 1 \text{ ਲਿ} = 1000 \text{ ਮਿ. ਲੀ.}]$$

$$= 4000 \text{ ਮਿ.ਲੀ.} + 650 \text{ ਮਿ.ਲੀ.}$$

$$= 4650 \text{ ਮਿ.ਲੀ.}$$

$$\text{ਇੱਕ ਗਲਾਸ ਦੀ ਸਮਰੱਥਾ} = 25 \text{ ਮਿ.ਲੀ.}$$

$$\text{ਗਿਲਾਸਾਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ} = \text{ਦਹੀਂ ਦੀ ਮਾਤਰਾ} \div \text{ਗਲਾਸ ਦੀ ਸਮਰੱਥਾ}$$

$$= 4650 \text{ ਮਿ.ਲੀ.} \div 25 \text{ ਮਿ.ਲੀ.}$$

$$= 186$$

4 ਲਿਟਰ 650 ਮਿ.ਲੀ. ਦਹੀਂ ਨੂੰ 25 ਮਿ.ਲੀ. ਵਾਲੇ ਕੁੱਲ 186 ਗਲਾਸਾਂ ਵਿੱਚ ਭਰਿਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ।

$$\begin{array}{r} 186 \\ 25 \overline{) 4650} \\ \underline{- 25} \\ 215 \\ \underline{- 200} \\ 150 \\ \underline{- 150} \\ 0 \end{array}$$

ਸਭਿਅਤਾ

1.2

- ਹੇਠ ਲਿਖਿਆਂ ਮਾਪਾਂ ਨੂੰ ਦੱਸੋ ਅਨੁਸਾਰ ਬਦਲੋ।
 - 5 ਕਿਲੋਮੀਟਰ ਨੂੰ ਮੀਟਰ ਵਿੱਚ
 - 35 ਕਿਲੋਮੀਟਰ ਨੂੰ ਮੀਟਰ ਵਿੱਚ
 - 2000 ਮਿਲੀਗ੍ਰਾਮ ਨੂੰ ਗ੍ਰਾਮ ਵਿੱਚ
 - 500 ਡੈਸੀਗ੍ਰਾਮ ਨੂੰ ਗ੍ਰਾਮ ਵਿੱਚ
 - 2000 ਮਿ.ਲੀ ਨੂੰ ਲਿਟਰ ਵਿੱਚ
 - 12 ਕਿਲੋਮੀਟਰ ਨੂੰ ਮੀਟਰ ਵਿੱਚ
- ਚੋਣਾਂ ਵਿੱਚ ਸਫ਼ਲ ਉਮੀਦਵਾਰ ਨੂੰ 6317 ਵੋਟਾਂ ਮਿਲੀਆਂ ਜਦੋਂ ਕਿ ਨੇੜਲੇ ਵਿਰੋਧੀ ਉਮੀਦਵਾਰ ਨੂੰ 3761 ਵੋਟਾਂ ਮਿਲੀਆਂ। ਸਫ਼ਲ ਉਮੀਦਵਾਰ ਨੇ ਆਪਣੇ ਵਿਰੋਧੀ ਨੂੰ ਕਿੰਨੇ ਫ਼ਰਕ ਨਾਲ ਹਰਾਇਆ?
- ਇੱਕ ਮਹੀਨਾਵਾਰ ਰਸਾਲਾ ਜੋ ਕਿ 20 ਤਰੀਖ ਨੂੰ ਛਪਦਾ ਹੈ, ਦੇ 37 ਪੰਨੇ ਹਨ। ਇੱਕ ਮਹੀਨੇ 23791 ਕਾਪੀਆਂ ਦੀ ਛਪਾਈ ਹੋਈ। ਦੱਸੋ ਕੁੱਲ ਕਿੰਨੇ ਪੰਨੇ ਛਾਪੇ ਗਏ?
- ਇੱਕ ਦੁਕਾਨਦਾਰ ਕੋਲ 37 ਰਿਮ ਹਨ। ਇੱਕ ਰਿਮ ਵਿੱਚ 480 ਸ਼ੀਟਾਂ ਹਨ ਅਤੇ ਉਹ ਵੇਚਣ ਲਈ ਦਸਤੇ (Quire) ਬਣਾਉਣਾ ਚਾਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਇੱਕ ਦਸਤੇ ਵਿੱਚ 24 ਸ਼ੀਟਾਂ ਹਨ। ਕਿੰਨੇ ਦਸਤੇ ਬਣਾਏ ਜਾ ਸਕਦੇ ਹਨ?
- ਵੀਰਪਾਲ ਮਹਿਮਾਨਾਂ ਨੂੰ 250 ਮਿ.ਲੀ ਸਮਰੱਥਾ ਵਾਲੇ ਗਲਾਸਾਂ ਵਿੱਚ ਦੁੱਧ ਵਰਤਾ ਰਹੀ ਹੈ। ਮੰਨ ਲਓ ਕਿ ਗਲਾਸ ਆਪਣੀ ਕੁੱਲ ਸਮਰੱਥਾ ਤੱਕ ਭਰੇ ਹਨ ਅਤੇ ਕੁੱਲ 5 ਲਿਟਰ ਦੁੱਧ ਵਰਤ ਲਿਆ ਗਿਆ। ਕਿੰਨੇ ਮਹਿਮਾਨਾਂ ਨੂੰ ਦੁੱਧ ਵਰਤਾਇਆ ਗਿਆ?
- ਦਵਾਈਆਂ ਦੇ ਇੱਕ ਬਕਸੇ ਵਿੱਚ 20 ਮਿਲੀਗ੍ਰਾਮ ਪ੍ਰਤੀ ਗੋਲੀ ਭਾਰ ਵਾਲੀਆਂ 2,00,000 ਗੋਲੀਆਂ ਹਨ। ਬਕਸੇ ਵਿੱਚ ਗੋਲੀਆਂ ਦਾ ਕੁੱਲ ਭਾਰ ਕੀ ਹੈ?
- ਇੱਕ ਪੁਸਤਕ ਵਿਕਰੇਤਾ ਨੇ ਜੂਨ ਦੇ ਪਹਿਲੇ ਹਫ਼ਤੇ ਦੋ ਲੱਖ ਪਚਾਸੀ ਹਜ਼ਾਰ ਇਕਾਨਵੇਂ ਪੁਸਤਕਾਂ ਦੀ ਵਿਕਰੀ ਕੀਤੀ ਅਤੇ ਜੂਨ ਦੇ ਦੂਜੇ ਹਫ਼ਤੇ ਚਾਰ ਲੱਖ ਸੱਤ ਸੌ ਅਠਾਹਠ ਪੁਸਤਕਾਂ ਦੀ ਵਿਕਰੀ ਕੀਤੀ। ਦੋਨਾਂ ਹਫ਼ਤਿਆਂ ਦੀ ਕੁੱਲ ਕਿੰਨੀ ਵਿਕਰੀ ਹੋਈ?
- ਇੱਕ ਮਸ਼ਹੂਰ ਕ੍ਰਿਕੇਟ ਖਿਡਾਰੀ ਨੇ ਹੁਣ ਤੱਕ 6978 ਦੌੜਾਂ ਬਣਾਈਆਂ ਹਨ ਅਤੇ ਉਸਦੀ ਇੱਛਾ 10,000 ਦੌੜਾਂ ਬਣਾਉਣ ਦੀ ਹੈ। ਉਸਨੂੰ ਹੋਰ ਕਿੰਨੀਆਂ ਦੌੜਾਂ ਬਣਾਉਣੀਆਂ ਪੈਣਗੀਆਂ?

9. ਸੁਰਿੰਦਰ ਕੋਲ ₹78592 ਹਨ। ਉਸਨੇ ₹1234 ਵਾਲੇ 39 ਰੇਡੀਓ ਸੈੱਟ ਦਾ ਆਰਡਰ ਦਿੱਤਾ। ਰੇਡੀਓ ਖਰੀਦਣ ਤੋਂ ਬਾਅਦ ਉਸ ਕੋਲ ਕਿੰਨੀ ਰਾਸ਼ੀ ਬਾਕੀ ਬਚੇਗੀ?
10. ਇੱਕ ਬਰਤਨ ਵਿੱਚ 3 ਲਿਟਰ 650 ਮਿ.ਲੀ. ਦਰੀਂ ਹੈ। 25 ਮਿ.ਲੀ. ਸਮਰੱਥਾ ਵਾਲੇ ਕਿੰਨੇ ਗਿਲਾਸਾਂ ਵਿੱਚ ਇਸਨੂੰ ਭਰਿਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ?

1.7 ਬਰੈਕਟਾਂ ਦੀ ਵਰਤੋਂ (Use of Brackets)

ਬਰੈਕਟ ਸੰਕੇਤਾਂ ਦਾ ਇੱਕ ਜੋੜਾ ਹੈ ਜੋ ਕਿ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਇਕੱਠੇ ਰੱਖਦਾ ਹੈ ਅਤੇ ਕਥਨਾਂ ਨੂੰ ਸਿੱਧੇ ਲਿਖਣ ਵਿੱਚ ਸਹਾਈ ਹੈ।

ਅਕਸਰ ਵਰਤੀਆਂ ਜਾਣ ਵਾਲੀਆਂ ਬਰੈਕਟਾਂ

() : ਆਮ ਬਰੈਕਟ

{ } : ਘੁੰਢੀਦਾਰ ਬਰੈਕਟ

[] : ਵਰਗ ਬਰੈਕਟ/ਸੂਕੇਅਰ ਬਰੈਕਟ/ਬਾਕਸ ਬਰੈਕਟ

ਇੱਥੇ ਅਸੀਂ ਆਮ ਬਰੈਕਟ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਬਾਰੇ ਗੱਲ ਕਰਾਂਗੇ।

ਜਿਵੇਂ ਮੰਨ ਲਉ “3 ਅਤੇ 7 ਦੀ ਜੋੜ ਦੀ 4” ਨਾਲ ਗੁਣਾ

ਬਰੈਕਟ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਕੇ ਅਸੀਂ ਲਿਖ ਸਕਦੇ ਹਾਂ $= 4 \times (3 + 7)$

ਬਰੈਕਟ ਨਾਲ ਜੁੜੀਆਂ ਉਦਾਹਰਨਾਂ ਹੇਠਾਂ ਲਿਖੀਆਂ ਹਨ।

ਉਦਾਹਰਨ 19. ਬਰੈਕਟਾਂ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਦੇ ਹੋਏ ਹੇਠ ਦਿੱਤੇ ਕਥਨਾਂ ਲਈ ਵਿਅੰਜਕ ਲਿਖੋ ਅਤੇ ਫਿਰ ਸਰਲ ਕਰੋ।

(a) ਤਿੰਨ ਅਤੇ ਚਾਰ ਦੇ ਜੋੜਫਲ ਦੀ ਸੱਤ ਨਾਲ ਗੁਣਾ

(b) ਨੌ ਅਤੇ ਚਾਰ ਦੇ ਜੋੜਫਲ ਦੀ ਛੇ ਨਾਲ ਗੁਣਾ

(c) ਅਠਾਰਾਂ ਅਤੇ ਛੇ ਦੇ ਅੰਤਰ ਦੀ ਚਾਰ ਨਾਲ ਵੰਡ

ਹੱਲ : (a) $(3 + 4) \times 7 = 7 \times 7 = 49$

(b) $(9 + 4) \times 6 = 13 \times 6 = 78$

(c) $(18 - 6) \div 4 = 12 \div 4 = 3$

1.7.1 ਬਰੈਕਟਾਂ ਦਾ ਪ੍ਰਸਾਰ (Expanding Brackets)

ਬਰੈਕਟਾਂ ਦੇ ਪ੍ਰਸਾਰ ਲਈ ਸਾਨੂੰ ਵਿਤਰਣ ਗੁਣ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਨੀ ਪਵੇਗੀ। ਵਿਤਰਣ ਗੁਣ ਅਨੁਸਾਰ ਬਰੈਕਟ ਤੋਂ ਬਾਹਰ ਵਾਲੀਆਂ ਸੰਖਿਆ ਅੰਦਰ ਵਾਲੀ ਹਰੇਕ ਪਦ (ਸੰਖਿਆ) ਦੇ ਨਾਲ ਇੱਕੋ ਜਿਹਾ ਸੰਚਾਲਨ ਕਰਦੀ ਹੈ। ਜਿਵੇਂ ਕਿ ਹੇਠਾਂ ਦੱਸਿਆ ਗਿਆ ਹੈ।

$$a(b+c) = ab + ac$$

$$a(b-c) = ab - ac$$

ਉਦਾਹਰਨ 20. ਬਰੈਕਟਾਂ ਦੇ ਪ੍ਰਸਾਰ ਕਰਕੇ ਹੱਲ ਕਰੋ।

(a) $7 \times (3 + 4)$ (b) $(9 + 4) \times 6$ (c) $(20 - 8) \div 4$

ਹੱਲ : (a) $7 \times (3 + 4) = 7 \times 3 + 7 \times 4$
 $= 21 + 28$
 $= 49$

(b) $(9 + 4) \times 6 = 9 \times 6 + 4 \times 6$
 $= 54 + 24$
 $= 78$

(c) $(20 - 8) \div 4 = (20 \div 4) - (8 \div 4)$
 $= 5 - 2$
 $= 3$

ਉਦਾਹਰਨ 21. ਸਰਲ ਕਰੋ।

(a) 8×107 (b) 14×108

ਹੱਲ :

$$\begin{aligned} \text{(a)} \quad 8 \times 107 &= 8 \times (100 + 7) \\ &= 8 \times 100 + 8 \times 7 \\ &= 800 + 56 \\ &= 856 \\ \text{(b)} \quad 14 \times 108 &= (10 + 4) \times 108 \\ &= 10 \times 108 + 4 \times 108 \\ &= 10 \times (100 + 8) + 4 \times (100 + 8) \\ &= 10 \times 100 + 10 \times 8 + 4 \times 100 + 4 \times 8 \\ &= 1000 + 80 + 400 + 32 \\ &= 1000 + 400 + 80 + 32 \\ &= 1512 \end{aligned}$$

ਮਭਿਮਾਸ

1.3

1. ਹੇਠ ਲਿਖਿਆਂ 'ਚੋਂ ਹਰੇਕ ਨੂੰ ਸਰਲ ਕਰੋ।

- (a) 13×104 (b) 102×105 (c) 6×107
 (d) 16×106 (e) 201×205 (f) 22×102
 (g) $6 \times (4 + 3)$ (h) $(17 - 9) \times 3$ (i) $(20 + 4) \div 2$



ਬਹੁ ਵਿਕਲਪੀ ਪ੍ਰਸ਼ਨ

1. ਅੰਕਾਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ ਹੈ।

- (a) 9 (b) 10 (c) 8 (d) ਅਨੰਤ

2. 1,5,2,9 ਨੂੰ ਇੱਕ ਵਾਰ ਵਰਤ ਕੇ ਬਣੀ 4 ਅੰਕਾਂ ਦੀ ਵੱਡੀ ਤੋਂ ਵੱਡੀ ਸੰਖਿਆ ਹੈ।

- (a) 9215 (b) 9512 (c) 5912 (d) 9521

3. 2,0,3,7 ਨੂੰ ਇੱਕ ਵਾਰ ਵਰਤ ਕੇ ਬਣੀ 4 ਅੰਕਾਂ ਦੀ ਛੋਟੀ ਤੋਂ ਛੋਟੀ ਸੰਖਿਆ ਹੈ।

- (a) 0237 (b) 2037 (c) 7320 (d) 7023

4. ਹੇਠ ਲਿਖਿਆਂ ਵਿੱਚੋਂ ਕਿਹੜੇ ਵੱਧਦੇ ਕ੍ਰਮ ਵਿੱਚ ਹਨ?

- (a) 217, 271, 127, 721 (b) 217, 127, 721, 271
 (c) 127, 217, 271, 721 (d) 721, 271, 217, 127

5. 23408 ਵਿੱਚ ਅੰਕ 4 ਦਾ ਅੰਕਿਤ ਮੁੱਲ ਕੀ ਹੈ?
(a) 4 (b) 400 (c) 40 (d) 468
6. 4123 ਵਿੱਚ ਅੰਕ 2 ਦਾ ਸਥਾਨਕ ਮੁੱਲ ਕੀ ਹੋਵੇਗਾ?
(a) 23 (b) 2 (c) 20 (d) 200
7. 76542 ਵਿੱਚ ਅੰਕ 5 ਦੇ ਸਥਾਨਕ ਅਤੇ ਅੰਕਿਤ ਮੁੱਲ ਦਾ ਅੰਤਰ ਕੀ ਹੈ?
(a) 537 (b) 45 (c) 0 (d) 495
8. $5 \times 10000 + 3 \times 100 + 2 \times 10 + 2 = \dots\dots\dots$
(a) 5322 (b) 53022 (c) 50322 (d) 53202
9. ਚਾਰ ਲੱਖ ਦੋ ਹਜ਼ਾਰ ਤਿੰਨ ਸੌ ਪੰਜਾਹ = $\dots\dots\dots$
(a) 42351 (b) 402351 (c) 420351 (d) 4002351
10. 4 ਅੰਕਾਂ ਵਾਲੀਆਂ ਕੁੱਲ ਕਿੰਨੀਆਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਹਨ?
(a) 9999 (b) 9900 (c) 9000 (d) 9990
11. ਸਤਾਰਾਂ ਮਿਲੀਅਨ ਚੋਵੀ ਹਜ਼ਾਰ ਚੁਰੰਜਾ = $\dots\dots\dots$
(a) 172454 (b) 170024054
(c) 170240054 (d) 17024054
12. 1 ਕਰੋੜ = $\dots\dots\dots$ ਮਿਲੀਅਨ
(a) 1 (b) 10 (c) 100 (d) 1000
13. $(9 - 4) \times 6 = \dots\dots\dots$
(a) 30 (b) 54 (c) 78 (d) 64



● ਸਿੱਖਣ ਦੇ ਪਰਿਣਾਮ ●

ਇਸ ਅਧਿਆਇ ਦੀ ਪੂਰਨਤਾ ਦੇ ਬਾਅਦ, ਵਿਦਿਆਰਥੀ

- ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਭਾਰਤੀ ਅਤੇ ਅੰਤਰਰਾਸ਼ਟਰੀ ਪ੍ਰਣਾਲੀ ਅਨੁਸਾਰ ਪੜ੍ਹ ਅਤੇ ਲਿਖ ਸਕਣਗੇ।
- ਰੋਜ਼ਾਨਾ ਜੀਵਨ ਵਿੱਚ ਗਣਿਤਕ ਸਮੱਸਿਆਵਾਂ ਹੱਲ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹਨ।
- ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਉੱਪਰ ਮੁੱਢਲੀਆਂ ਕਿਰਿਆਵਾਂ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹਨ ਅਤੇ ਰੋਜ਼ਾਨਾ ਜੀਵਨ ਵਿੱਚ ਵੀ ਵਰਤ ਸਕਦੇ ਹਨ।
- ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੀ ਆਪਸ ਵਿੱਚ ਤੁਲਨਾ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹਨ।
- ਗਣਿਤ ਦੀਆਂ ਸਮੱਸਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਹੱਲ ਕਰਦੇ ਸਮੇਂ ਬਰੈਕਟਾਂ ਦਾ ਪ੍ਰਯੋਗ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹਨ।



ਅਭਿਆਸ 1.1

1. (a) ਸਭ ਤੋਂ ਛੋਟੀ = 30495 (b) ਸਭ ਤੋਂ ਛੋਟੀ = 10029
ਸਭ ਤੋਂ ਵੱਡੀ = 30945 ਸਭ ਤੋਂ ਵੱਡੀ = 10920
2. (a) 3953, 5231, 6089, 6098 (b) 75003, 60632, 20051, 7600
(b) 6073, 7392, 49905, 58904 (b) 3289, 2934, 2834, 667
(c) 9801, 25751, 36501, 38802 (c) 92547, 88715, 45321, 1971
4. (a) 6432, 2346 (b) 9730, 3079
(c) 5430, 3045 (d) 7321, 1237
5. (a) 7732, 2237 (b) 5530, 3005
(c) 3320, 2003 (d) 4431, 1134
(e) 8852, 2258 (f) 3321, 1123

ਸੰਖਿਆ	ਕਰੋੜ		ਲੱਖ		ਹਜ਼ਾਰ		ਇਕਾਈ		
	ਦੱਸ ਕਰੋੜ	ਕਰੋੜ	ਦੱਸ ਲੱਖ	ਲੱਖ	ਦੱਸ ਹਜ਼ਾਰ	ਹਜ਼ਾਰ	ਸੈਂਕੜਾ	ਦਹਾਈ	ਇਕਾਈ
	(10,00,00,000)	(1,00,00,000)	(10,00,000)	(1,00,000)	(10,000)	(1,000)	(100)	(10)	(1)
(a) 638975				6	3	8	9	7	5
(b) 84321					8	4	3	2	1
(c) 29061058		2	9	0	6	1	0	5	8
(d) 60003608		6	0	0	0	3	6	0	8

7. (a) 9,86,06,873
ਨੌਂ ਕਰੋੜ ਛਿਆਸੀ ਲੱਖ ਛੇ ਹਜ਼ਾਰ ਅੱਠ ਸੌ ਤਿੱਹਤਰ
- (b) 76,35,172
ਛਿੱਹਤਰ ਲੱਖ ਪੈਂਤੀ ਹਜ਼ਾਰ ਇੱਕ ਸੌ ਬਹੱਤਰ
- (c) 8,97,00,057
ਅੱਠ ਕਰੋੜ ਸਤਾਨਵੇਂ ਲੱਖ ਸਤਵੰਜਾ
- (d) 8,93,22,602
ਅੱਠ ਕਰੋੜ ਤਰਾਨਵੇਂ ਲੱਖ ਬਾਈ ਹਜ਼ਾਰ ਛੇ ਸੌ ਦੋ
- (e) 45,03,217
ਪੰਤਾਲੀ ਲੱਖ ਤਿੰਨ ਹਜ਼ਾਰ ਦੋ ਸੌ ਸਤਾਰਾਂ
- (f) 9,00,32,045
ਨੌਂ ਕਰੋੜ ਬੱਤੀ ਹਜ਼ਾਰ ਪੰਤਾਲੀ

8. (a) 89,832,081
ਉਨਾਨਵੇ ਮਿਲੀਅਨ ਅੱਠ ਸੌ ਬੱਤੀ ਹਜ਼ਾਰ ਇਕਾਸੀ
(b) 6,543,374
ਛੇ ਮਿਲੀਅਨ ਪੰਜ ਸੌ ਤਰਤਾਲੀ ਹਜ਼ਾਰ ਤਿੰਨ ਸੌ ਚੁਹੱਤਰ
(c) 88,976,306
ਅਠਾਸੀ ਮਿਲੀਅਨ ਨੌਂ ਸੌ ਛਿਹੱਤਰ ਹਜ਼ਾਰ ਤਿੰਨ ਸੌ ਛੇ
(d) 9,860,001
ਨੌਂ ਮਿਲੀਅਨ ਅੱਠ ਸੌ ਸੱਠ ਹਜ਼ਾਰ ਇੱਕ
(e) 90,032,045
ਨਬੇ ਮਿਲੀਅਨ ਬੱਤੀ ਹਜ਼ਾਰ ਪੰਤਾਲੀ
(f) 4,503,217
ਚਾਰ ਮਿਲੀਅਨ ਪੰਜ ਸੌ ਤਿੰਨ ਹਜ਼ਾਰ ਦੋ ਸੌ ਸਤਾਰਾਂ
9. (a) 7,54,000 (b) 9,53,74,523 (c) 647,525
(d) 72,332, 112 (e) 58,423,202 (f) 23,30,010

10. 90000000

11. (a) ਦਸ (b) ਦਸ (c) ਦਸ
(d) ਦਸ (e) ਦਸ

ਅਭਿਆਸ 1.2

1. (a) 5000ਮੀ. (b) 35000 ਮੀ. (c) 2 ਗ੍ਰਾਮ
(d) 50 ਗ੍ਰਾਮ (e) 2 ਲਿਟਰ (f) 12000 ਮੀ.
2. 2556 3. 880267 4. 740 5. 20 6. 4 ਕਿਲੋਗ੍ਰਾਮ
7. 685859 8. 3022 9. 30466 10. 146

ਅਭਿਆਸ 1.3

1. (a) 1352 (b) 10710 (c) 642 (d) 1696 (e) 41205
(f) 2244 (g) 42 (h) 24 (i) 12

ਬਹੁ-ਵਿਕਲਪੀ ਪ੍ਰਸ਼ਨ

- (1) b (2) d (3) b (4) c (5) a
(6) c (7) d (8) c (9) b (10) c
(11) d (12) b (13) a





2

ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ (Whole Numbers)



ਉਦੇਸ਼

ਇਸ ਅਧਿਆਇ ਵਿੱਚ ਤੁਸੀਂ ਸਿੱਖੋਗੇ:

- ਪ੍ਰਾਕ੍ਰਿਤਕ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਤੋਂ ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਤੱਕ (ਪ੍ਰਸਾਰਿਤ) ਵਿਸਥਾਰਿਤ ਸੰਖਿਆ-ਪ੍ਰਣਾਲੀ ਨੂੰ ਸਮਝਣਾ।
- ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਸੰਖਿਆ ਰੇਖਾ 'ਤੇ ਦਰਸਾਉਣਾ ਅਤੇ ਸੰਖਿਆ ਰੇਖਾ 'ਤੇ ਕੰਮ ਕਰਨਾ।

2.1 ਜਾਣ ਪਛਾਣ (Introduction)

ਅਸੀਂ ਪਹਿਲਾਂ ਹੀ ਪ੍ਰਾਕ੍ਰਿਤਕ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਬਾਰੇ ਪੜ੍ਹ ਚੁੱਕੇ ਹਾਂ, ਭਾਵ 1, 2, 3, 4, 5 ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਗਿਣਤੀ ਨੂੰ ਪ੍ਰਾਕ੍ਰਿਤਕ ਸੰਖਿਆਵਾਂ (N) ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਜੇ ਛੇਵੀਂ ਜਮਾਤ ਵਿੱਚ ਚਾਲੀ ਵਿਦਿਆਰਥੀ ਮੌਜੂਦ ਹਨ ਅਤੇ ਇਹ ਸਾਰੇ ਵਿਦਿਆਰਥੀ ਖੇਡ ਦੇ ਮੈਦਾਨ ਵਿੱਚ ਖੇਡਾਂ ਖੇਡਣ ਲਈ ਗਏ, ਫਿਰ ਕਿੰਨੇ ਵਿਦਿਆਰਥੀ ਜਮਾਤ ਵਿੱਚ ਪਿੱਛੇ ਰਹਿ ਗਏ? ਤੁਹਾਡਾ ਜਵਾਬ ਹੋਵੇਗਾ ਕੋਈ ਵਿਦਿਆਰਥੀ ਜਮਾਤ ਵਿੱਚ ਮੌਜੂਦ ਨਹੀਂ ਹੈ। ਇਸ ਸਥਿਤੀ ਵਿੱਚ ਅਸੀਂ ਕਹਿੰਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਸਿਫਰ ("0") ਵਿਦਿਆਰਥੀ ਜਮਾਤ ਵਿੱਚ ਮੌਜੂਦ ਹੈ।

ਗਿਣਤੀ ਜਾਂ ਪ੍ਰਾਕ੍ਰਿਤਕ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਭਾਵ 1, 2, 3, 4, 5 ਦੇ ਸੰਖਿਆ '0' ਨਾਲ ਇਕੱਠ ਨੂੰ ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਆਖਦੇ ਹਨ।

ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ W ਨਾਲ ਦਰਸਾਈਆਂ ਜਾਂਦੀਆਂ ਹਨ।

ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ $W = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, \dots\}$

2.2. ਪ੍ਰਾਕ੍ਰਿਤਕ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਅਤੇ ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਵਿੱਚ ਸੰਬੰਧ

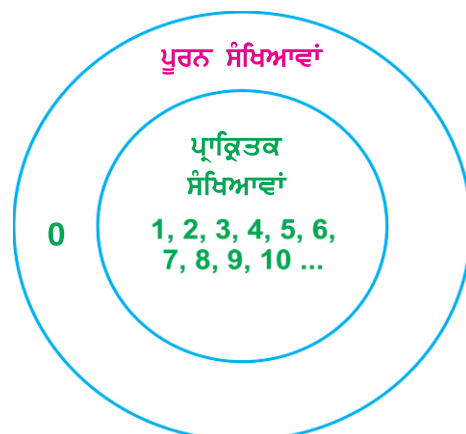
(Relation between Natural Numbers and Whole Numbers)

$N = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, \dots\}$

$W = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, \dots\}$

ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੇ ਇਕੱਠ ਵਿੱਚ ਸਾਰੀਆਂ ਪ੍ਰਾਕ੍ਰਿਤਕ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਸ਼ਾਮਿਲ ਹਨ।

- ਸਾਰੀਆਂ ਪ੍ਰਾਕ੍ਰਿਤਕ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਹਨ।
- ਸਾਰੀਆਂ ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਪ੍ਰਾਕ੍ਰਿਤਕ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨਹੀਂ ਹਨ।



(ਕਿਉਂਕਿ '0' ਇੱਕ ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਹੈ ਪਰ ਪ੍ਰਾਕ੍ਰਿਤਕ ਸੰਖਿਆ ਨਹੀਂ ਹੈ)

- ਸਭ ਤੋਂ ਛੋਟੀ ਪ੍ਰਾਕ੍ਰਿਤਕ ਸੰਖਿਆ 1 ਹੈ।
- ਸਭ ਤੋਂ ਛੋਟੀ ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ 0 ਹੈ।
- ਸਭ ਤੋਂ ਵੱਡੀ ਪ੍ਰਾਕ੍ਰਿਤਕ ਸੰਖਿਆ ਲਿਖੀ ਨਹੀਂ ਜਾ ਸਕਦੀ ਕਿਉਂਕਿ ਕਿਸੇ ਪ੍ਰਾਕ੍ਰਿਤਕ ਸੰਖਿਆ ਵਿੱਚ 1 ਜੋੜਨ ਨਾਲ ਅਸੀਂ ਉਸ ਤੋਂ ਵੱਡੀ ਪ੍ਰਾਕ੍ਰਿਤਕ ਸੰਖਿਆ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰਦੇ ਹਾਂ।
- ਸਭ ਤੋਂ ਵੱਡੀ ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਪ੍ਰਾਪਤ ਨਹੀਂ ਕੀਤੀ ਜਾ ਸਕਦੀ ਕਿਉਂਕਿ ਕਿਸੇ ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਵਿੱਚ 1 ਜੋੜਨ ਨਾਲ ਅਸੀਂ ਉਸ ਤੋਂ ਵੱਡੀ ਸੰਖਿਆ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰਦੇ ਹਾਂ।

2.3 ਇੱਕ ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਦੇ ਅਗੇਤਰ ਅਤੇ ਪਿਛੇਤਰ (Successor and Predecessor of a Whole Number)

ਅਗੇਤਰ (Successor) : ਇੱਕ ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਦਾ ਅਗੇਤਰ ਉਸ ਵਿੱਚ 1 ਜੋੜ ਕੇ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕੀਤੀ ਸੰਖਿਆ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਸਪੱਸ਼ਟ ਹੈ ਕਿ 0 ਦਾ ਅਗੇਤਰ 1 ਹੈ, 1 ਦਾ ਅਗੇਤਰ 2 ਹੈ, 2 ਦਾ ਅਗੇਤਰ 3 ਹੈ ਅਤੇ ਇਸੇ ਤਰ੍ਹਾਂ ਹਰੇਕ ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਦਾ ਅਗੇਤਰ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

ਪਿਛੇਤਰ (Predecessor) : ਇੱਕ ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਦਾ ਪਿਛੇਤਰ ਦਿੱਤੀ ਸੰਖਿਆ ਨਾਲੋਂ 1 ਘੱਟ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਸਪੱਸ਼ਟ ਹੈ 2 ਦਾ ਪਿਛੇਤਰ 1 ਹੈ, 1 ਦਾ ਪਿਛੇਤਰ 0 ਹੈ, ਪਰ ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਵਿੱਚ 0 ਦਾ ਕੋਈ ਵੀ ਪਿਛੇਤਰ ਨਹੀਂ ਹੁੰਦਾ। '0' ਤੋਂ ਇਲਾਵਾ ਹਰੇਕ ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਦਾ ਪਿਛੇਤਰ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

ਉਦਾਹਰਨ 1. ਅਗੇਤਰ ਲਿਖੋ:

	(a) 40099	(b) 1000
ਹੱਲ	(a) 40099 ਦਾ ਅਗੇਤਰ	= $40099 + 1$ = 40100
	(b) 1000 ਦਾ ਅਗੇਤਰ	= $1000 + 1$ = 1001

ਉਦਾਹਰਨ 2. ਪਿਛੇਤਰ ਲਿਖੋ:

	(a) 10000	(b) 20099
ਹੱਲ	(a) 10000 ਦਾ ਪਿਛੇਤਰ	= $10000 - 1$ = 9999
	(b) 20099 ਦਾ ਪਿਛੇਤਰ	= $20099 - 1$ = 20098

2.4 ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਸੰਖਿਆ ਰੇਖਾ 'ਤੇ ਦਰਸਾਉਣਾ (Representation of Whole Numbers on Number Line)

ਇੱਕ ਰੇਖਾ ਖਿੱਚੋ। ਇਸ ਉੱਤੇ ਇੱਕ ਬਿੰਦੂ ਲਓ। ਇਸ ਨੂੰ '0' ਦਾ ਨਾਮ ਦਿਓ। 0 ਦੇ ਸੱਜੇ ਪਾਸੇ ਇੱਕ ਹੋਰ ਬਿੰਦੂ ਲਓ। ਉਸ ਨੂੰ 1 ਦਾ ਨਾਮ ਦਿਓ। 0 ਅਤੇ 1 ਦੇ ਨਾਲ ਦਰਸਾਏ ਇਨ੍ਹਾਂ ਬਿੰਦੂਆਂ ਦੇ ਵਿਚਕਾਰਲੀ ਦੂਰੀ ਨੂੰ ਇਕਾਈ ਦੂਰੀ ਕਹਿੰਦੇ ਹਨ। ਇਸ ਰੇਖਾ 'ਤੇ 1 ਦੇ ਸੱਜੇ ਪਾਸੇ ਅਤੇ 1 ਤੋਂ ਇਕਾਈ ਦੂਰੀ 'ਤੇ ਇੱਕ ਹੋਰ ਬਿੰਦੂ ਲਓ ਅਤੇ 2 ਦਾ ਨਾਮ ਦਿਓ। ਇਸ ਵਿਧੀ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਦੇ ਹੋਏ, ਸੰਖਿਆ ਰੇਖਾ ਉੱਤੇ ਇੱਕ ਇਕਾਈ ਦੀ ਦੂਰੀ 'ਤੇ ਬਿੰਦੂਆਂ ਨੂੰ 3, 4, 5 ਨਾਲ ਨਾਮ ਦਿਓ।



ਤੁਸੀਂ ਸੱਜੇ ਪਾਸੇ ਕਿਸੇ ਵੀ ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਤੱਕ ਇਸ ਢੰਗ ਨਾਲ ਜਾ ਸਕਦੇ ਹੋ। ਇਹ ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਲਈ ਸੰਖਿਆ ਰੇਖਾ ਹੈ।

ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੀ ਉਪਰੋਕਤ ਸੰਖਿਆ ਰੇਖਾ ਵੱਲ ਵੇਖਦਿਆਂ ਅਸੀਂ ਵੇਖਦੇ ਹਾਂ ਕਿ

- ਸਿਫਰ ('0') ਦੇ ਖੱਬੇ ਪਾਸੇ ਕੋਈ ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਨਹੀਂ ਹੈ ਅਤੇ ਸਿਫਰ ('0') ਦੇ ਸੱਜੇ ਪਾਸੇ ਹਰੇਕ ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਸਿਫਰ ('0') ਤੋਂ ਵੱਡੀ ਹੈ।
 - ਇੱਕ ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਜਿਹੜੀ ਕਿ ਦਿੱਤੀ ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਦੇ ਸੱਜੇ ਪਾਸੇ ਸਥਿਤ ਹੁੰਦੀ ਹੈ, ਦਿੱਤੀ ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਨਾਲੋਂ ਵੱਡੀ ਹੁੰਦੀ ਹੈ। ਜਿਵੇਂ ਕਿ $5 > 3$, $7 > 6$ ਅਤੇ ਇਸੇ ਤਰ੍ਹਾਂ ਅੱਗੇ ਵੀ
 - ਇੱਕ ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਜਿਹੜੀ ਕਿ ਦਿੱਤੀ ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਦੇ ਖੱਬੇ ਪਾਸੇ ਸਥਿਤ ਹੁੰਦੀ ਹੈ, ਦਿੱਤੀ ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਤੋਂ ਛੋਟੀ ਹੁੰਦੀ ਹੈ। ਜਿਵੇਂ ਕਿ $2 < 3$, $5 < 7$ ਅਤੇ ਇਸੇ ਤਰ੍ਹਾਂ ਅੱਗੇ ਵੀ
- ਸੰਖਿਆ ਰੇਖਾ ਨੂੰ ਖੜਵੇਂ ਰੂਪ (ਲੰਬਕਾਰੀ ਰੂਪ) ਵਿੱਚ ਵੀ ਖਿੱਚਿਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ।

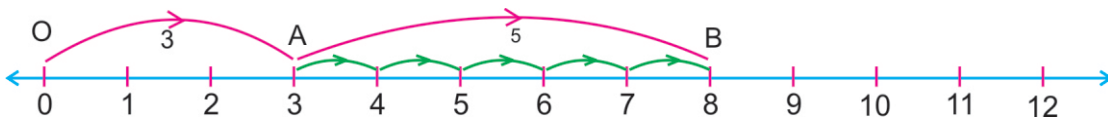
2.4.1 ਸੰਖਿਆ ਰੇਖਾ 'ਤੇ ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦਾ ਜੋੜ (Addition of Whole Numbers on number line)

ਇੱਕ ਸੰਖਿਆ ਰੇਖਾ 'ਤੇ ਦੋ ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਜੋੜਨ ਲਈ ਅਸੀਂ ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੇ ਪਗਾਂ ਦੀ ਪਾਲਣਾ ਕਰਦੇ ਹਾਂ:-

- ਇੱਕ ਸੰਖਿਆ ਰੇਖਾ ਖਿੱਚੋ ਅਤੇ ਇਸ ਉੱਤੇ ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਅੰਕਿਤ ਕਰੋ।
- ਪਹਿਲੀ ਦਿੱਤੀ ਸੰਖਿਆ ਨੂੰ ਸੰਖਿਆ ਰੇਖਾ 'ਤੇ ਅੰਕਿਤ ਕਰੋ।
- ਪਹਿਲੀ ਸੰਖਿਆ ਦੇ ਸੱਜੇ ਪਾਸੇ ਦੂਜੀ ਸੰਖਿਆ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਇਕਾਈਆਂ ਚਲੋ।
- ਪਗ 3 ਵਿੱਚ ਪ੍ਰਾਪਤ ਸੰਖਿਆ ਦੋ ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦਾ ਜੋੜ ਦਰਸਾਉਂਦੀ ਹੈ।
- ਇਸੇ ਤਰ੍ਹਾਂ, ਤਿੰਨ, ਚਾਰ ਅਤੇ ਪੰਜ ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦਾ ਜੋੜ ਲੱਭਿਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ।

ਉਦਾਹਰਨ 3 $3+5$ ਨੂੰ ਸੰਖਿਆ ਰੇਖਾ 'ਤੇ ਦਰਸਾਓ।

ਹੱਲ - ਅਸੀਂ ਇੱਕ ਸੰਖਿਆ ਰੇਖਾ ਖਿੱਚਦੇ ਹਾਂ ਅਤੇ 0 ਤੋਂ ਸੱਜੇ ਪਾਸੇ ਵੱਲ 3 ਕਦਮ ਜਾਂਦੇ ਹਾਂ ਅਤੇ ਇਸ ਬਿੰਦੂ ਨੂੰ A ਨਾਲ ਦਰਸਾਉਂਦੇ ਹਾਂ। ਹੁਣ A ਤੋਂ ਸ਼ੁਰੂ ਕਰਦਿਆਂ, ਅਸੀਂ 5 ਕਦਮ ਸੱਜੇ ਵੱਲ ਚਲਦੇ ਹਾਂ ਅਤੇ 'B' 'ਤੇ ਪਹੁੰਚਦੇ ਹਾਂ।



$$OA = 3, AB = 5, OB = 8$$

$$\text{ਇਸ ਲਈ, } OB = 3 + 5 = 8$$

2.4.2 ਇੱਕ ਸੰਖਿਆ ਰੇਖਾ 'ਤੇ ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੀ ਘਟਾਓ (Subtraction of Whole Numbers on a number line)

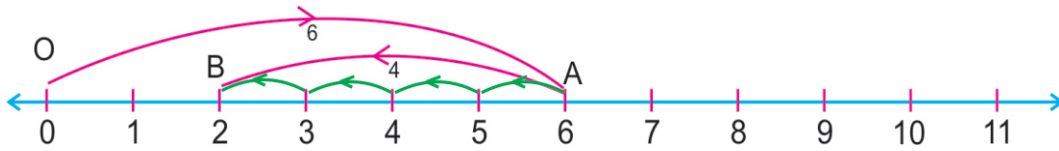
ਇੱਕ ਸੰਖਿਆ ਰੇਖਾ 'ਤੇ ਇੱਕ ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਨੂੰ ਦੂਜੀ ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਵਿੱਚੋਂ ਘਟਾਉਣ ਲਈ ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੇ ਪਗਾਂ ਦੀ ਪਾਲਣਾ ਕੀਤੀ ਜਾਂਦੀ ਹੈ:

- ਇੱਕ ਸੰਖਿਆ ਰੇਖਾ ਖਿੱਚੋ ਅਤੇ ਇਸ ਉੱਤੇ ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਅੰਕਿਤ ਕਰੋ।
- ਪਹਿਲੀ ਦਿੱਤੀ ਸੰਖਿਆ ਨੂੰ ਸੰਖਿਆ ਰੇਖਾ 'ਤੇ ਅੰਕਿਤ ਕਰੋ।
- ਪਹਿਲੀ ਸੰਖਿਆ ਤੋਂ ਸ਼ੁਰੂ ਕਰਦਿਆਂ ਪਹਿਲੀ ਸੰਖਿਆ ਦੇ ਖੱਬੇ ਪਾਸੇ ਦੂਜੀ ਸੰਖਿਆ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਇਕਾਈਆਂ ਹਨ।
- ਪਗ 3 ਵਿੱਚ ਪ੍ਰਾਪਤ ਸੰਖਿਆ, ਸੰਖਿਆ ਰੇਖਾ 'ਤੇ ਦਿੱਤੇ ਗਏ ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੇ ਲੋੜੀਂਦੇ ਅੰਤਰ ਨੂੰ ਦਰਸਾਉਂਦੀ ਹੈ।

ਉਦਾਹਰਨ 4 ਸੰਖਿਆ ਰੇਖਾ 'ਤੇ $6-4$ ਨੂੰ ਦਰਸਾਓ।

ਹੱਲ - ਅਸੀਂ ਇੱਕ ਸੰਖਿਆ ਰੇਖਾ ਖਿੱਚਦੇ ਹਾਂ।

ਬਿੰਦੂ 0 (ਸਿਫਰ) ਤੋਂ ਸ਼ੁਰੂ ਕਰਦਿਆਂ, ਅਸੀਂ 6 ਕਦਮ ਸੱਜੇ ਵੱਲ ਜਾਂਦੇ ਹਾਂ ਅਤੇ A 'ਤੇ ਪਹੁੰਚ ਜਾਂਦੇ ਹਾਂ। ਹੁਣ A ਤੋਂ ਸ਼ੁਰੂ ਕਰਦੇ ਹੋਏ ਅਸੀਂ A ਦੇ ਖੱਬੇ ਪਾਸੇ 4 ਕਦਮ ਜਾਂਦੇ ਹਾਂ ਅਤੇ B 'ਤੇ ਪਹੁੰਚਦੇ ਹਾਂ।



$$OA = 6, AB = 4$$

$$\text{ਸਪੱਸ਼ਟ ਤੌਰ ਤੇ } OB = 6 - 4 = 2$$

ਅਭਿਆਸ 2.1

1. ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਪ੍ਰਸ਼ਨਾਂ ਦੇ ਉੱਤਰ ਦਿਓ—
 - (a) ਸਭ ਤੋਂ ਛੋਟੀ ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਲਿਖੋ।
 - (b) ਸਭ ਤੋਂ ਛੋਟੀ ਪ੍ਰਾਕ੍ਰਿਤਕ ਸੰਖਿਆ ਲਿਖੋ।
 - (c) ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਵਿੱਚ '0' ਦਾ ਅਗੇਤਰ ਲਿਖੋ।
 - (d) ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਵਿੱਚ '0' ਦਾ ਪਿਛੇਤਰ ਲਿਖੋ।
 - (e) ਸਭ ਤੋਂ ਵੱਡੀ ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਲਿਖੋ।
2. ਹੇਠ ਲਿਖਿਆਂ ਵਿੱਚੋਂ ਕਿਹੜੇ ਕਥਨ ਸਹੀ (T) ਅਤੇ ਕਿਹੜੇ ਗਲਤ (F) ਹਨ?
 - (a) ਸਿਫ਼ਰ ਸਭ ਤੋਂ ਛੋਟੀ ਪ੍ਰਾਕ੍ਰਿਤਕ ਸੰਖਿਆ ਹੈ।
 - (b) ਸਿਫ਼ਰ ਸਭ ਤੋਂ ਛੋਟੀ ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਹੈ।
 - (c) ਹਰੇਕ ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਇੱਕ ਪ੍ਰਾਕ੍ਰਿਤਕ ਸੰਖਿਆ ਹੈ।
 - (d) ਹਰੇਕ ਪ੍ਰਾਕ੍ਰਿਤਕ ਸੰਖਿਆ ਇੱਕ ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਹੈ।
 - (e) ਇੱਕ (1) ਸਭ ਤੋਂ ਛੋਟੀ ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਹੈ।
 - (f) ਪ੍ਰਾਕ੍ਰਿਤਕ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਵਿੱਚ ਪ੍ਰਾਕ੍ਰਿਤਕ ਸੰਖਿਆ 1 ਦਾ ਕੋਈ ਪਿਛੇਤਰ ਨਹੀਂ ਹੁੰਦਾ।
 - (g) ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਵਿੱਚ ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ 1 ਦਾ ਕੋਈ ਪਿਛੇਤਰ ਨਹੀਂ ਹੁੰਦਾ।
 - (h) ਦੋ ਅੰਕਾਂ ਦੀ ਸਭ ਤੋਂ ਵੱਡੀ ਸੰਖਿਆ ਦਾ ਅਗੇਤਰ, ਤਿੰਨ ਅੰਕਾਂ ਦੀ ਛੋਟੀ ਤੋਂ ਛੋਟੀ ਸੰਖਿਆ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।
 - (i) ਦੋ ਅੰਕਾਂ ਦੀ ਸੰਖਿਆ ਦਾ ਅਗੇਤਰ ਹਮੇਸ਼ਾ ਦੋ ਅੰਕਾਂ ਦੀ ਸੰਖਿਆ ਹੁੰਦੀ ਹੈ।
 - (j) 299 ਦਾ ਪਿਛੇਤਰ 300 ਹੈ।
 - (k) 499 ਦਾ ਅਗੇਤਰ 500 ਹੈ।
 - (l) ਦੋ ਅੰਕਾਂ ਦੀ ਸੰਖਿਆ ਦਾ ਪਿਛੇਤਰ ਕਦੇ ਵੀ ਇੱਕ ਅੰਕ ਦੀ ਸੰਖਿਆ ਨਹੀਂ ਹੁੰਦਾ।
3. ਹੇਠ ਲਿਖਿਆਂ ਵਿੱਚੋਂ ਹਰੇਕ ਦਾ ਅਗੇਤਰ (Successor) ਲਿਖੋ।

(a) 100909	(b) 4630999
(c) 830001	(d) 99999

4. ਹੇਠ ਲਿਖਿਆਂ ਵਿੱਚੋਂ ਹਰੇਕ ਦਾ ਪਿਛੇਤਰ (Predecessor) ਲਿਖੋ।
 (a) 1000 (b) 208090
 (c) 7654321 (d) 12576
5. ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੀਆਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਸੰਖਿਆ ਰੇਖਾ 'ਤੇ ਦਰਸਾਉ।
 2, 0, 3, 5, 7, 11, 15
6. 22 ਅਤੇ 43 ਦੇ ਵਿਚਕਾਰ ਕਿੰਨੀਆਂ ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਹਨ?
7. ਹੇਠ ਲਿਖਿਆਂ ਵਿੱਚੋਂ ਹਰੇਕ ਨੂੰ ਦਰਸਾਉਣ ਲਈ ਸੰਖਿਆ ਰੇਖਾ ਖਿੱਚੋ।
 (a) $3 + 2$ (b) $4 + 5$ (c) $6 + 2$
 (d) $8 - 3$ (e) $7 - 4$ (f) $7 - 2$
 (g) 3×3 (h) 2×5 (i) 3×5
 (j) $9 \div 3$ (k) $12 \div 4$ (l) $10 \div 2$
8. < ਜਾਂ > ਢੁਕਵੇਂ ਚਿੰਨ੍ਹਾਂ ਨਾਲ ਖਾਲੀ ਸਥਾਨ ਭਰੋ-
 (a) 25 205 (b) 170 107
 (c) 415 514 (d) 10001 9999
 (e) 2300014 2300041 (f) 99999 888888



● ਬਹੁ-ਵਿਕਲਪੀ ਪ੍ਰਸ਼ਨ ●

1. ਸਭ ਤੋਂ ਛੋਟੀ ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਹੈ :
 (a) 0 (b) 1 (c) 2 (d) 3
2. ਸਭ ਤੋਂ ਛੋਟੀ ਪ੍ਰਾਕ੍ਰਿਤਕ ਸੰਖਿਆ ਹੈ :
 (a) 0 (b) 1 (c) 2 (d) 3
3. 38899 ਦਾ ਅਗੇਤਰ ਹੈ :
 (a) 39000 (b) 38900 (c) 39900 (d) 38800
4. 24100 ਦਾ ਪਿਛੇਤਰ ਹੈ :
 (a) 24999 (b) 24009 (c) 24199 (d) 24099
5. ਤਿੰਨ ਅੰਕਾਂ ਦੀ ਵੱਡੀ ਤੋਂ ਵੱਡੀ ਸੰਖਿਆ ਦਾ ਅਗੇਤਰ ਹੈ :
 (a) 100 (b) 998 (c) 1001 (d) 1000



● ਸਿੱਖਣ ਦੇ ਪਰਿਣਾਮ ●

ਇਸ ਅਧਿਆਇ ਦੀ ਪੂਰਨਤਾ ਦੇ ਬਾਅਦ, ਵਿਦਿਆਰਥੀ :

- ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਸੰਖਿਆ ਰੇਖਾ 'ਤੇ ਦਰਸਾਉਣ/ਨਿਰੂਪਿਤ ਕਰਨ ਦੇ ਯੋਗ ਹਨ।
- ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ 'ਤੇ ਸੰਖਿਆ ਰੇਖਾ ਦੀ ਮਦਦ ਨਾਲ ਅੰਕਗਣਿਤਕ ਕਿਰਿਆਵਾਂ ਕਰਨ ਦੇ ਯੋਗ ਹਨ।



ਉੱਤਰਮਾਲਾ

ਅਭਿਆਸ 2.1

- (a) 0 (b) 1 (c) 1 (d) ਸੰਭਵ ਨਹੀਂ (e) ਸੰਭਵ ਨਹੀਂ
- (a) F (b) T (c) F (d) T (e) F
(f) T (g) F (h) T (i) F (j) F
(k) T (l) F
- (a) 100910 (b) 4631000 (c) 830002 (d) 100000
- (a) 999 (b) 208089 (c) 7654320 (d) 12575
- 20
- (a) < (b) > (c) < (d) > (e) <
(f) <

ਬਹੁ-ਵਿਕਲਪੀ ਪ੍ਰਸ਼ਨ

- (a)
- (b)
- (b)
- (d)
- (d)





3

ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨਾਲ ਖੇਡਣਾ

(PLAYING WITH NUMBERS)



ਉਦੇਸ਼

ਇਸ ਅਭਿਆਸ ਵਿੱਚ ਤੁਸੀਂ ਸਿੱਖੋਗੇ :

- ਗੁਣਨਖੰਡ ਅਤੇ ਗੁਣਜਾਂ ਨੂੰ ਸਮਝਣਾ।
- ਭਾਜ-ਅਭਾਜ ਸੰਖਿਆਵਾਂ, ਜਿਸਤ-ਟਾਂਕ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਆਦਿ ਬਾਰੇ।
- ਵੱਖਰੇ-ਵੱਖਰੇ ਅੰਕਾਂ ਦੀ ਭਾਗ ਯੋਗਤਾ ਦੀ ਜਾਣਕਾਰੀ।
- ਮ.ਸ.ਵ. ਅਤੇ ਲ.ਸ.ਵ. ਦੀ ਜਾਣਕਾਰੀ ਹਾਸਿਲ ਕਰਨਾ ਅਤੇ ਆਮ ਜੀਵਨ ਵਿੱਚ ਇਨ੍ਹਾਂ ਦੀ ਵਿਵਹਾਰਕ ਵਰਤੋਂ ਕਰਨਾ।

3.1 ਭੂਮਿਕਾ/ਜਾਣ-ਪਛਾਣ (Introduction)

ਪਿਛਲੀਆਂ ਜਮਾਤਾਂ ਵਿੱਚ ਅਸੀਂ ਗੁਣਨਖੰਡ, ਗੁਣਜਾਂ, ਭਾਜ ਅਤੇ ਅਭਾਜ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਬਾਰੇ ਪੜ੍ਹਿਆ ਹੈ। ਹੁਣ ਅਸੀਂ ਇਹਨਾਂ ਧਾਰਨਾਵਾਂ ਬਾਰੇ ਦੁਬਾਰਾ ਪੜ੍ਹਾਂਗੇ ਅਤੇ ਇਹਨਾਂ ਧਾਰਨਾਵਾਂ ਦੇ ਨਵੇਂ ਗੁਣਾਂ ਦੀ ਜਾਣਕਾਰੀ ਢੁਕਵੀਆਂ ਉਦਾਹਰਨਾਂ ਲੈ ਕੇ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰਾਂਗੇ ਅਤੇ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਆਪਣੇ ਸਿੱਖਣ ਦਾ ਦਾਇਰਾ ਹੋਰ ਵਿਸ਼ਾਲ ਕਰਾਂਗੇ।

3.2 ਗੁਣਨਖੰਡ (Factors)

ਵਿਧੀਤਾ 12 ਗੋਦਾਂ ਨੂੰ ਇਸ ਪ੍ਰਕਾਰ ਰੱਖਣਾ ਚਾਹੁੰਦੀ ਹੈ ਕਿ ਹਰੇਕ ਕਤਾਰ ਵਿੱਚ ਗੋਦਾਂ ਦੀ ਸੰਖਿਆ ਬਰਾਬਰ ਹੋਵੇ।

→ ਇੱਕ ਕਤਾਰ ਵਿੱਚ 12 ਗੋਦਾਂ



$$\text{ਗੋਦਾਂ ਦੀ ਕੁੱਲ ਸੰਖਿਆ} = 1 \times 12 = 12$$

→ ਦੋ ਕਤਾਰਾਂ ਵਿੱਚ ਛੇ-ਛੇ ਗੋਦਾਂ।



$$\text{ਗੋਦਾਂ ਦੀ ਕੁੱਲ ਸੰਖਿਆ} = 2 \times 6 = 12$$

→ ਤਿੰਨ ਕਤਾਰਾਂ ਵਿੱਚ ਚਾਰ-ਚਾਰ ਗੋਦਾਂ



$$\text{ਗੋਦਾਂ ਦੀ ਕੁੱਲ ਸੰਖਿਆ} = 3 \times 4 = 12$$

→ ਚਾਰ ਕਤਾਰਾਂ ਵਿੱਚ ਤਿੰਨ-ਤਿੰਨ ਗੋਦਾਂ



$$\text{ਗੋਦਾਂ ਦੀ ਕੁੱਲ ਸੰਖਿਆ} = 4 \times 3 = 12$$

→ 12 ਗੋਦਾਂ ਨੂੰ 5 ਕਤਾਰਾਂ ਵਿੱਚ ਬਰਾਬਰ-ਬਰਾਬਰ ਰੱਖਣਾ ਸੰਭਵ ਨਹੀਂ ਹੈ।

→ 6 ਕਤਾਰਾਂ ਵਿੱਚ ਦੋ-ਦੋ ਗੋਦਾਂ



$$\text{ਗੋਦਾਂ ਦੀ ਕੁੱਲ ਸੰਖਿਆ} = 6 \times 2 = 12$$

- 12 ਗੋਦਾਂ ਨੂੰ 7,8,9,10,11 ਕਤਾਰਾਂ ਵਿੱਚ ਬਰਾਬਰ-ਬਰਾਬਰ ਰੱਖਣਾ ਸੰਭਵ ਨਹੀਂ।
 → 12 ਕਤਾਰਾਂ ਵਿੱਚ 1-1 ਗੋਦ



ਗੋਦਾਂ ਦੀ ਕੁੱਲ ਸੰਖਿਆ = $12 \times 1 = 12$

ਇੱਥੇ ਅਸੀਂ ਇਹ ਦੇਖਿਆ ਕਿ 12 ਨੂੰ ਅਲੱਗ-ਅਲੱਗ ਤਰ੍ਹਾਂ ਨਾਲ ਦੋ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੇ ਗੁਣਨਫਲ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਲਿਖਿਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ।

$$12 = 1 \times 12, \quad 12 = 2 \times 6, \quad 12 = 3 \times 4,$$

$$12 = 12 \times 1, \quad 12 = 6 \times 2, \quad 12 = 4 \times 3$$

ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ 1,2,3,4,6 ਅਤੇ 12 ਸੰਖਿਆ 12 ਨੂੰ ਪੂਰਾ-ਪੂਰਾ ਭਾਗ ਕਰ ਰਹੀਆਂ ਹਨ।

ਇਸ ਲਈ 1,2,3,4,6 ਅਤੇ 12 ਸੰਖਿਆ 12 ਦੇ ਗੁਣਨਖੰਡ ਹਨ।

*** ਜੇਕਰ $a = b \times c$ ਤਾਂ b ਅਤੇ c, a ਦੇ ਗੁਣਨਖੰਡ ਹਨ ਅਤੇ a, b ਅਤੇ c ਦਾ ਗੁਣਜ ਹੈ।**

ਇੱਕ ਸੰਖਿਆ ਦਾ ਗੁਣਨਖੰਡ ਉਸਦਾ ਪੂਰਾ-ਪੂਰਾ ਭਾਜਕ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

ਸੰਖਿਆ	ਗੁਣਨਖੰਡ
2	1, 2
6	1, 2, 3, 6
10	1, 2, 5, 10
20	1, 2, 4, 5, 10, 20
24	1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24

ਇੱਕ ਸੰਖਿਆ ਦੇ ਗੁਣਨਖੰਡ ਉਸ ਸੰਖਿਆ ਨੂੰ (ਬਿਨਾਂ ਕਿਸੇ ਬਾਕੀ ਬਚਣ ਦੇ) ਪੂਰਾ ਪੂਰਾ ਵੰਡਦੇ ਹਨ।

ਇਸ ਸੂਚੀ ਤੋਂ ਅਸੀਂ ਇਹ ਸਿੱਟਾ ਕੱਢਦੇ ਹਾਂ-

- * 1 ਹਰੇਕ ਸੰਖਿਆ ਦਾ ਗੁਣਨਖੰਡ ਹੈ।
- * ਹਰੇਕ ਸੰਖਿਆ ਆਪਣੇ ਆਪ ਦਾ ਵੀ ਇੱਕ ਗੁਣਨਖੰਡ ਹੁੰਦੀ ਹੈ।
- * ਹਰੇਕ ਸੰਖਿਆ (1 ਤੋਂ ਬਿਨਾਂ) ਦੇ ਘੱਟੋ ਘੱਟ ਦੋ ਗੁਣਨਖੰਡ ਹੁੰਦੇ ਹਨ, ਪਹਿਲਾ 1 ਅਤੇ ਦੂਜਾ ਦਿੱਤੀ ਸੰਖਿਆ
- * ਹਰੇਕ ਗੁਣਨਖੰਡ ਉਸ ਸੰਖਿਆ ਤੋਂ ਹਮੇਸ਼ਾ ਛੋਟਾ ਜਾਂ ਉਸਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।
- * ਇੱਕ ਸੰਖਿਆ ਦੇ ਗੁਣਨਖੰਡਾਂ ਦੀ ਸੰਖਿਆ ਸੀਮਤ (ਗਿਣਨਯੋਗ) ਹੁੰਦੀ ਹੈ।

ਉਦਾਹਰਨ 1: 15 ਦੇ ਸਾਰੇ ਗੁਣਨਖੰਡ ਪਤਾ ਕਰੋ।

ਹੱਲ : $15 = 1 \times 15$, $15 = 15 \times 1$
 $15 = 3 \times 5$, $15 = 5 \times 3$

ਇਸ ਲਈ, 1, 3, 5 ਅਤੇ 15 ਸੰਖਿਆ 15 ਦੇ ਗੁਣਨਖੰਡ ਹਨ।

ਉਦਾਹਰਨ 2: 36 ਦੇ ਸਾਰੇ ਗੁਣਨਖੰਡ ਪਤਾ ਕਰੋ।

ਹੱਲ : $36 = 1 \times 36$ $36 = 9 \times 4$
 $36 = 2 \times 18$ $36 = 12 \times 3$
 $36 = 3 \times 12$ $36 = 18 \times 2$
 $36 = 4 \times 9$ $36 = 36 \times 1$
 $36 = 6 \times 6$

ਨੋਟ - ਇੱਥੇ ਸਾਨੂੰ 9×4 , 12×3 , 18×2 ਅਤੇ 36×1 ਜੋੜੇ ਲੈਣ ਦੀ ਲੋੜ ਨਹੀਂ ਕਿਉਂਕਿ ਇਹ ਜੋੜੇ ਉਲਟਕ੍ਰਮ ਵਿੱਚ ਦੁਹਰਾ ਰਹੇ ਹਨ।

ਇਸ ਲਈ 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18 ਅਤੇ 36 ਸੰਖਿਆ 36 ਦੇ ਗੁਣਨਖੰਡ ਹਨ।

3.3 ਗੁਣਜ (Multiples)

ਅਸੀਂ ਪੰਜਵੀਂ ਜਮਾਤ ਵਿੱਚ ਗੁਣਜ ਬਾਰੇ ਪੜ੍ਹਿਆ ਹੈ ਕਿ ਕਿਸੇ ਸੰਖਿਆ ਦੇ ਗੁਣਜ ਉਸੇ ਸੰਖਿਆ ਦੀ ਕਿਸੇ ਪ੍ਰਾਕ੍ਰਿਤਕ ਸੰਖਿਆ ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕਰਕੇ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕੀਤੇ ਜਾ ਸਕਦੇ ਹਨ।

ਸੰਖਿਆ	ਗੁਣਜ
1	1, 2, 3, 4, 5,
2	2, 4, 6, 8, 10,
5	5, 10, 15, 20, 25,
8	8, 16, 24, 32, 40,
15	15, 30, 45, 60, 75,

ਅਸੀਂ ਇਸ ਸੂਚੀ ਤੋਂ ਹੇਠਾਂ ਲਿਖੇ ਸਿੱਟੇ ਤੇ ਪੁੱਜਦੇ ਹਾਂ-

- * ਹਰੇਕ ਸੰਖਿਆ ਆਪਣੇ-ਆਪ ਦਾ ਗੁਣਜ ਹੈ।
- * ਇੱਕ ਸੰਖਿਆ ਦਾ ਹਰੇਕ ਗੁਣਜ ਉਸ ਤੋਂ ਵੱਡਾ ਜਾਂ ਉਸਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।
- * ਕਿਸੇ ਪ੍ਰਾਕ੍ਰਿਤਕ ਸੰਖਿਆ ਦਾ ਸਭ ਤੋਂ ਛੋਟਾ ਗੁਣਜ ਸੰਖਿਆ ਆਪ ਹੁੰਦੀ ਹੈ।
- * ਸੰਖਿਆ ਦੇ ਗੁਣਜਾਂ ਦੀ ਸੰਖਿਆ ਅਸੀਮਤ ਹੁੰਦੀ ਹੈ ਇਸ ਲਈ ਸਭ ਤੋਂ ਵੱਡੇ ਗੁਣਜ ਨੂੰ ਪਰਿਭਾਸ਼ਿਤ ਨਹੀਂ ਕੀਤਾ ਜਾ ਸਕਦਾ।

ਉਦਾਹਰਨ 3: 4 ਦੇ ਪਹਿਲੇ 6 ਗੁਣਜ ਪਤਾ ਕਰੋ।

ਹੱਲ : 4 ਦੇ ਪਹਿਲੇ 6 ਗੁਣਜ।

$$4 \times 1 = 4, \quad 4 \times 2 = 8 \quad 4 \times 3 = 12, \quad 4 \times 4 = 16, \quad 4 \times 5 = 20, \quad 4 \times 6 = 24$$

ਉਦਾਹਰਨ 4 : 13 ਦੇ ਪਹਿਲੇ 5 ਗੁਣਜ ਪਤਾ ਕਰੋ।

ਹੱਲ : 13 ਦੇ ਪਹਿਲੇ 5 ਗੁਣਜ 13, 26, 39, 52, 65.

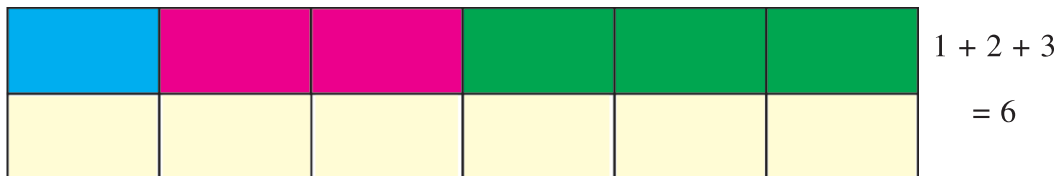
3.3.1 ਆਦਰਸ਼ ਸੰਖਿਆ (Perfect Number)

ਜੇਕਰ ਕਿਸੇ ਸੰਖਿਆ ਦੇ ਸਾਰੇ ਗੁਣਨਖੰਡਾਂ ਦਾ ਜੋੜਫਲ ਉਸ ਸੰਖਿਆ ਤੋਂ ਦੁਗੁਣਾ ਹੈ ਤਾਂ ਉਸ ਸੰਖਿਆ ਨੂੰ ਆਦਰਸ਼ ਸੰਖਿਆ (Perfect Number) ਆਖਦੇ ਹਨ।

ਸੰਖਿਆ 6 ਦੇ ਗੁਣਨਖੰਡ 1, 2, 3 ਅਤੇ 6 ਹਨ।

$$1 + 2 + 3 + 6 = 12 = 2 \times 6$$

ਇਸ ਲਈ 6 ਆਦਰਸ਼ ਸੰਖਿਆ ਹੈ।



* ਹੋਰ ਆਦਰਸ਼ ਸੰਖਿਆਵਾਂ 28, 496 ਅਤੇ 8128 ਹਨ।

ਨੋਟ - 6 ਦੇ ਗੁਣਨਖੰਡ ਦਿਖਾਏ ਗਏ ਵਾਂਗ ਇੱਕ ਆਇਤ ਬਣਾਉਂਦੇ ਹਨ ਇਸ ਲਈ ਇਹ ਆਦਰਸ਼ ਸੰਖਿਆ ਹੈ।

3.3.2 ਜਿਸਤ ਸੰਖਿਆਵਾਂ (Even numbers)

ਉਹ ਸਾਰੀਆਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਜਿਹੜੀਆਂ 2 ਦੀਆਂ ਗੁਣਜ ਹਨ, ਜਿਸਤ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਅਖਵਾਉਂਦੀਆਂ ਹਨ।
ਜਾਂ

ਉਹ ਸਾਰੀਆਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਜਿਹੜੀਆਂ 2 ਨਾਲ ਭਾਜ ਯੋਗ ਹਨ, ਜਿਸਤ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਅਖਵਾਉਂਦੀਆਂ ਹਨ ਜਿਵੇਂ
2, 4, 6, 8, 10

- * ਉਹ ਸੰਖਿਆ ਜਿਸਤ ਸੰਖਿਆ ਹੈ ਜੇਕਰ 2 ਉਸਦਾ ਇੱਕ ਗੁਣਨਖੰਡ ਹੈ।
- * ਸਾਰੀਆਂ ਜਿਸਤ ਸੰਖਿਆਵਾਂ 0, 2, 4, 6 ਜਾਂ 8 'ਤੇ ਖਤਮ ਹੁੰਦੀਆਂ ਹਨ।
- * ਜੇਕਰ ਕਿਸੇ ਜਿਸਤ ਸੰਖਿਆ ਵਿੱਚ 2 ਜੋੜ ਦਿੱਤਾ ਜਾਵੇ ਤਾਂ ਅਸੀਂ ਅਗਲੀ ਜਿਸਤ ਸੰਖਿਆ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰਦੇ ਹਾਂ।

3.3.3. ਟਾਂਕ ਸੰਖਿਆਵਾਂ (Odd numbers)

ਸਾਰੀਆਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਜਿਹੜੀਆਂ 2 ਦਾ ਗੁਣਜ ਨਹੀਂ ਹਨ, ਟਾਂਕ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਹਨ।

- * ਸਾਰੀਆਂ ਟਾਂਕ ਸੰਖਿਆਵਾਂ 1, 3, 5, 7 ਜਾਂ 9 'ਤੇ ਖਤਮ ਹੁੰਦੀਆਂ ਹਨ।
- * ਜੇਕਰ ਕਿਸੇ ਟਾਂਕ ਸੰਖਿਆ ਵਿੱਚ 2 ਜੋੜਦੇ ਹਾਂ ਅਗਲੀ ਟਾਂਕ ਸੰਖਿਆ ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੁੰਦੀ ਹੈ।

ਨੋਟ :- ਕੋਈ ਪ੍ਰਾਕ੍ਰਿਤਕ ਸੰਖਿਆ ਜਾਂ ਤਾਂ ਜਿਸਤ ਹੋਵੇਗੀ ਜਾਂ ਟਾਂਕ। ਕੋਈ ਵੀ ਸੰਖਿਆ ਟਾਂਕ ਅਤੇ ਜਿਸਤ ਦੋਵੇਂ ਨਹੀਂ ਹੋ ਸਕਦੀ।

3.4 ਅਭਾਜ ਅਤੇ ਭਾਜ ਸੰਖਿਆਵਾਂ (Prime and Composite Numbers)

ਪਿਛਲੇ ਭਾਗ ਵਿੱਚ, ਅਸੀਂ ਕਿਸੇ ਸੰਖਿਆ ਦੇ ਗੁਣਨਖੰਡ ਅਤੇ ਗੁਣਜਾਂ ਬਾਰੇ ਸਿੱਖ ਚੁੱਕੇ ਹਾਂ।

ਭਾਜ ਅਤੇ ਅਭਾਜ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਬਾਰੇ ਜਾਨਣ ਤੋਂ ਪਹਿਲਾਂ ਅਸੀਂ ਹੇਠ ਲਿਖੀ ਸੂਚੀ ਵੱਲ ਧਿਆਨ ਦੇਈਏ।

ਸੰਖਿਆ	ਗੁਣਨਖੰਡ	ਗੁਣਨਖੰਡਾਂ ਦੀ ਸੰਖਿਆ
1	1	1
2	1, 2	2
3	1, 3	2
4	1, 2, 4	3
5	1, 5	2
6	1, 2, 3, 6	4
7	1, 7	2
8	1, 2, 4, 8	4
9	1, 3, 9	3
10	1, 2, 5, 10	4
11	1, 11	2
12	1, 2, 3, 4, 6, 12	6

ਉਪਰੋਕਤ ਸੂਚੀ ਤੋਂ ਅਸੀਂ ਪ੍ਰਾਕ੍ਰਿਤਕ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਹੇਠਾਂ ਲਿਖੇ ਤਿੰਨ ਵਰਗਾਂ ਵਿੱਚ ਵੰਡ ਸਕਦੇ ਹਾਂ—

- ਸੰਖਿਆ ਜਿਸਦਾ ਕੇਵਲ ਇੱਕ ਗੁਣਨਖੰਡ ਹੈ।
- ਸੰਖਿਆ ਜਿਸਦੇ ਦੋ ਗੁਣਨਖੰਡ ਹਨ (1 ਅਤੇ ਸੰਖਿਆ ਆਪ)
- ਸੰਖਿਆ ਜਿਸਦੇ ਦੋ ਤੋਂ ਵੱਧ ਗੁਣਨਖੰਡ ਹਨ।

ਅਸੀਂ ਇਸ ਸਿੱਟੇ ਤੇ ਪੁੱਜਦੇ ਹਾਂ

- ਪ੍ਰਾਕ੍ਰਿਤਕ ਸੰਖਿਆ ਹੀ 1 ਕੇਵਲ ਅਜਿਹੀ ਸੰਖਿਆ ਹੈ, ਜਿਸਦਾ ਸਿਰਫ਼ ਇੱਕ ਗੁਣਨਖੰਡ ਹੈ ਜੋ ਕਿ ਸੰਖਿਆ ਆਪ ਹੈ।
- ਪ੍ਰਾਕ੍ਰਿਤਕ ਸੰਖਿਆਵਾਂ 2, 3, 5, 7, 11..... ਆਦਿ ਅਜਿਹੀਆਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਹਨ ਜਿਨ੍ਹਾਂ ਦੇ ਦੋ ਗੁਣਨਖੰਡ, 1 ਅਤੇ ਸੰਖਿਆ ਆਪ ਹਨ, ਅਜਿਹੀਆਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਅਭਾਜ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਕਹਿੰਦੇ ਹਨ।
- ਪ੍ਰਾਕ੍ਰਿਤਕ ਸੰਖਿਆਵਾਂ 4, 6, 8, 9, 10..... ਆਦਿ ਅਜਿਹੀਆਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਹਨ ਜਿਨ੍ਹਾਂ ਦੇ ਦੋ ਤੋਂ ਵੱਧ ਗੁਣਨਖੰਡ ਹਨ, ਅਜਿਹੀਆਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਭਾਜ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਆਖਦੇ ਹਨ।

- * ਸੰਖਿਆ 1 ਅਜਿਹੀ ਸੰਖਿਆ ਹੈ ਜਿਹੜੀ ਨਾ ਅਭਾਜ ਸੰਖਿਆ ਹੈ ਅਤੇ ਨਾ ਭਾਜ।
- * ਸੰਖਿਆ 2 ਸਭ ਤੋਂ ਛੋਟੀ ਅਭਾਜ ਸੰਖਿਆ ਹੈ।
- * 2 ਹੀ ਇੱਕ ਅਜਿਹੀ ਜਿਸਤ ਸੰਖਿਆ ਹੈ ਜੋ ਅਭਾਜ ਸੰਖਿਆ ਹੈ ਅਤੇ ਬਾਕੀ ਸਾਰੀਆਂ ਜਿਸਤ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਭਾਜ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਹਨ।
- * 2 ਨੂੰ ਛੱਡ ਕੇ ਬਾਕੀ ਸਾਰੀਆਂ ਅਭਾਜ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਟਾਂਕ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਹਨ।
- * ਸਾਰੀਆਂ ਟਾਂਕ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਅਭਾਜ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨਹੀਂ ਹਨ।



● **ਕਿਰਿਆ** ●

ਛਲਨੀ ਵਿਧੀ (Sieve Method)

ਅਭਾਜ ਅਤੇ ਭਾਜ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਲੱਭਣ ਲਈ (To find Prime and Composite Numbers)

ਯੂਨਾਨੀ ਗਣਿਤ ਸ਼ਾਸਤਰੀ (ਇਰੈਟੋਸਥੀਨਜ਼) ਨੇ ਤੀਸਰੀ ਸ਼ਤਾਬਦੀ (ਈਸਾ ਤੋਂ ਪਹਿਲਾਂ) ਵਿੱਚ ਅਭਾਜ ਅਤੇ ਭਾਜ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਲੱਭਣ ਲਈ ਇੱਕ ਅਸਾਨ ਵਿਧੀ ਦੱਸੀ। ਉਸਨੇ ਇੱਕ ਅਜਿਹੀ ਸੂਚੀ ਬਣਾਈ ਜਿਹੜੀ ਸੀਵ ਆਫ਼ ਇਰੈਟੋਸਥੀਨਜ਼ ਦੇ ਨਾਂ ਨਾਲ ਮਸ਼ਹੂਰ ਹੋਈ।

ਇਸ ਸੂਚੀ ਵਿੱਚ ਉਸਨੇ 1 ਤੋਂ 100 ਤੱਕ ਪ੍ਰਾਕ੍ਰਿਤਕ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਲਈਆਂ।

ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੇ ਪੰਨਿਆਂ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਕੇ ਅਸੀਂ 1 ਤੋਂ 100 ਤੱਕ ਅਭਾਜ ਅਤੇ ਭਾਜ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਲੱਭ ਸਕਦੇ ਹਾਂ।

ਇਰੈਟੋਸਥੀਨਜ਼ ਦੀ ਛਲਨੀ

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

ਪੰਨਾ 1- ਅਸੀਂ ਜਾਣਦੇ ਹਾਂ ਕਿ 1 ਨਾ ਤਾਂ ਅਭਾਜ ਸੰਖਿਆ ਹੈ ਅਤੇ ਨਾ ਹੀ ਭਾਜ ਇਸ ਲਈ 1 ਨੂੰ ਵਰਗਾਕਾਰ ਡੱਬੇ ਵਿੱਚ ਰੱਖੋ।

ਪੰਨਾ 2- 2 ਉੱਤੇ ਚੱਕਰ ਲਾਓ ਅਤੇ 2 ਤੋਂ ਇਲਾਵਾ ਉਸਦੇ ਸਾਰੇ ਗੁਣਜਾਂ ਜਿਵੇਂ ਕਿ 4, 6, 8, 10..... ਆਦਿ ਨੂੰ ਕੱਟ ਦਿਉ।

ਪੰਨਾ 3- ਅਗਲੀ ਸੰਖਿਆ 3 ਉੱਤੇ ਚੱਕਰ ਲਾਓ ਅਤੇ 3 ਤੋਂ ਇਲਾਵਾ ਇਸਦੇ ਸਾਰੇ ਗੁਣਜਾਂ 6, 9, 12, 15, 18 ਆਦਿ ਨੂੰ ਕੱਟ ਦਿਉ। ਕੱਟੇ ਹੋਏ ਅੰਕਾਂ ਨੂੰ ਦੁਬਾਰਾ ਕੱਟਣ ਦੀ ਲੋੜ ਨਹੀਂ।

ਪੰਨਾ 4:- ਅਗਲੀ ਸੰਖਿਆ 5 ਉੱਤੇ ਚੱਕਰ ਲਾਓ ਅਤੇ 5 ਨੂੰ ਛੱਡ ਕੇ ਇਸਦੇ ਸਾਰੇ ਗੁਣਜਾਂ 10, 15, 20, 25 ਆਦਿ ਨੂੰ ਕੱਟ ਦਿਉ।

ਪੰਨਾ 5- ਅਗਲੀ ਸੰਖਿਆ 7 ਉੱਤੇ ਚੱਕਰ ਲਾਓ ਅਤੇ 7 ਨੂੰ ਛੱਡ ਕੇ ਇਸਦੇ ਸਾਰੇ ਗੁਣਜਾਂ 14, 21, 28, 35 ਆਦਿ ਨੂੰ ਕੱਟ ਦਿਉ। ਇਸ ਪ੍ਰਕਿਰਿਆ ਨੂੰ ਉਦੋਂ ਤੱਕ ਜਾਰੀ ਰੱਖੋ ਜਦੋਂ ਤੱਕ ਉਪਰੋਕਤ ਸੂਚੀ ਵਿੱਚ ਦਿੱਤੀਆਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਉੱਪਰ ਜਾਂ ਤਾਂ ਚੱਕਰ ਨਾ ਲੱਗ ਜਾਵੇ ਜਾਂ ਉਹ ਕੱਟ ਨਾ ਦਿੱਤੀਆਂ ਜਾਣ।

ਚੱਕਰ ਲੱਗੀਆਂ ਹੋਈਆਂ ਸਾਰੀਆਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਅਭਾਜ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਹਨ ਅਤੇ ਸਾਰੀਆਂ ਕੱਟੀਆਂ ਹੋਈਆਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਭਾਜ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਹਨ।

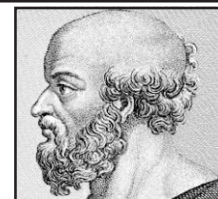


ਸੰਖਿਆਵਾਂ 100 ਅਤੇ 200 ਦੇ ਵਿਚਕਾਰ ਅਭਾਜ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਤੇ ਭਾਜ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਪਤਾ ਕਰਨ ਦਾ ਢੰਗ ਜੇਕਰ ਦਿੱਤੀ ਹੋਈ ਸੰਖਿਆ 15 ਤੋਂ ਛੋਟੀਆਂ ਅਭਾਜ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਜਿਵੇਂ 2, 3, 5, 7, 11, 13 ਵਿੱਚ ਕਿਸੇ ਨਾਲ ਭਾਜਯੋਗ ਹੈ ਤਾਂ ਉਹ ਭਾਜ ਸੰਖਿਆ ਹੈ ਜੇਕਰ ਨਹੀਂ ਉਹ ਅਭਾਜ ਸੰਖਿਆ ਹੈ।

→ 200 ਅਤੇ 400 ਦੇ ਵਿਚਕਾਰ- ਜੇਕਰ ਦਿੱਤੀ ਸੰਖਿਆ 20 ਤੋਂ ਛੋਟੀਆਂ ਅਭਾਜ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਵਿੱਚੋਂ ਕਿਸੇ ਨਾਲ ਭਾਜਯੋਗ ਹੈ ਤਾਂ ਉਹ ਭਾਜ ਸੰਖਿਆ ਹੈ ਨਹੀਂ ਤਾਂ ਉਹ ਅਭਾਜ ਸੰਖਿਆ ਹੈ।

ਯੂਨਾਨੀ ਹਿਸਾਬਦਾਨ ਇਰੈਟੋਸਥੀਨਜ਼

ਉਹ ਸਭ ਤੋਂ ਪਹਿਲਾਂ ਧਰਤੀ/ਪ੍ਰਿਥਵੀ ਦਾ ਮਾਪ ਮਾਪਣ ਲਈ ਜਾਣਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਅਤੇ ਉਸਨੇ ਧਰਤੀ ਦੇ ਧੁਰੇ ਦੇ ਝੁਕਾਅ ਦੀ ਬਿਲਕੁਲ ਸਹੀ ਜਾਣਕਾਰੀ ਦਿੱਤੀ। ਉਹ ਵਿਗਿਆਨਕ ਇਤਿਹਾਸ ਦਾ ਮੋਢੀ ਸੀ। ਉਸਨੇ ਅਭਾਜ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਲੱਭਣ ਦਾ ਢੰਗ 'ਇਰੈਟੋਸਥੀਨਜ਼ ਦੀ ਛਲਨੀ' ਪੇਸ਼ ਕੀਤਾ।



ਇਰੈਟੋਸਥੀਨਜ਼
(276 BC - 194BC)

3.4.1 ਅਭਾਜ ਜੋੜੇ (Twin Primes)

ਅਭਾਜ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੇ ਉਹ ਜੋੜੇ ਜਿਹਨਾਂ ਵਿੱਚ 2 ਦਾ ਅੰਤਰ ਹੋਵੇ ਨੂੰ ਅਭਾਜ ਜੋੜੇ ਕਹਿੰਦੇ ਹਨ। ਅਭਾਜ ਜੋੜਿਆਂ ਵਿੱਚ ਕੇਵਲ ਇੱਕ ਭਾਜ ਸੰਖਿਆ ਹੁੰਦੀ ਹੈ।

1 ਤੋਂ 100 ਤੱਕ ਅਭਾਜ ਜੋੜੇ (3,5), (5,7), (11,13), (17,19), (29,31), (41,43), (59,61) ਅਤੇ (71, 73) ਹਨ।



ਅਭਾਜ ਜੋੜਿਆਂ ਵਿਚਕਾਰ ਸੰਖਿਆ (ਪੰਜ ਤੋਂ ਵੱਡੀ) 6 ਦਾ ਗੁਣਜ ਹੁੰਦੀ ਹੈ।

3.4.2 ਅਭਾਜ ਤ੍ਰਿਗੁਣ (Prime Triplet)

ਤਿੰਨ ਲਗਾਤਾਰ ਅਭਾਜ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਜਿਹਨਾਂ ਵਿੱਚ 2 ਦਾ ਅੰਤਰ ਹੋਵੇ ਉਸਨੂੰ ਅਭਾਜ ਤ੍ਰਿਗੁਣ ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਅਭਾਜ ਤ੍ਰਿਗੁਣ ਕੇਵਲ ਇੱਕ (3,5,7) ਹੈ।

ਗੋਲਡ ਬੈਕ ਦਾ ਅਨੁਮਾਨ (Gold Bach's Conjecture) :- 1742 ਵਿੱਚ ਇੱਕ ਮਸ਼ਹੂਰ ਗਣਿਤ ਸ਼ਾਸਤਰੀ ਗੋਲਡ ਬੈਕ ਨੇ ਇੱਕ ਨਿਯਮ ਦਿੱਤਾ ਪਰ ਉਹ ਉਸ ਨੂੰ ਸਿੱਧ ਕਰਨ ਲਈ ਸਬੂਤ ਨਾ ਦੇ ਸਕਿਆ। ਇਸ ਲਈ ਅੱਜ ਤੱਕ ਕੋਈ ਇੱਕ ਉਦਾਹਰਨ ਦੇ ਕੇ ਵੀ ਉਸਦੇ ਅਨੁਮਾਨ ਨੂੰ ਗਲਤ ਸਿੱਧ ਕਰਨ ਲਈ ਸਬੂਤ ਨਹੀਂ ਦੇ ਸਕਿਆ।

“4 ਤੋਂ ਵੱਡੀ ਕਿਸੇ ਵੀ ਜਿਸਤ ਸੰਖਿਆ ਨੂੰ ਦੋ ਟਾਂਕ ਅਭਾਜ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੇ ਜੋੜਫਲ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਲਿਖਿਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ।”
ਉਦਾਹਰਨ ਲਈ: $6 = 3 + 3$, $10 = 3 + 7$ ਜਾਂ $5 + 5$, $18 = 7 + 11$, $24 = 11 + 13$, $36 = 17 + 19$ ਆਦਿ।

ਉਦਾਹਰਨ 5:- ਹੇਠ ਲਿਖਿਆਂ ਵਿੱਚੋਂ ਕਿਹੜੀਆਂ ਅਭਾਜ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਹਨ?

- (i) 37 (ii) 117 (iii) 191 (iv) 221

ਹੱਲ : (i) ਦਿੱਤੀ ਸੰਖਿਆ = 37

ਇਹ 1 ਅਤੇ ਆਪਣੇ ਆਪ 'ਤੇ ਵੰਡਣਯੋਗ ਹੈ।

ਇਸ ਲਈ ਨਿਸ਼ਚਿਤ ਤੌਰ ਤੇ ਇਸਦੇ ਦੋ ਗੁਣਨਖੰਡ ਹਨ।

ਇਸ ਲਈ 37 ਅਭਾਜ ਸੰਖਿਆ ਹੈ।

(ii) ਦਿੱਤੀ ਸੰਖਿਆ = 117

ਅਸੀਂ ਦੇਖਦੇ ਹਾਂ ਕਿ 117, 3 ਨਾਲ ਭਾਜਯੋਗ ਹੈ।

ਇਸ ਲਈ ਇਸਦੇ ਦੋ ਤੋਂ ਵੱਧ ਗੁਣਨਖੰਡ ਹਨ।

ਇਸ ਲਈ ਇਹ ਅਭਾਜ ਸੰਖਿਆ ਨਹੀਂ ਹੈ।

(iii) ਦਿੱਤੀ ਸੰਖਿਆ = 191

ਅਸੀਂ ਦੇਖਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਸੰਖਿਆ 191, 2,3,5,7,11 ਅਤੇ 13 ਵਿੱਚੋਂ ਕਿਸੇ ਵੀ ਅੰਕ ਨਾਲ ਭਾਜਯੋਗ ਨਹੀਂ ਹੈ। ਇਸ ਲਈ ਇਹ ਅਭਾਜ ਸੰਖਿਆ ਹੈ।

(iv) ਦਿੱਤੀ ਸੰਖਿਆ = 221

ਅਸੀਂ ਦੇਖਦੇ ਹਾਂ ਕਿ 221, ਸੰਖਿਆ 13 ਨਾਲ ਭਾਜਯੋਗ ਹੈ।

ਇਸ ਲਈ ਇਸਦੇ ਦੋ ਤੋਂ ਵੱਧ ਗੁਣਨਖੰਡ ਹਨ।

ਇਸ ਲਈ ਇਹ ਅਭਾਜ ਸੰਖਿਆ ਨਹੀਂ ਹੈ।

ਉਦਾਹਰਨ 6: ਹੇਠਾਂ ਲਿਖੀਆਂ ਵਿੱਚੋਂ ਹਰੇਕ ਨੂੰ ਦੋ ਟਾਂਕ ਅਭਾਜ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੇ ਜੋੜਫਲ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਪ੍ਰਗਟ ਕਰੋ।

- (i) 20 (ii) 32 (iii) 48

ਹੱਲ : (i) $20 = 3 + 17$

$$= 7 + 13$$

(ii) $32 = 3 + 29$

$$= 13 + 19$$

(iii) $48 = 5 + 43$

$$= 7 + 41$$

$$= 11 + 37$$

$$= 17 + 31$$

$$= 19 + 29$$

ਅਭਿਆਸ 3.1

1. ਹੇਠ ਲਿਖਿਆਂ ਵਿੱਚੋਂ ਹਰੇਕ ਦੇ ਸਾਰੇ ਗੁਣਨਖੰਡ ਲਿਖੋ।
(i) 18 (ii) 24 (iii) 45 (iv) 60 (v) 65
2. ਹੇਠ ਲਿਖਿਆਂ ਵਿੱਚੋਂ ਹਰੇਕ ਦੇ ਪਹਿਲੇ 6 ਗੁਣਜ ਲਿਖੋ।
(i) 6 (ii) 9 (iii) 11 (iv) 15 (v) 24
3. 100 ਤੋਂ ਘੱਟ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੀ ਸੂਚੀ ਬਣਾਉ, ਜਿਹੜੇ ਹੇਠਾਂ ਲਿਖਿਆਂ ਦੇ ਗੁਣਜ ਹੋਣ:
(i) 17 (ii) 12 (iii) 21
4. ਇਹਨਾਂ ਵਿੱਚੋਂ ਕਿਹੜੀਆਂ ਅਭਾਜ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਹਨ?
(i) 39 (ii) 129 (iii) 177 (iv) 203 (v) 237 (vi) 361
5. ਹੇਠਾਂ ਲਿਖਿਆਂ ਵਿੱਚੋਂ ਹਰੇਕ ਨੂੰ ਦੋ ਟਾਂਕ ਅਭਾਜ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੇ ਜੋੜਫਲ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਪ੍ਰਗਟ ਕਰੋ।
(i) 16 (ii) 28 (iii) 40
6. ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੀਆਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੇ ਵਿਚਕਾਰ ਸਾਰੀਆਂ ਅਭਾਜ ਸੰਖਿਆ ਲਿਖੋ।
(i) 1 to 25 (ii) 85 to 105 (iii) 120 to 140
7. ਕੀ 36 ਇੱਕ ਆਦਰਸ਼ ਸੰਖਿਆ (Perfect Number) ਹੈ?
8. ਖਾਲੀ ਥਾਂ ਭਰੋ-
(i) $5 \times \dots = 30$ (ii) $\dots \times 6 = 48$ (iii) $7 \times \dots = 63$
(iv) $\dots \times 8 = 104$ (v) $\dots \times 7 = 105$
9. ਦੋ ਅੰਕਾਂ ਵਾਲੀਆਂ ਸਾਰੀਆਂ ਅਭਾਜ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੀ ਸੂਚੀ ਬਣਾਓ, ਜਿੰਨ੍ਹਾਂ ਵਿੱਚੋਂ ਦੋਨੋਂ ਅੰਕ ਅਭਾਜ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਹੋਣ।

3.5. ਸਾਂਝੇ ਗੁਣਨਖੰਡ ਅਤੇ ਗੁਣਜ (Common Factors and Multiples)

ਪਿਛਲੇ ਭਾਗ ਵਿੱਚ, ਅਸੀਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੇ ਗੁਣਨਖੰਡ ਅਤੇ ਗੁਣਜਾਂ ਬਾਰੇ ਸਿੱਖਿਆ ਹੈ। ਇਸ ਭਾਗ ਵਿੱਚ ਅਸੀਂ ਦੋ ਜਾਂ ਦੋ ਤੋਂ ਵੱਧ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੇ ਸਾਂਝੇ ਗੁਣਨਖੰਡ ਅਤੇ ਗੁਣਜਾਂ ਬਾਰੇ ਚਰਚਾ ਕਰਾਂਗੇ।

ਆਉ ਕੁਝ ਉਦਾਹਰਨਾਂ ਰਾਹੀਂ ਸਮਝੀਏ-

ਉਦਾਹਰਨ 7: 12 ਅਤੇ 18 ਦੇ ਸਾਂਝੇ ਗੁਣਨਖੰਡ ਪਤਾ ਕਰੋ।

ਹੱਲ : 12 ਦੇ ਗੁਣਨਖੰਡ = 1, 2, 3, 4, 6 ਅਤੇ 12
18 ਦੇ ਗੁਣਨਖੰਡ = 1, 2, 3, 6, 9 ਅਤੇ 18
 \therefore 12 ਅਤੇ 18 ਦੇ ਸਾਂਝੇ ਗੁਣਨਖੰਡ = 1, 2, 3, ਅਤੇ 6

ਉਦਾਹਰਨ 8: 15, 24 ਅਤੇ 30 ਦੇ ਸਾਂਝੇ ਗੁਣਨਖੰਡ ਲਿਖੋ:

ਹੱਲ : 15 ਦੇ ਗੁਣਨਖੰਡ = 1, 3, 5, 15
24 ਦੇ ਗੁਣਨਖੰਡ = 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24
30 ਦੇ ਗੁਣਨਖੰਡ = 1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30

∴ 15, 24 ਅਤੇ 30 ਦੇ ਸਾਂਝੇ ਗੁਣਨਖੰਡ = 1 ਅਤੇ 3

ਉਦਾਹਰਨ 9: 4 ਅਤੇ 6 ਦੇ ਪਹਿਲੇ ਚਾਰ ਸਾਂਝੇ ਗੁਣਜ ਦੱਸੋ।

ਹੱਲ : 4 ਦੇ ਗੁਣਜ = 4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32, 36, 40, 44, 48, 52

6 ਦੇ ਗੁਣਜ = 6, 12, 18, 24, 30, 36, 42, 48, 54

∴ 4 ਅਤੇ 6 ਦੇ ਪਹਿਲੇ ਚਾਰ ਸਾਂਝੇ ਗੁਣਜ = 12, 24, 36 ਅਤੇ 48।

ਉਦਾਹਰਨ 10: 16 ਅਤੇ 25 ਦੇ ਸਾਂਝੇ ਗੁਣਨਖੰਡ ਲਿਖੋ।

ਹੱਲ : 16 ਦੇ ਗੁਣਨਖੰਡ = 1, 2, 4, 8, 16

25 ਦੇ ਗੁਣਨਖੰਡ = 1, 5, 25

16 ਅਤੇ 25 ਦੇ ਸਾਂਝੇ ਗੁਣਨਖੰਡ = 1

3.5.1 ਸਹਿ ਅਭਾਜ ਸੰਖਿਆਵਾਂ (Co-Prime Numbers)

ਦੋ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਜਿਹਨਾਂ ਵਿੱਚ 1 ਤੋਂ ਇਲਾਵਾ ਹੋਰ ਕੋਈ ਵੀ ਸਾਂਝਾ ਗੁਣਨਖੰਡ ਨਾ ਹੋਵੇ, ਸਹਿ ਅਭਾਜ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਅਖਵਾਉਂਦੀਆਂ ਹਨ।

ਉੱਪਰਲੀ ਉਦਾਹਰਨ ਵਿੱਚ 16 ਅਤੇ 25 ਦਾ 1 ਹੀ ਸਾਂਝਾ ਗੁਣਨਖੰਡ ਹੈ। ਇਸ ਲਈ ਇਹਨਾਂ ਨੂੰ ਸਹਿ-ਅਭਾਜ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਕਹਿੰਦੇ ਹਨ। ਹੋਰ ਉਦਾਹਰਨਾਂ ਹਨ (5,7); (8,9), (12, 13) ਆਦਿ

* ਦੋ ਸਹਿ ਅਭਾਜ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਲਈ ਦੋਨਾਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦਾ ਅਭਾਜ ਹੋਣਾ ਜ਼ਰੂਰੀ ਨਹੀਂ।

* ਦੋ ਅਭਾਜ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਹਮੇਸ਼ਾ ਸਹਿ ਅਭਾਜ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਹੁੰਦੀਆਂ ਹਨ।

3.6 ਭਾਜ ਯੋਗਤਾ ਦੀ ਜਾਂਚ (Tests of Divisibility)

ਇਹ ਪਤਾ ਕਰਨ ਲਈ ਕਿ ਇੱਕ ਸੰਖਿਆ ਦੂਜੀ ਸੰਖਿਆ ਨਾਲ ਭਾਜਯੋਗ ਹੈ, ਅਸੀਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਭਾਗ ਕਰਦੇ ਹਾਂ ਅਤੇ ਦੇਖਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਬਾਕੀ ਸਿਫ਼ਰ ਬਚਦਾ ਹੈ ਜਾਂ ਨਹੀਂ। ਪਰ ਇਹ ਬਹੁਤ ਹੀ ਸਮਾਂ ਲੈਣ ਵਾਲੀ ਗਤੀਵਿਧੀ ਹੈ। ਇੱਥੇ ਸੰਖਿਆਵਾਂ 2,3,4,5,6,8,9 10 ਅਤੇ 11 ਦੀ ਭਾਜ ਯੋਗਤਾ ਦੇ ਨਿਯਮ ਹਨ, ਜਿਹਨਾਂ ਰਾਹੀਂ ਅਸੀਂ ਪਤਾ ਕਰਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਦਿੱਤੀ ਹੋਈ ਸੰਖਿਆ ਇਹਨਾਂ ਵਿੱਚੋਂ ਕਿਸੇ ਨਾਲ ਭਾਜਯੋਗ ਹੈ ਜਾਂ ਨਹੀਂ। ਇਸ ਭਾਗ ਵਿੱਚ ਅਸੀਂ ਇਹਨਾਂ ਦੀ ਭਾਜਯੋਗਤਾ ਦੀ ਜਾਂਚ ਬਾਰੇ ਸਿਖਾਂਗੇ।

2 ਨਾਲ ਭਾਜਯੋਗਤਾ (Divisibility by 2) :- ਜੇਕਰ ਕਿਸੇ ਸੰਖਿਆ ਦਾ ਇਕਾਈ ਦਾ ਅੰਕ ਜਿਸਤ ਭਾਵ 0,2,4,6 ਜਾਂ 8 ਹੋਵੇ, ਤਾਂ ਉਹ ਸੰਖਿਆ 2 ਨਾਲ ਭਾਜਯੋਗ ਹੈ।

ਉਦਾਹਰਨ ਵਜੋਂ:-

(a) 2164, 12562, 83490 ਆਦਿ 2 ਨਾਲ ਭਾਜਯੋਗ ਹਨ।

(b) 6193, 82937, 14051 ਆਦਿ 2 ਨਾਲ ਭਾਜਯੋਗ ਨਹੀਂ ਹਨ।

4 ਨਾਲ ਭਾਜ ਯੋਗਤਾ (Divisibility by 4) :- ਜੇਕਰ ਸੰਖਿਆ ਦੇ ਇਕਾਈ ਤੇ ਦਹਾਈ ਦੇ ਅੰਕਾਂ ਤੋਂ ਬਣੀ ਸੰਖਿਆ 4 ਨਾਲ ਭਾਗ ਹੁੰਦੀ ਹੈ, ਤਾਂ ਉਹ ਸੰਖਿਆ 4 ਨਾਲ ਭਾਜਯੋਗ ਹੁੰਦੀ ਹੈ।

ਉਦਾਹਰਨ ਵਜੋਂ:-

(a) 6124, 25632, 84300, 12496 ਆਦਿ ਸਾਰੀਆਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ 4 ਨਾਲ ਭਾਜਯੋਗ ਹਨ ਕਿਉਂਕਿ ਇਹਨਾਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੇ ਆਖਰੀ ਦੋ ਦੋ ਅੰਕਾਂ ਨਾਲ ਬਣੀ ਸੰਖਿਆ 4 ਨਾਲ ਭਾਗ ਹੁੰਦੀ ਹੈ।

(b) 12731, 5167, 42342 ਆਦਿ ਸੰਖਿਆਵਾਂ 4 ਨਾਲ ਭਾਜਯੋਗ ਨਹੀਂ ਹੈ ਕਿਉਂਕਿ ਇਹਨਾਂ ਦੇ ਆਖਰੀ 2 ਅੰਕਾਂ ਨਾਲ ਬਣੀ ਸੰਖਿਆ 4 ਨਾਲ ਭਾਗ ਨਹੀਂ ਹੁੰਦੀ।

8 ਨਾਲ ਭਾਜਯੋਗਤਾ (Divisibility by 8):- ਜੇਕਰ ਕਿਸੇ ਸੰਖਿਆ ਦੇ ਆਖਰੀ ਤਿੰਨ ਅੰਕਾਂ ਦੀ ਸੰਖਿਆ 8 ਨਾਲ ਵੰਡੀ ਜਾਵੇ ਜਾਂ ਸੰਖਿਆ ਦੇ ਆਖਰੀ ਤਿੰਨ ਅੰਕ ਸਿਫ਼ਰਾਂ ਨਾਲ ਖਤਮ ਹੁੰਦੇ ਹੋਣ ਤਾਂ ਉਹ ਸੰਖਿਆ 8 ਨਾਲ ਭਾਜਯੋਗ ਹੁੰਦੀ ਹੈ।

ਉਦਾਹਰਨ ਵਜੋਂ:-

(a) 214832, 51616, 2400 ਆਦਿ 8 ਨਾਲ ਭਾਜਯੋਗ ਹਨ।

- (b) 613513, 52642, 1678093 ਆਦਿ 8 ਨਾਲ ਭਾਜਯੋਗ ਨਹੀਂ ਹਨ ਕਿਉਂਕਿ ਇਹਨਾਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੇ ਆਖਰੀ ਤਿੰਨ ਅੰਕ 8 ਨਾਲ ਭਾਗ ਨਹੀਂ ਹੁੰਦੇ।

3 ਨਾਲ ਭਾਜਯੋਗਤਾ (Divisibility by 3):- ਜੇਕਰ ਕਿਸੇ ਸੰਖਿਆ ਦੇ ਸਾਰੇ ਅੰਕਾਂ ਦਾ ਜੋੜ 3 ਨਾਲ ਭਾਗ ਹੁੰਦਾ ਹੋਵੇ, ਤਾਂ ਉਹ ਸੰਖਿਆ 3 ਨਾਲ ਭਾਜਯੋਗ ਹੁੰਦੀ ਹੈ।

ਉਦਾਹਰਨ ਵਜੋਂ:-

- (a) 357, 3 ਨਾਲ ਭਾਜਯੋਗ ਹੈ।
ਸੰਖਿਆ ਦੇ ਅੰਕਾਂ ਦਾ ਜੋੜ = $3+5+7=15$ ਜੋ ਕਿ 3 ਨਾਲ ਭਾਗ ਹੁੰਦੀ ਹੈ।
- (b) 51062, 3 ਨਾਲ ਭਾਜਯੋਗ ਨਹੀਂ ਹੈ।
ਸੰਖਿਆ ਦੇ ਅੰਕਾਂ ਦਾ ਜੋੜ = $5+1+0+6+2=14$, ਜੋ ਕਿ 3 ਨਾਲ ਭਾਗ ਨਹੀਂ ਹੁੰਦੀ।

9 ਨਾਲ ਭਾਜਯੋਗਤਾ (Divisibility by 9):- ਜੇਕਰ ਕਿਸੇ ਸੰਖਿਆ ਦੇ ਸਾਰੇ ਅੰਕਾਂ ਦਾ ਜੋੜ 9 ਨਾਲ ਭਾਗ ਹੁੰਦਾ ਹੋਵੇ, ਤਾਂ ਉਹ ਸੰਖਿਆ 9 ਨਾਲ ਭਾਜਯੋਗ ਹੁੰਦੀ ਹੈ।

ਉਦਾਹਰਨ ਵਜੋਂ:-

- (a) 62154, 9 ਨਾਲ ਭਾਜਯੋਗ ਹੈ।
ਸੰਖਿਆ ਦੇ ਅੰਕਾਂ ਦਾ ਜੋੜ = $6+2+1+5+4=18$, 9 ਨਾਲ ਭਾਜਯੋਗ ਹੈ।
- (b) 23509, 9 ਨਾਲ ਭਾਜਯੋਗ ਨਹੀਂ ਹੈ।
ਸੰਖਿਆ ਦੇ ਅੰਕਾਂ ਦਾ ਜੋੜ = $2+3+5+0+9=19$, ਜੋ ਕਿ 9 ਨਾਲ ਭਾਗ ਨਹੀਂ ਹੁੰਦੀ।

5 ਨਾਲ ਭਾਜਯੋਗਤਾ (Divisibility by 5):- ਜੇਕਰ ਕਿਸੇ ਸੰਖਿਆ ਦਾ ਇਕਾਈ (ਆਖਰੀ) ਅੰਕ 0 ਜਾਂ 5 ਹੋਵੇ, ਤਾਂ ਉਹ ਸੰਖਿਆ 5 ਨਾਲ ਭਾਜਯੋਗ ਹੁੰਦੀ ਹੈ।

ਉਦਾਹਰਨ ਵਜੋਂ:-

- (a) 51680, 235045, 91435 ਆਦਿ 5 ਨਾਲ ਭਾਜਯੋਗ ਹੈ, ਕਿਉਂਕਿ ਸੰਖਿਆ ਦਾ ਆਖਰੀ ਅੰਕ 0 ਜਾਂ 5 ਹੈ।
- (b) 216803, 52361 ਆਦਿ 5 ਨਾਲ ਭਾਜਯੋਗ ਨਹੀਂ ਹੈ ਕਿਉਂਕਿ ਸੰਖਿਆ ਦਾ ਆਖਰੀ ਅੰਕ 0 ਜਾਂ 5 ਨਹੀਂ ਹੈ।

10 ਨਾਲ ਭਾਜਯੋਗਤਾ (Divisibility by 10):- ਜੇਕਰ ਕਿਸੇ ਸੰਖਿਆ ਦਾ ਇਕਾਈ (ਆਖਰੀ) ਦਾ ਅੰਕ 0 ਹੋਵੇ, ਤਾਂ ਉਹ ਸੰਖਿਆ 10 ਨਾਲ ਭਾਜਯੋਗ ਹੁੰਦੀ ਹੈ।

ਉਦਾਹਰਨ ਵਜੋਂ:-

- (a) 62560, 315680, 25600 ਆਦਿ 10 ਨਾਲ ਭਾਜਯੋਗ ਹੈ, ਕਿਉਂਕਿ ਇਹਨਾਂ ਦੇ ਇਕਾਈ ਦਾ ਅੰਕ 0 ਹੈ।
- (b) 2153, 68024, 519831 ਆਦਿ 10 ਨਾਲ ਭਾਜਯੋਗ ਨਹੀਂ ਹੈ।

3.7 ਭਾਜਯੋਗਤਾ ਦੇ ਆਮ ਗੁਣ (Some General Properties of Divisibility)

ਗੁਣ 1 :- ਮੰਨ ਲਉ a, b, c ਤਿੰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਹਨ। ਜੇਕਰ a, b ਨਾਲ ਭਾਜਯੋਗ ਹੈ ਅਤੇ b, c ਨਾਲ ਭਾਜਯੋਗ ਹੈ ਤਾਂ a, c ਨਾਲ ਭਾਜਯੋਗ ਹੋਵੇਗੀ।

ਜਾਂ

ਜੇਕਰ ਕੋਈ ਸੰਖਿਆ ਇੱਕ ਸੰਖਿਆ ਨਾਲ ਭਾਗ ਹੁੰਦੀ ਹੈ ਤਾਂ ਉਹ ਸੰਖਿਆ ਇਸ ਸੰਖਿਆ ਦੇ ਹਰੇਕ ਗੁਣਨਖੰਡ ਨਾਲ ਵੀ ਭਾਗ ਹੋਵੇਗੀ।

ਉਦਾਹਰਨ ਵਜੋਂ:- ਸੰਖਿਆ 48, 12 ਨਾਲ ਭਾਜਯੋਗ ਹੈ ਅਤੇ 12, ਸੰਖਿਆਵਾਂ 2, 3 ਅਤੇ 6 ਨਾਲ ਭਾਜਯੋਗ ਹੈ। ਇਸ ਲਈ ਸੰਖਿਆ 48 ਸੰਖਿਆਵਾਂ 2, 3 ਅਤੇ 6 ਨਾਲ ਵੀ ਭਾਜਯੋਗ ਹੋਵੇਗੀ।

ਸਿੱਟੇ (Consequences):-

- * ਕਿਉਂਕਿ 4, 2 ਨਾਲ ਭਾਜਯੋਗ ਹੈ, ਇਸ ਲਈ ਹਰ ਉਹ ਸੰਖਿਆ ਜੋ 4 ਨਾਲ ਭਾਜਯੋਗ ਹੈ ਉਹ 2 ਨਾਲ ਵੀ ਭਾਜਯੋਗ ਹੋਵੇਗੀ।
- * ਕਿਉਂਕਿ 6, ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਅਤੇ 2 ਅਤੇ 3 ਨਾਲ ਭਾਜਯੋਗ ਹੈ, ਇਸ ਲਈ ਹਰ ਉਹ ਸੰਖਿਆ ਜੋ 6 ਨਾਲ ਭਾਜਯੋਗ ਹੈ ਉਹ ਸੰਖਿਆਵਾਂ 2 ਅਤੇ 3 ਨਾਲ ਵੀ ਭਾਜਯੋਗ ਹੋਵੇਗੀ।
- * ਕਿਉਂਕਿ 9, 3 ਨਾਲ ਭਾਜਯੋਗ ਹੈ। ਇਸ ਲਈ ਹਰ ਸੰਖਿਆ ਜੋ 9 ਨਾਲ ਭਾਜਯੋਗ ਹੈ ਉਹ 3 ਨਾਲ ਵੀ ਭਾਜਯੋਗ ਹੋਵੇਗੀ।

ਗੁਣ 2:- ਜੇ a ਅਤੇ b ਦੋ ਸਹਿ ਅਭਾਜ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਹਨ ਅਤੇ ਸੰਖਿਆ c ਸੰਖਿਆਵਾਂ a ਅਤੇ b ਦੋਵਾਂ ਨਾਲ ਭਾਜਯੋਗ ਹੈ ਤਾਂ ਸੰਖਿਆ c , $a \times b$ ਨਾਲ ਵੀ ਭਾਜਯੋਗ ਹੋਵੇਗੀ।

ਜਾਂ

ਜੇਕਰ ਕੋਈ ਸੰਖਿਆ ਦੋ ਜਾਂ 2 ਤੋਂ ਵੱਧ ਸਹਿ ਅਭਾਜ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨਾਲ ਭਾਗ ਹੁੰਦੀ ਹੋਵੇ ਤਾਂ ਉਹਨਾਂ ਦੇ ਗੁਣਨਫਲਾਂ ਨਾਲ ਵੀ ਭਾਗ ਹੁੰਦੀ ਹੈ।

ਉਦਾਹਰਨ ਵਜੋਂ:- ਅਸੀਂ ਦੋ ਸਹਿ ਅਭਾਜ ਸੰਖਿਆਵਾਂ 3 ਅਤੇ 4 ਲੈਂਦੇ ਹਾਂ।

ਸੰਖਿਆ 3, 72 ਦਾ ਗੁਣਨਖੰਡ ਹੈ ਅਤੇ ਸੰਖਿਆ 4 ਵੀ 72 ਦਾ ਇੱਕ ਗੁਣਨਖੰਡ ਹੈ।

ਇਸ ਲਈ $3 \times 4 = 12$ ਵੀ 72 ਦਾ ਇੱਕ ਗੁਣਨਖੰਡ ਹੋਵੇਗਾ।

ਗੁਣ 3:- ਜੇਕਰ ਦੋ ਸੰਖਿਆਵਾਂ b ਅਤੇ c ਸੰਖਿਆ a ਨਾਲ ਭਾਜਯੋਗ ਹੈ ਤਾਂ $(b + c)$ ਵੀ ਸੰਖਿਆ a ਨਾਲ ਭਾਜਯੋਗ ਹੋਵੇਗੀ।

ਜਾਂ

ਜੇਕਰ ਦਿੱਤੀਆਂ ਹੋਈਆਂ ਦੋ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਕਿਸੇ ਸੰਖਿਆ ਨਾਲ ਭਾਗ ਹੁੰਦੀਆਂ ਹੋਣ ਤਾਂ ਇਹਨਾਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦਾ ਜੋੜ ਵੀ ਇਸ ਸੰਖਿਆ ਨਾਲ ਭਾਗ ਹੋਵੇਗਾ।

ਉਦਾਹਰਨ ਵਜੋਂ:- 45 ਅਤੇ 70 ਦੋਵੇਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ 5 ਨਾਲ ਭਾਜਯੋਗ ਹੈ। ਇਹਨਾਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦਾ ਜੋੜ $45 + 70 = 115$ ਹੈ।

\Rightarrow 115 ਵੀ 5 ਨਾਲ ਭਾਜਯੋਗ ਹੈ।

ਗੁਣ 4:- ਜੇਕਰ ਦੋ ਸੰਖਿਆਵਾਂ b ਅਤੇ c ਸੰਖਿਆ a ਨਾਲ ਭਾਜਯੋਗ ਹੈ ਤਾਂ $(b - c)$ ਜਾਂ $(c - b)$ ਵੀ ਸੰਖਿਆ a ਨਾਲ ਭਾਜਯੋਗ ਹੋਵੇਗੀ।

ਜਾਂ

ਜੇਕਰ ਦਿੱਤੀਆਂ ਹੋਈਆਂ ਦੋ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਕਿਸੇ ਸੰਖਿਆ ਨਾਲ ਭਾਗ ਹੁੰਦੀਆਂ ਹੋਣ ਤਾਂ ਇਹਨਾਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦਾ ਅੰਤਰ ਵੀ ਉਸ ਸੰਖਿਆ ਨਾਲ ਭਾਗ ਹੋਵੇਗਾ।

ਉਦਾਹਰਨ ਵਜੋਂ:- 84 ਅਤੇ 45 ਦੋਵੇਂ 3 ਨਾਲ ਭਾਜਯੋਗ ਹੈ।

ਦੋਵਾਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦਾ ਅੰਤਰ $84 - 45 = 39$ ਹੈ

\Rightarrow 39 ਵੀ 3 ਨਾਲ ਭਾਗਯੋਗ ਹੈ।

ਅਭਿਆਸ 3.2

1. ਹੇਠਾਂ ਲਿਖਿਆਂ ਦੇ ਸਾਂਝੇ ਗੁਣਨਖੰਡ ਪਤਾ ਕਰੋ।

- | | | |
|--------------------|-------------------|-----------------|
| (i) 16 ਅਤੇ 24 | (ii) 25 ਅਤੇ 40 | (iii) 24 ਅਤੇ 36 |
| (iv) 14, 35 ਅਤੇ 42 | (v) 15, 24 ਅਤੇ 35 | |

2. ਹੇਠਾਂ ਲਿਖਿਆਂ ਦੇ ਪਹਿਲੇ 3 ਸਾਂਝੇ ਗੁਣਜ ਪਤਾ ਕਰੋ।

- (i) 3 ਅਤੇ 5 (ii) 6 ਅਤੇ 8 (iii) 2, 3 ਅਤੇ 4

3. ਹੇਠਾਂ ਲਿਖਿਆਂ ਵਿੱਚੋਂ ਕਿਹੜੀਆਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ 2 ਜਾਂ 4 ਨਾਲ ਭਾਜਯੋਗ ਹਨ।

- (i) 52314 (ii) 678913 (iii) 4056784 (iv) 21536 (v) 412318

4. ਹੇਠਾਂ ਲਿਖਿਆਂ ਵਿੱਚੋਂ ਕਿਹੜੀਆਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ 3 ਜਾਂ 9 ਨਾਲ ਭਾਜਯੋਗ ਹਨ।

- (i) 654312 (ii) 516735 (iii) 423152 (iv) 704355 (v) 215478

5. ਹੇਠਾਂ ਲਿਖਿਆਂ ਵਿੱਚੋਂ ਕਿਹੜੀਆਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ 5 ਜਾਂ 10 ਨਾਲ ਭਾਜਯੋਗ ਹਨ।
(i) 456803 (ii) 654130 (iii) 256785 (iv) 412508 (v) 872565
6. ਹੇਠਾਂ ਲਿਖਿਆਂ ਵਿੱਚੋਂ ਕਿਹੜੀਆਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ 8 ਨਾਲ ਭਾਜਯੋਗ ਹਨ।
(i) 457432 (ii) 5134214 (iii) 7232000 (iv) 5124328 (v) 642516
7. ਕਿਹੜਾ ਕਥਨ ਸਹੀ ਹੈ ਅਤੇ ਕਿਹੜਾ ਗਲਤ :-
(i) ਜੇਕਰ ਕੋਈ ਸੰਖਿਆ 24 ਨਾਲ ਭਾਜਯੋਗ ਹੈ ਤਾਂ ਉਹ 3 ਅਤੇ 8 ਨਾਲ ਵੀ ਭਾਗ ਹੁੰਦੀ ਹੈ।
(ii) ਸੰਖਿਆਵਾਂ 60 ਅਤੇ 90, 10 ਨਾਲ ਭਾਜਯੋਗ ਹੈ ਤਾਂ ਇਹਨਾਂ ਦਾ ਜੋੜ 10 ਨਾਲ ਭਾਗ ਨਹੀਂ ਹੁੰਦਾ।
(iii) ਜੇਕਰ ਕੋਈ ਸੰਖਿਆ 8 ਨਾਲ ਭਾਜਯੋਗ ਹੈ ਤਾਂ ਉਹ 16 ਨਾਲ ਵੀ ਭਾਗ ਹੁੰਦੀ ਹੈ।
(iv) ਜੇਕਰ ਕੋਈ ਸੰਖਿਆ 15 ਨਾਲ ਭਾਜਯੋਗ ਹੈ ਤਾਂ ਉਹ 3 ਨਾਲ ਵੀ ਭਾਗ ਹੁੰਦੀ ਹੈ।
(v) 144 ਅਤੇ 72 ਸੰਖਿਆ 12 ਨਾਲ ਭਾਜਯੋਗ ਹੈ ਤਾਂ ਇਹਨਾਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦਾ ਅੰਤਰ ਵੀ 12 ਨਾਲ ਭਾਜਯੋਗ ਹੋਵੇਗਾ।
8. ਜੇਕਰ ਕੋਈ ਸੰਖਿਆ 5 ਅਤੇ 9 ਨਾਲ ਭਾਜਯੋਗ ਹੈ ਤਾਂ ਇਹ ਸੰਖਿਆ ਹੋਰ ਕਿਸ ਅੰਕ ਨਾਲ ਭਾਜਯੋਗ ਹੋਵੇਗਾ।
9. ਇਹਨਾਂ ਵਿੱਚੋਂ ਕਿਹੜੀਆਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਸਹਿ ਅਭਾਜ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਹਨ।
(i) 25, 35 (ii) 16, 21 (iii) 24, 41 (iv) 48, 33 (v) 20, 57

3.8 ਅਭਾਜ ਗੁਣਨਖੰਡੀਕਰਨ (Prime Factorisation)

ਪਿਛਲੇ ਭਾਗ ਵਿੱਚ, ਅਸੀਂ ਸੰਖਿਆ ਦੇ ਗੁਣਨਖੰਡ, ਅਭਾਜ ਸੰਖਿਆ ਅਤੇ ਭਾਜ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਬਾਰੇ ਜਾਣਿਆ ਹੈ। ਜੇਕਰ ਕੋਈ ਸੰਖਿਆ ਭਾਜ ਹੈ ਤਾਂ ਅਸੀਂ ਉਸਨੂੰ ਦੋ ਗੁਣਨਖੰਡਾਂ ਦੀ ਗੁਣਾ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਲਿਖ ਸਕਦੇ ਹਾਂ। ਗੁਣਨਖੰਡ ਦੋਵੇਂ ਅਭਾਜ ਜਾਂ ਦੋਵੇਂ ਭਾਜ ਜਾਂ ਇੱਕ ਅਭਾਜ ਤੇ ਇੱਕ ਭਾਜ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਹੋ ਸਕਦਾ ਹੈ।

ਜੇਕਰ ਸੰਖਿਆ ਭਾਜ ਹੈ ਤਾਂ ਗੁਣਨਖੰਡਾਂ ਨੂੰ ਅੱਗੇ ਫੇਰ ਤੋੜਿਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ ਇਸ ਤਰੀਕੇ ਨੂੰ ਅਸੀਂ ਉਦੋਂ ਤੱਕ ਜਾਰੀ ਰੱਖਾਂਗੇ ਜਦੋਂ ਤੱਕ ਅਸੀਂ ਸਾਰੇ ਅਭਾਜ ਗੁਣਨਖੰਡ ਪ੍ਰਾਪਤ ਨਹੀਂ ਕਰ ਲੈਂਦੇ।

ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਅਭਾਜ ਗੁਣਨਖੰਡੀਕਰਨ ਇੱਕ ਅਜਿਹੀ ਪ੍ਰਕਿਰਿਆ/ਵਿਧੀ ਹੈ ਜਿਸ ਵਿੱਚ ਅਸੀਂ ਭਾਜ ਸੰਖਿਆ ਨੂੰ ਅਭਾਜ ਗੁਣਨਖੰਡ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਦੁਬਾਰਾ ਲਿਖਦੇ ਹਾਂ।

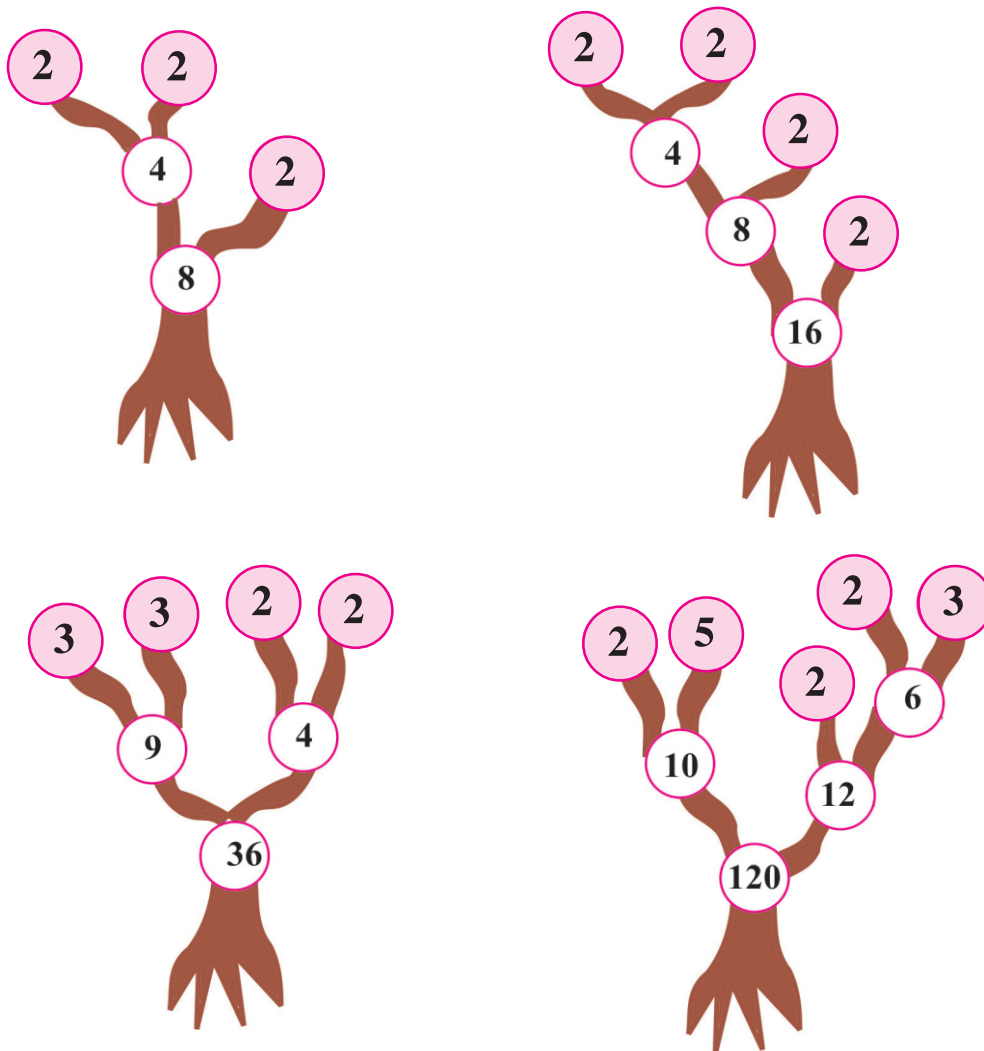
* **ਅੰਕ ਗਣਿਤ ਦਾ ਮੂਲ ਸਿਧਾਂਤ(Fundamental Theorem of Arithmetic):-** ਹਰੇਕ ਭਾਜ ਸੰਖਿਆ ਨੂੰ ਅਭਾਜ ਗੁਣਨਖੰਡਾਂ ਦਾ ਕ੍ਰਮ ਦੇਖੇ ਬਿਨਾਂ ਇੱਕੋ ਇੱਕ ਤਰੀਕੇ ਨਾਲ ਅਭਾਜ ਗੁਣਨਖੰਡਾਂ ਦੇ ਗੁਣਨਫਲ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਦਰਸਾਇਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ।

ਅਭਾਜ ਗੁਣਨਖੰਡਾਂ ਨੂੰ ਲਿਖਣ ਦੇ ਦੋ ਢੰਗ ਹਨ:-

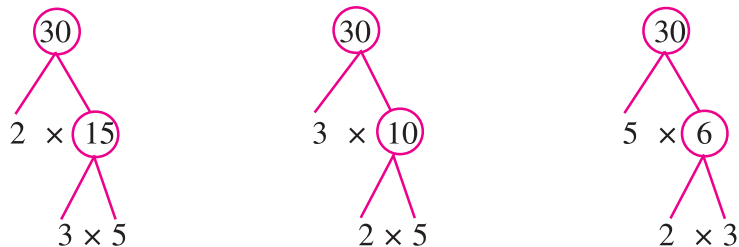
- ਗੁਣਨਖੰਡ ਰੁੱਖ ਵਿਧੀ (Factor Tree Method)
- ਵੰਡ ਵਿਧੀ (Division Method)

3.8.1 ਗੁਣਨਖੰਡ ਰੁੱਖ ਵਿਧੀ (Factor Tree Method)

ਗੁਣਨਖੰਡ ਰੁੱਖ ਵਿਧੀ ਦੇ ਹਰੇਕ ਭਾਗ ਵਿੱਚ ਦਿੱਤੀ ਹੋਈ ਭਾਜ ਸੰਖਿਆ ਨੂੰ ਉਸਦੇ ਸਭ ਤੋਂ ਛੋਟੇ ਅਭਾਜ ਗੁਣਨਖੰਡ ਅਤੇ ਦੂਜੇ ਗੁਣਨਖੰਡ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਉਦੋਂ ਤੱਕ ਲਿਖਦੇ ਹਾਂ ਜਦੋਂ ਤੱਕ ਸਾਨੂੰ ਉਸਦੇ ਸਾਰੇ ਅਭਾਜ ਗੁਣਨਖੰਡ ਨਹੀਂ ਮਿਲ ਜਾਂਦੇ।



ਆਉ ਅਸੀਂ 30 ਦੇ ਅਭਾਜ ਗੁਣਨਖੰਡ, ਗੁਣਨਖੰਡ ਦਰੱਖਤ ਵਿਧੀ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਕੇ ਪਤਾ ਕਰੀਏ।



ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਹਰੇਕ ਸਥਿਤੀ ਵਿੱਚ, 30 ਦੇ ਅਭਾਜ ਗੁਣਨਖੰਡ = $2 \times 3 \times 5$

3.8.2 ਵੰਡ ਵਿਧੀ (Division Method)

ਆਉ 360 ਦੇ ਅਭਾਜ ਗੁਣਨਖੰਡ ਵੰਡ ਵਿਧੀ ਰਾਹੀਂ ਪਤਾ ਕਰੀਏ।

ਪਗ 1:- ਦਿੱਤੀ ਸੰਖਿਆ ਨੂੰ ਕਿਸੇ ਵੀ ਅਭਾਜ ਸੰਖਿਆ ਨਾਲ ਵੰਡੋ ਜਿਹੜੀ ਕਿ ਉਸਨੂੰ ਪੂਰੀ-ਪੂਰੀ ਵੰਡਦੀ ਹੋਵੇ।

ਪਗ 2:- ਬਾਕੀ ਰਹਿੰਦੀ ਸੰਖਿਆ ਨੂੰ ਵੀ ਕਿਸੇ ਅਭਾਜ ਸੰਖਿਆ ਨਾਲ ਵੰਡਦੇ ਰਹੋ ਜਦੋਂ ਤੱਕ ਬਾਕੀ ਬਚੀ ਸੰਖਿਆ ਵੀ ਅਭਾਜ ਸੰਖਿਆ ਨਾ ਰਹਿ ਜਾਵੇ।

ਇਸ ਲਈ 360 ਦੇ ਅਭਾਜ ਗੁਣਨਖੰਡ = $2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5$

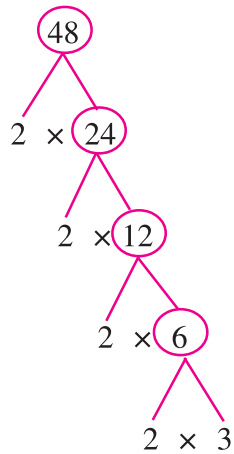
2	360
2	180
2	90
3	45
3	15
	5

ਉਦਾਹਰਨ 11:- ਗੁਣਨਖੰਡ ਰੁੱਖ ਵਿਧੀ ਰਾਹੀਂ ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੀਆਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੇ ਅਭਾਜ ਗੁਣਨਖੰਡ ਪਤਾ ਕਰੋ।

(i) 48 (ii) 196 (iii) 150

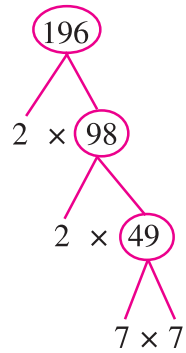
ਹੱਲ :

(i)



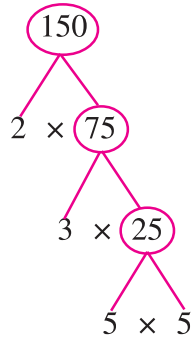
\therefore 48 ਦੇ ਅਭਾਜ ਗੁਣਨਖੰਡ
 $= 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3$

(ii)



\therefore 196 ਦੇ ਅਭਾਜ ਗੁਣਨਖੰਡ
 $= 2 \times 2 \times 7 \times 7$

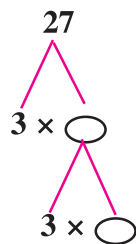
(iii)



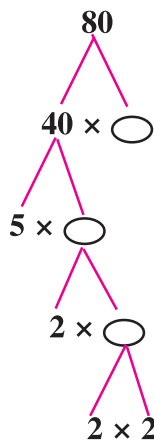
\therefore 150 ਦੇ ਅਭਾਜ ਗੁਣਨਖੰਡ $= 2 \times 3 \times 5 \times 5$

ਉਦਾਹਰਨ 12:- ਹਰੇਕ ਗੁਣਨਖੰਡ ਰੁੱਖ ਨੂੰ ਪੂਰਾ ਕਰੋ।

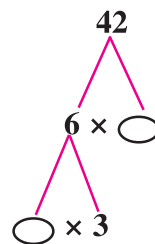
(i)



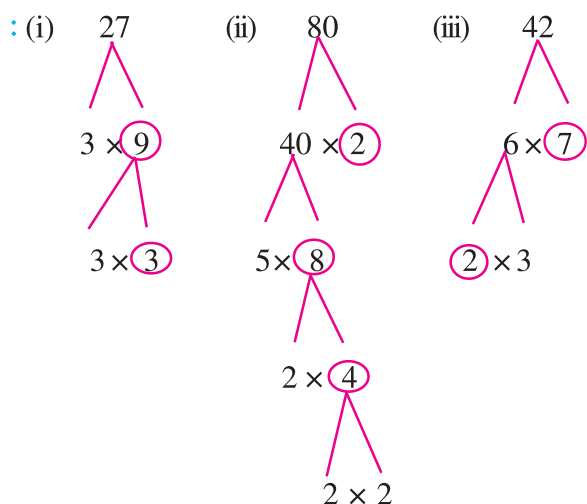
(ii)



(iii)



ਹੱਲ :



ਉਦਾਹਰਨ 13:- ਹੇਠ ਦਿੱਤੀਆਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੇ ਅਭਾਜ ਗੁਣਨਖੰਡ ਪਤਾ ਕਰੋ।

(i) 216 (ii) 375 (iii) 920

ਹੱਲ :

(i)
$$\begin{array}{r|l} 2 & 216 \\ \hline 2 & 108 \\ \hline 2 & 54 \\ \hline 3 & 27 \\ \hline 3 & 9 \\ \hline & 3 \end{array}$$

(ii)
$$\begin{array}{r|l} 3 & 375 \\ \hline 5 & 125 \\ \hline 5 & 25 \\ \hline & 5 \end{array}$$

$216 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3$

$375 = 3 \times 5 \times 5 \times 5$

(iii)
$$\begin{array}{r|l} 2 & 920 \\ \hline 2 & 460 \\ \hline 2 & 230 \\ \hline 5 & 115 \\ \hline & 23 \end{array}$$

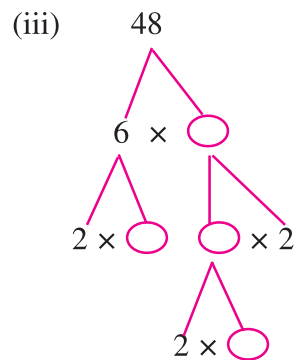
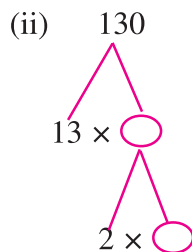
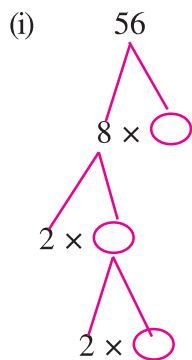
$920 = 2 \times 2 \times 2 \times 5 \times 23$

ਅਭਿਆਸ 3.3

1. ਗੁਣਨਖੰਡ ਰੁੱਖ ਵਿਧੀ ਰਾਹੀਂ ਹੇਠ ਲਿਖਿਆਂ ਦੇ ਅਭਾਜ ਗੁਣਨਖੰਡ ਪਤਾ ਕਰੋ।

(i) 96 (ii) 120 (iii) 180

2. ਹਰੇਕ ਗੁਣਨਖੰਡ ਰੁੱਖ ਨੂੰ ਪੂਰਾ ਕਰੋ।



3. ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੀਆਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੇ ਵੰਡ ਵਿਧੀ ਰਾਹੀਂ ਅਭਾਜ ਗੁਣਨਖੰਡ ਪਤਾ ਕਰੋ।

(i) 420 (ii) 980 (iii) 225 (iv) 150 (v) 324

3.9 ਸਭ ਤੋਂ ਵੱਡਾ ਸਾਂਝਾ ਗੁਣਨਖੰਡ ਜਾਂ ਸਭ ਤੋਂ ਵੱਡਾ ਸਾਂਝਾ ਭਾਜਕ (Highest common Factor (H.C.F.) Or Greatest Common Divisor (G.C.D))

ਪਿਛਲੇ ਭਾਗਾਂ ਵਿੱਚ, ਅਸੀਂ ਗੁਣਨਖੰਡਾਂ (Factors) ਅਤੇ ਗੁਣਜਾਂ (Multiples) ਅਤੇ ਸਾਂਝੇ ਗੁਣਨਖੰਡਾਂ (Common Factors) ਬਾਰੇ ਪੜ੍ਹ ਚੁੱਕੇ ਹਾਂ। ਇਸ ਭਾਗ ਵਿੱਚ, ਅਸੀਂ ਦਿੱਤੀਆਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੇ ਗੁਣਨਖੰਡਾਂ ਵਿੱਚੋਂ ਸਭ ਤੋਂ ਵੱਡੇ ਸਾਂਝੇ ਗੁਣਨਖੰਡ, ਜਿਸ ਨੂੰ ਮ.ਸ.ਵ (H.C.F) ਜਾਂ (G.C.D) ਵੀ ਆਖਦੇ ਹਾਂ ਬਾਰੇ ਸਿੱਖਾਂਗੇ।

“ਦੋ ਜਾਂ ਦੋ ਤੋਂ ਵੱਧ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦਾ ਸਭ ਤੋਂ ਵੱਡਾ ਸਾਂਝਾ ਗੁਣਨਖੰਡ (H.C.F.), ਸਾਂਝੇ ਗੁਣਨਖੰਡਾਂ ਵਿੱਚੋਂ ਸਭ ਤੋਂ ਵੱਡਾ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

ਹੋਰ ਸ਼ਬਦਾਂ ਵਿੱਚ ਦੋ ਜਾਂ ਦੋ ਤੋਂ ਵੱਧ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦਾ ਮ.ਸ.ਵ (H.C.F), ਉਹ ਸਭ ਤੋਂ ਵੱਡੀ ਸੰਖਿਆ ਜੋ ਸਾਰੀਆਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਪੂਰਾ ਪੂਰਾ ਵੰਡੇ, ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

ਉਦਾਹਰਨ ਵਜੋਂ:- ਮੰਨ ਲਓ 24 ਅਤੇ 42 ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਹਨ

24 ਦੇ ਗੁਣਨਖੰਡ = 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24

42 ਦੇ ਗੁਣਨਖੰਡ = 1, 2, 3, 6, 7, 14, 21, 42

24 ਅਤੇ 42 ਦੇ ਸਾਂਝੇ ਗੁਣਨਖੰਡ = 1, 2, 3, 6

ਇਹਨਾਂ ਸਾਂਝੇ ਗੁਣਨਖੰਡਾਂ ਵਿੱਚੋਂ, 6 ਸਭ ਤੋਂ ਵੱਡਾ ਸਾਂਝਾ ਗੁਣਨਖੰਡ ਹੈ।

ਇਸ ਲਈ 6, 24 ਅਤੇ 42 ਦਾ ਮ.ਸ.ਵ (H.C.F) ਹੈ।

- * ਦੋ ਜਾਂ ਦੋ ਤੋਂ ਵੱਧ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦਾ ਮ.ਸ.ਵ ਕਦੀ ਵੀ ਸਿਫ਼ਰ (0) ਨਹੀਂ ਹੋ ਸਕਦਾ ਕਿਉਂਕਿ 1 ਸਭ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦਾ ਸਾਂਝਾ ਗੁਣਨਖੰਡ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।
- * ਦੋ ਸਹਿ ਅਭਾਜ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦਾ ਮ.ਸ.ਵ ਹਮੇਸ਼ਾਂ 1 ਹੁੰਦਾ ਹੈ।
- * ਦਿੱਤੀਆਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦਾ ਮ.ਸ.ਵ ਹਮੇਸ਼ਾਂ ਉਨ੍ਹਾਂ ਤੋਂ ਛੋਟਾ ਜਾਂ ਦਿੱਤੀ ਛੋਟੀ ਸੰਖਿਆ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

ਦੋ ਜਾਂ ਦੋ ਤੋਂ ਵੱਧ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੇ ਮ.ਸ.ਵ (H.C.F) ਕੱਢਣ ਦੀਆਂ ਦੋ ਆਮ ਵਿਧੀਆਂ ਹਨ—

- * ਅਭਾਜ ਗੁਣਨਖੰਡ ਵਿਧੀ
- * ਨਿਰੰਤਰ ਭਾਗ ਵਿਧੀ

ਇਥੇ ਅਸੀਂ ਇਹਨਾਂ ਦੋਹਾਂ ਵਿਧੀਆਂ ਬਾਰੇ ਸਿੱਖਾਂਗੇ।

3.9.1 ਅਭਾਜ ਗੁਣਨਖੰਡ ਵਿਧੀ (Prime Factorisation Method) :- ਮ.ਸ.ਵ ਨੂੰ ਲੱਭਣ ਲਈ ਅਸੀਂ ਹੇਠ ਦਿੱਤੇ

ਪਗਾਂ (ਕਦਮਾਂ) ਦੀ ਪਾਲਣਾ ਕਰਦੇ ਹਾਂ:-

ਕਦਮ 1:- ਦਿੱਤੀ ਗਈ ਹਰੇਕ ਸੰਖਿਆ ਦੇ ਅਭਾਜ ਗੁਣਨਖੰਡ ਬਣਾਓ।

ਕਦਮ 2:- ਦਿੱਤੀਆਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੇ ਸਾਂਝੇ ਅਭਾਜ ਗੁਣਨਖੰਡ ਪਤਾ ਕਰੋ।

ਕਦਮ 3:- ਸਾਰੇ ਸਾਂਝੇ ਗੁਣਨਖੰਡਾਂ ਦਾ ਗੁਣਨਫਲ ਦਿੱਤੀਆਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦਾ ਮ.ਸ.ਵ ਹੈ।

ਉਦਾਹਰਨ 14: ਹੇਠ ਲਿਖੀਆਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦਾ ਮ.ਸ.ਵ ਪਤਾ ਕਰੋ।

(i) 36 ਅਤੇ 48 (ii) 30 ਅਤੇ 75 (iii) 108 ਅਤੇ 144

(iv) 42, 63 ਅਤੇ 210 (v) 125, 175 ਅਤੇ 250

ਹੱਲ : (i) ਪਹਿਲਾਂ ਅਸੀਂ ਦਿੱਤੀਆਂ ਹਰੇਕ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੇ ਅਭਾਜ ਗੁਣਨਖੰਡ ਲਿਖਾਂਗੇ।

$$\begin{array}{r|l} 2 & 36 \\ \hline 2 & 18 \\ \hline 3 & 9 \\ \hline & 3 \end{array} \quad \begin{array}{r|l} 2 & 48 \\ \hline 2 & 24 \\ \hline 2 & 12 \\ \hline 2 & 6 \\ \hline & 3 \end{array}$$

$$\therefore 36 = 2 \times 2 \times 3 \times 3$$

$$\text{ਅਤੇ } 48 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3$$

ਅਸੀਂ ਵੇਖਿਆ ਕਿ 2, ਦੋ ਵਾਰ, ਅਤੇ 3 ਇੱਕ ਵਾਰ ਸਾਂਝੇ ਗੁਣਨਖੰਡ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਆਉਂਦਾ ਹੈ।

$$\therefore 36 \text{ ਅਤੇ } 48 \text{ ਦਾ ਮ.ਸ.ਵ} = 2 \times 2 \times 3 = 12$$

(ii) ਪਹਿਲਾਂ ਅਸੀਂ ਦਿੱਤੀਆਂ ਹਰੇਕ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੇ ਅਭਾਜ ਗੁਣਨਖੰਡ ਲਿਖਾਂਗੇ।

$$\begin{array}{r|l} 2 & 30 \\ \hline 3 & 15 \\ \hline & 5 \end{array} \quad \begin{array}{r|l} 3 & 75 \\ \hline 5 & 25 \\ \hline & 5 \end{array}$$

$$\therefore 30 = 2 \times 3 \times 5$$

$$\text{ਅਤੇ } 75 = 3 \times 5 \times 5$$

ਅਸੀਂ ਵੇਖਿਆ ਹੈ ਕਿ 3 ਇੱਕ ਵਾਰ ਅਤੇ 5 ਵੀ ਇੱਕ ਵਾਰ ਸਾਂਝੇ ਗੁਣਨਖੰਡ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਆਉਂਦਾ ਹੈ।

$$\therefore 30 \text{ ਅਤੇ } 75 \text{ ਦਾ ਮ.ਸ.ਵ} = 3 \times 5 = 15$$

(iii) ਪਹਿਲਾਂ ਅਸੀਂ ਦਿੱਤੀਆਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੇ ਅਭਾਜ ਗੁਣਨਖੰਡ ਪਤਾ ਕਰਾਂਗੇ।

$$\begin{array}{r|l} 2 & 108 \\ \hline 2 & 54 \\ \hline 3 & 27 \\ \hline 3 & 9 \\ \hline & 3 \end{array} \quad \begin{array}{r|l} 2 & 144 \\ \hline 2 & 72 \\ \hline 2 & 36 \\ \hline 2 & 18 \\ \hline 3 & 9 \\ \hline & 3 \end{array}$$

$$\therefore 108 = 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3$$

$$\text{ਅਤੇ } 144 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3$$

ਅਸੀਂ ਵੇਖਿਆ ਕਿ ਸਾਂਝੇ ਗੁਣਨਖੰਡਾਂ ਵਿੱਚ 2, 2 ਵਾਰ ਅਤੇ 3 ਵੀ 2 ਵਾਰ ਸਾਂਝੇ ਗੁਣਨਖੰਡਾਂ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਆਉਂਦਾ ਹੈ

$$\therefore 108 \text{ ਅਤੇ } 144 \text{ ਦਾ ਮ.ਸ.ਵ.} = 2 \times 2 \times 3 \times 3 = 36$$

(iv) ਪਹਿਲਾਂ ਅਸੀਂ ਦਿੱਤੀਆਂ ਹਰੇਕ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੇ ਅਭਾਜ ਗੁਣਨਖੰਡ ਲਿਖਦੇ ਹਾਂ।

$$\begin{array}{r|rr} 2 & 42 & \\ \hline 3 & 21 & \\ \hline & 7 & \end{array} \quad \begin{array}{r|rr} 3 & 63 & \\ \hline 3 & 21 & \\ \hline & 7 & \end{array} \quad \begin{array}{r|rr} 2 & 210 & \\ \hline 3 & 105 & \\ \hline 5 & 35 & \\ \hline & 7 & \end{array}$$

$$\begin{aligned} \therefore 42 &= 2 \times 3 \times 7 \\ 63 &= 3 \times 3 \times 7 \\ \text{ਅਤੇ } 210 &= 2 \times 3 \times 5 \times 7 \end{aligned}$$

ਅਸੀਂ ਪਤਾ ਲਗਾਇਆ ਕਿ 3, ਇੱਕ ਵਾਰ, ਅਤੇ 7 ਵੀ ਇੱਕ ਵਾਰ ਸਾਂਝੇ ਗੁਣਨਖੰਡਾਂ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਆਉਂਦਾ ਹੈ।

$$\therefore 42, 63 \text{ ਅਤੇ } 210 \text{ ਦਾ ਮ.ਸ.ਵ.} = 3 \times 7 = 21$$

(v) ਪਹਿਲਾਂ ਅਸੀਂ ਦਿੱਤੀਆਂ ਹਰੇਕ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੇ ਅਭਾਜ ਗੁਣਨਖੰਡ ਲਿਖਦੇ ਹਾਂ।

$$\begin{array}{r|rr} 5 & 125 & \\ \hline 5 & 25 & \\ \hline & 5 & \end{array} \quad \begin{array}{r|rr} 5 & 175 & \\ \hline 5 & 35 & \\ \hline & 7 & \end{array} \quad \begin{array}{r|rr} 2 & 250 & \\ \hline 5 & 125 & \\ \hline 5 & 25 & \\ \hline & 5 & \end{array}$$

$$\begin{aligned} \therefore 125 &= 5 \times 5 \times 5 \\ 175 &= 5 \times 5 \times 7 \\ \text{ਅਤੇ } 250 &= 2 \times 5 \times 5 \times 5 \end{aligned}$$

ਅਸੀਂ ਪਤਾ ਲਗਾਇਆ ਹੈ ਕਿ 5 ਦੋ ਵਾਰ ਸਾਂਝੇ ਗੁਣਨਖੰਡਾਂ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਆਉਂਦਾ ਹੈ।

$$\therefore 125, 175 \text{ ਅਤੇ } 250 \text{ ਦਾ ਮ.ਸ.ਵ.} = 5 \times 5 = 25$$

3.9.2 ਲਗਾਤਾਰ/ਨਿਰੰਤਰ ਭਾਗ ਵਿਧੀ (Continued Division Method (Euclid's Division Algorithm))

ਯੂਨਾਨ ਦੇ ਗਣਿਤ ਵਿਗਿਆਨੀ ਯੂਕਲਿਡ ਨੇ ਦੋ ਜਾਂ ਦੋ ਤੋਂ ਵੱਧ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੇ ਮ.ਸ.ਵ. ਨੂੰ ਲੱਭਣ ਲਈ ਇੱਕ ਦਿਲਚਸਪ ਢੰਗ ਲੱਭਿਆ ਹੈ ਇਸ ਵਿਧੀ ਨੂੰ ਯੂਕਲਿਡ ਦੇ ਭਾਗ ਐਲਗੋਰਿਥਮ ਜਾਂ ਲੰਬੀ ਭਾਗ ਦੇ ਢੰਗ ਵਜੋਂ ਜਾਣਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।

ਯੂਕਲਿਡਜ਼ ਦਾ ਭਾਗ ਐਲਗੋਰਿਥਮ (ਮ.ਸ.ਵ. ਲੱਭਣ ਦੇ ਪਗ)

ਪਗ 1:- ਦਿੱਤੀ ਸੰਖਿਆ ਵਿੱਚੋਂ ਵੱਡੀ ਸੰਖਿਆ ਦੀ ਪਛਾਣ ਕਰੋ।

ਪਗ 2:- ਭਾਜਕ ਵਜੋਂ ਸਭ ਤੋਂ ਵੱਡੀ ਸੰਖਿਆ ਅਤੇ ਭਾਜਕ ਵਜੋਂ ਸਭ ਤੋਂ ਛੋਟੀ ਸੰਖਿਆ ਲਓ।

ਪਗ 3:- ਭਾਗਫਲ ਅਤੇ ਬਾਕੀ ਦਾ ਪਤਾ ਲਗਾਓ।

ਪਗ 4:- ਜੇਕਰ ਬਾਕੀ ਸਿਫ਼ਰ ਹੈ ਤਾਂ ਭਾਜਕ ਲੋੜੀਂਦਾ ਮ.ਸ.ਵ. ਹੈ।

ਪਗ 5:- ਜੇਕਰ ਬਾਕੀ ਬਚੇ ਗੈਰ ਸਿਫ਼ਰ ਹਨ ਤਾਂ ਬਾਕੀ ਬਚੇ ਨੂੰ ਨਵੇਂ ਭਾਜਕ ਅਤੇ ਆਖਰੀ ਭਾਜਕ ਨੂੰ ਨਵੇਂ ਭਾਜਕ ਵਜੋਂ ਲਓ।

ਪਗ 6:- ਪਗਾਂ ਨੂੰ ਉਦੋਂ ਤੱਕ ਦੁਹਰਾਉਂਦੇ ਰਹੋ ਜਦੋਂ ਤੱਕ ਕਿ ਬਾਕੀ 0 ਪ੍ਰਾਪਤ ਨਾ ਹੋ ਜਾਵੇ।

ਪਗ 7:- ਆਖਰੀ ਭਾਜਕ (Divisor) ਜਿਸ ਨਾਲ ਬਾਕੀ ਸਿਫ਼ਰ (0) ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੋਵੇ, ਲੋੜੀਂਦਾ ਮ.ਸ.ਵ ਹੈ।
ਆਉ ਇਸ ਵਿਧੀ ਅਧਾਰਿਤ ਇੱਕ ਕਿਰਿਆ ਕਰੀਏ।



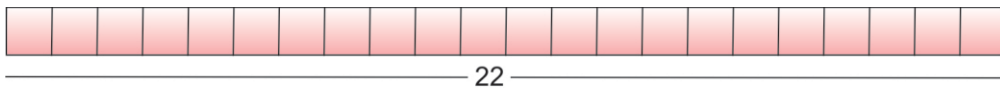
● ਕਿਰਿਆ ●

ਪੇਪਰ ਕੱਟਣ ਅਤੇ ਚਿਪਕਾਉਣ ਰਾਹੀਂ ਮ:ਸ:ਵ ਪਤਾ ਕਰਨਾ (To find HCF by cutting and pasting of paper)

ਲੋੜੀਂਦਾ ਸਮਾਨ :- ਇੱਕ ਛੁੱਟਾ, ਪੈਨਸਿਲ, ਚਾਰਟ ਪੇਪਰ, ਰੰਗਦਾਰ ਪੈਨਸਿਲਾਂ ਜਾਂ ਸਕੈਚ ਪੈਨ, ਰਬੜ ਆਦਿ।

ਵਿਧੀ :- 14 ਅਤੇ 22 ਦਾ ਮ:ਸ:ਵ ਪਤਾ ਕਰਨ ਲਈ

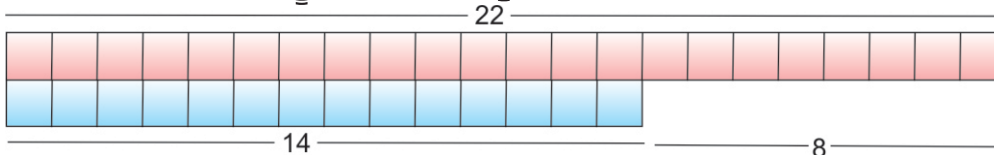
1. ਚਿੱਟੇ ਰੰਗ ਦਾ ਚਾਰਟ ਲਉ ਅਤੇ ਇੱਕ ਪੱਟੀ ਕੱਟੋ ਅਤੇ ਇਸਨੂੰ ਪੈਨਸਿਲ ਅਤੇ ਸਕੈਚ ਨਾਲ 22 ਵਰਗਾਕਾਰ ਡੱਬਿਆਂ ਵਿੱਚ ਵੰਡੋ ਅਤੇ ਇਸ ਵਿੱਚ ਲਾਲ ਰੰਗ ਭਰ ਦਿਉ।



2. ਇੱਕ ਹੋਰ ਪੱਟੀ ਲਉ ਅਤੇ ਇਸਨੂੰ 14 ਵਰਗਾਕਾਰ ਡੱਬਿਆਂ ਵਿੱਚ ਵੰਡੋ ਅਤੇ ਇਸ ਵਿੱਚ ਨੀਲਾ ਰੰਗ ਭਰੋ।

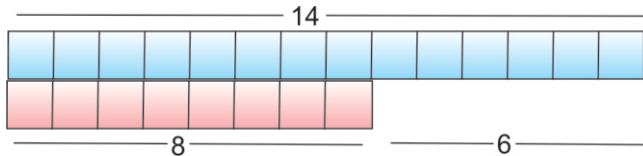


3. ਵੱਡੀ ਸੰਖਿਆ 22 ਨੂੰ ਛੋਟੇ ਨੰਬਰ 14 ਦੁਆਰਾ ਵੰਡੋ (ਜਿਵੇਂ ਦਿਖਾਇਆ ਗਿਆ ਹੈ)



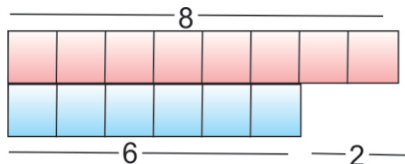
$$\begin{array}{r} 14 \overline{) 22} (1 \\ - 14 \\ \hline 8 \end{array}$$

4. ਛੋਟੀ ਸੰਖਿਆ 14 ਨੂੰ ਬਾਕੀ 8 ਨਾਲ ਵੰਡੋ।



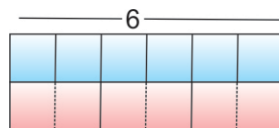
$$\begin{array}{r} 8 \overline{) 14} (1 \\ - 8 \\ \hline 6 \end{array}$$

5. 8 ਨੂੰ 6 ਨਾਲ ਵੰਡੋ।



$$\begin{array}{r} 6 \overline{) 8} (1 \\ - 6 \\ \hline 2 \end{array}$$

6. 6 ਨੂੰ 2 ਨਾਲ ਵੰਡੋ।



$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 6} (3 \\ - 6 \\ \hline 0 \end{array}$$

ਨਿਰੀਖਣ (Observation):- 14 ਅਤੇ 22 ਦਾ ਲੌੜੀਂਦਾ ਮ.ਸ.ਵ 2 ਹੈ ਜਿਹੜਾ ਕਿ ਉਪਰੋਕਤ ਪ੍ਰਕਿਰਿਆ ਅਨੁਸਾਰ ਆਖਰੀ ਭਾਜਕ ਹੈ, ਜੋ ਬਾਕੀ 0 ਬਣਾਉਂਦਾ ਹੈ।

ਉਦਾਹਰਨ 15: ਵੰਡ ਵਿਧੀ ਰਾਹੀਂ ਹੇਠ ਲਿਖਿਆਂ ਦੇ ਮ.ਸ.ਵ. ਪਤਾ ਕਰੋ।

(i) 144, 252 (ii) 58, 70 (iii) 25, 44

ਹੱਲ : (i) ਦਿੱਤੀਆਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ 144 ਅਤੇ 252 ਹਨ।

$$\begin{array}{r}
 144 \overline{) 252} \quad (1 \\
 \underline{- 144} \\
 108 \overline{) 144} \quad (1 \\
 \underline{- 108} \\
 36 \overline{) 108} \quad (3 \\
 \underline{- 108} \\
 \underline{ 0}
 \end{array}$$

ਹੁਣ, 144 ਅਤੇ 252 ਦਾ ਮ.ਸ.ਵ. 36 ਹੈ।

(ii) ਦਿੱਤੀਆਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ 58 ਅਤੇ 70 ਹਨ।

$$\begin{array}{r}
 58 \overline{) 70} \quad (1 \\
 \underline{- 58} \\
 12 \overline{) 58} \quad (4 \\
 \underline{- 48} \\
 10 \overline{) 12} \quad (1 \\
 \underline{- 10} \\
 2 \overline{) 10} \quad (5 \\
 \underline{- 10} \\
 \underline{ 0}
 \end{array}$$

ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ, 58 ਅਤੇ 70 ਦਾ ਮ.ਸ.ਵ. 2 ਹੈ।

(iii) ਦਿੱਤੀਆਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ 25 ਅਤੇ 44 ਹਨ।

$$\begin{array}{r}
 25 \overline{) 44} \quad (1 \\
 \underline{- 25} \\
 19 \overline{) 25} \quad (1 \\
 \underline{- 19} \\
 6 \overline{) 19} \quad (3 \\
 \underline{- 18} \\
 1 \overline{) 6} \quad (6 \\
 \underline{ 6} \\
 \underline{ 0}
 \end{array}$$

ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ 25 ਅਤੇ 44 ਦਾ ਮ.ਸ.ਵ. 1 ਹੈ।

ਦੋ ਜਾਂ ਦੋ ਤੋਂ ਵੱਧ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦਾ ਮ.ਸ.ਵ.

ਤਿੰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦਾ ਮ.ਸ.ਵ. ਪਤਾ ਕਰਨ ਲਈ ਅਸੀਂ ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਤਰ੍ਹਾਂ ਅੱਗੇ ਵੱਧਦੇ ਹਾਂ।

ਪਗ 1:- ਉਹਨਾਂ ਵਿੱਚੋਂ ਕਿਸੇ ਦੋ ਸੰਖਿਆ ਦਾ ਮ.ਸ.ਵ. ਪਤਾ ਕਰੋ।

ਪਗ 2:- ਪਹਿਲੇ ਪਗ ਤੋਂ ਪ੍ਰਾਪਤ ਮ.ਸ.ਵ. ਅਤੇ ਬਚੀ ਹੋਈ ਸੰਖਿਆ ਦਾ ਮ.ਸ.ਵ. ਪਤਾ ਕਰੋ।

ਪਗ 3:- ਪਗ 2 ਵਿੱਚ ਪ੍ਰਾਪਤ ਮ.ਸ.ਵ. ਤਿੰਨਾਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦਾ ਲੌੜੀਂਦਾ ਮ.ਸ.ਵ. ਹੈ।

ਉਦਾਹਰਨ 16: 50, 125 ਅਤੇ 195 ਦਾ ਮ.ਸ.ਵ. ਪਤਾ ਕਰੋ।

ਹੱਲ : ਦਿੱਤੀਆਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ 50, 125 ਅਤੇ 195 ਹਨ।

ਕੋਈ ਦੋ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਲਵੋ ਜਿਵੇਂ ਕਿ 50 ਅਤੇ 125

$$\begin{array}{r} 50 \overline{)125} (2 \\ - 100 \\ \hline 25 \overline{)50} (2 \\ - 50 \\ \hline 0 \end{array}$$

∴ ਹੁਣ ਅਸੀਂ 195 ਅਤੇ 25 ਦਾ ਮ.ਸ.ਵ. ਪਤਾ ਕਰਾਂਗੇ।

$$\begin{array}{r} 25 \overline{)195} (7 \\ - 175 \\ \hline 20 \overline{)25} (1 \\ - 20 \\ \hline 5 \overline{)20} (4 \\ - 20 \\ \hline 0 \end{array}$$

∴ 25 ਅਤੇ 195 ਦਾ ਮ.ਸ.ਵ. = 5 ਹੈ।

⇒ 50, 125 ਅਤੇ 195 ਦਾ ਮ.ਸ.ਵ. 5 ਹੈ।

3.9.3 ਮ.ਸ.ਵ. ਦੀ ਵਰਤੋਂ (ਸ਼ਬਦ ਸਮੱਸਿਆ)(Applications of H.C.F. (Word Problems))

ਇਸ ਭਾਗ ਵਿੱਚ, ਅਸੀਂ ਰੋਜ਼ਾਨਾ ਜ਼ਿੰਦਗੀ ਦੀਆਂ ਵਿਵਹਾਰਕ ਸਮੱਸਿਆਵਾਂ ਦੇ ਹੱਲ ਲਈ ਮ.ਸ.ਵ. ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਬਾਰੇ ਵਿਚਾਰ ਕਰਾਂਗੇ ਆਉ ਇਹਨਾਂ ਸਮੱਸਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਹੇਠ ਲਿਖੀਆਂ ਉਦਾਹਰਨਾਂ ਨਾਲ ਸਮਝੀਏ।

ਉਦਾਹਰਨ 17:- ਉਹ ਸਭ ਤੋਂ ਵੱਡੀ ਸੰਖਿਆ ਪਤਾ ਕਰੋ ਜਿਸ ਨਾਲ 250 ਅਤੇ 188 ਨੂੰ ਭਾਗ ਦੇਣ 'ਤੇ ਹਰੇਕ ਹਾਲਤ ਵਿੱਚ ਬਾਕੀ 2 ਬਚੇ।

ਹੱਲ : ਦਿੱਤਾ ਹੈ ਕਿ, ਲੌੜੀਂਦੀ ਸੰਖਿਆ ਜਿਸਨੂੰ 250 ਅਤੇ 188 ਨਾਲ ਭਾਗ ਦੇਣ ਤੇ ਹਰੇਕ ਹਾਲਤ ਵਿੱਚ 2 ਬਚੇ।

⇒ $250 - 2 = 248$ ਅਤੇ $188 - 2 = 186$ ਦੋਵੇਂ ਲੌੜੀਂਦੀ ਸੰਖਿਆ ਨਾਲ ਪੂਰੇ ਪੂਰੇ (ਭਾਜ ਯੋਗ ਹਨ) ਵੰਡੇ ਜਾਂਦੇ ਹਨ।

⇒ ਲੌੜੀਂਦੀ ਸੰਖਿਆ, 248 ਅਤੇ 186 ਦਾ ਸਾਂਝਾ ਗੁਣਨਖੰਡ ਹੈ।

ਇਹ ਦਿੱਤਾ ਹੈ ਕਿ ਲੌੜੀਂਦੀ ਸੰਖਿਆ ਸਭ ਤੋਂ ਵੱਡੀ ਸੰਖਿਆ ਹੈ।

∴ ਲੌੜੀਂਦੀ ਸੰਖਿਆ 248 ਅਤੇ 186 ਦਾ ਮ.ਸ.ਵ. ਹੈ।

ਹੁਣ

$$\begin{array}{r} 186 \overline{) 248} \quad 1 \\ - 186 \\ \hline 62 \overline{) 186} \quad 3 \\ - 186 \\ \hline 0 \end{array}$$

∴ ਲੋੜੀਂਦੀ ਸੰਖਿਆ (H.C.F/ਮ.ਸ.ਵ.) 62 ਹੈ।

ਉਦਾਹਰਨ 18: ਉਹ ਸਭ ਤੋਂ ਵੱਡੀ ਸੰਖਿਆ ਪਤਾ ਕਰੋ ਜਿਸ ਨਾਲ 645 ਅਤੇ 792 ਨੂੰ ਭਾਗ ਦੇਣ 'ਤੇ ਕ੍ਰਮਵਾਰ 7 ਅਤੇ 9 ਬਾਕੀ ਰਹੇ।

ਹੱਲ : ਲੋੜੀਂਦੀ ਸਭ ਤੋਂ ਵੱਡੀ ਸੰਖਿਆ = (645-7) ਅਤੇ (792-9) ਦਾ ਮ.ਸ.ਵ.
= 638 ਅਤੇ 783 ਦਾ ਮ.ਸ.ਵ.

$$\begin{array}{r} 638 \overline{) 783} \quad 1 \\ - 638 \\ \hline 145 \overline{) 638} \quad 4 \\ - 580 \\ \hline 58 \overline{) 145} \quad 2 \\ - 116 \\ \hline 29 \overline{) 58} \quad 2 \\ - 58 \\ \hline 0 \end{array}$$

∴ ਲੋੜੀਂਦੀ ਵੱਡੀ ਤੋਂ ਵੱਡੀ ਸੰਖਿਆ = 29

ਉਦਾਹਰਨ 19 : ਉਹ ਸਭ ਤੋਂ ਵੱਡੀ ਸੰਖਿਆ ਪਤਾ ਕਰੋ ਜਿਸ ਨਾਲ 135, 245 ਅਤੇ 385 ਨੂੰ ਭਾਗ ਦੇਣ 'ਤੇ ਹਰੇਕ ਹਾਲਤ ਵਿੱਚ 5 ਬਾਕੀ ਬਚੇ।

ਹੱਲ : ਲੋੜੀਂਦੀ ਸੰਖਿਆ = (135-5), (245-5) ਅਤੇ (385-5) ਦਾ ਮ. ਸ. ਵ
= 130, 240 ਅਤੇ 380 ਦਾ ਮ.ਸ.ਵ.

ਹੁਣ

2	130	2	240	2	380
5	65	2	120	2	190
	13	2	60	5	95
		2	30		19
		3	15		
		5			

$$\therefore 130 = 2 \times 5 \times 13$$

$$240 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 5$$

$$\text{ਅਤੇ } 380 = 2 \times 2 \times 5 \times 19$$

$$\therefore \text{ਮ.ਸ.ਵ (HCF)} = 2 \times 5 = 10$$

ਇਸ ਲਈ ਲੋੜੀਂਦੀ ਸੰਖਿਆ = 10

ਉਦਾਹਰਨ 20:- ਦੋ ਟੈਂਕਰਾਂ ਵਿੱਚ ਕ੍ਰਮਵਾਰ 434 ਲਿਟਰ ਅਤੇ 465 ਲਿਟਰ ਡੀਜ਼ਲ ਹੈ। ਉਸ ਬਰਤਨ ਦੀ ਸਮਰੱਥਾ ਪਤਾ ਕਰੋ ਜੋ ਇਹਨਾਂ ਦੋਵੇਂ ਟੈਂਕਰਾਂ ਦੇ ਡੀਜ਼ਲ ਨੂੰ ਪੂਰਾ ਪੂਰਾ ਮਾਪ ਸਕੇ।

- ਹੱਲ :** ਅਸੀਂ ਬਰਤਨ ਦੀ ਸਮਰੱਥਾ ਪਤਾ ਕਰਨੀ ਹੈ ਜੋ ਦੋਵੇਂ ਟੈਂਕਰਾਂ ਦੇ ਡੀਜ਼ਲ ਪੂਰਾ ਪੂਰਾ ਨੂੰ ਮਾਪ ਦੇਵੇ।
 \Rightarrow ਸਾਨੂੰ ਵੱਡੇ ਤੋਂ ਵੱਡੀ (ਅਧਿਕਤਮ) ਸੰਖਿਆ, ਜਿਹੜੀ 434 ਅਤੇ 465 ਨੂੰ ਪੂਰਾ ਪੂਰਾ ਵੰਡੇ, ਲੋੜੀਂਦੀ ਹੈ।
 \Rightarrow ਲੋੜੀਂਦੀ ਸੰਖਿਆ = 434 ਅਤੇ 465 ਦਾ ਮ.ਸ.ਵ. ਹੈ।

$$434 = 2 \times 7 \times 31$$

$$\text{ਅਤੇ } 465 = 5 \times 3 \times 31$$

$$\therefore 434 \text{ ਅਤੇ } 465 \text{ ਦਾ ਮ.ਸ.ਵ.} = 31$$

$$\begin{array}{r|l} 2 & 434 \\ \hline 7 & 217 \\ \hline & 31 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 5 & 465 \\ \hline 3 & 93 \\ \hline & 31 \end{array}$$

ਇਸ ਲਈ, ਬਰਤਨ ਦੀ ਲੋੜੀਂਦੀ ਸਮਰੱਥਾ = 31 ਲਿਟਰ

ਉਦਾਹਰਨ 21: ਇੱਕ ਕਮਰੇ ਦੀ ਲੰਬਾਈ, ਚੌੜਾਈ ਅਤੇ ਉਚਾਈ ਕ੍ਰਮਵਾਰ 8 ਮੀ., 25 ਸੈ.ਮੀ., 6 ਮੀ. 75 ਸੈ.ਮੀ., ਅਤੇ 4 ਮੀ. 50 ਸੈ.ਮੀ. ਹੈ। ਅਜਿਹਾ ਸਭ ਤੋਂ ਲੰਬਾ ਫੀਤਾ (Tape) ਪਤਾ ਕਰੋ ਜੋ ਕਮਰੇ ਦੀਆਂ ਤਿੰਨਾਂ (Dimensions) ਨੂੰ ਪੂਰਾ-ਪੂਰਾ ਮਾਪ ਸਕੇ।

ਹੱਲ : ਅਸੀਂ ਲੰਬੇ ਤੋਂ ਲੰਬਾ ਫੀਤਾ ਪਤਾ ਕਰਨਾ ਚਾਹੁੰਦੇ ਹਾਂ ਜਿਹੜਾ ਦਿੱਤੇ ਕਮਰੇ ਦੀਆਂ ਤਿੰਨਾਂ ਵਿਆਵਾਂ (Dimensions) ਨੂੰ ਮਾਪ ਸਕੇ।

\Rightarrow ਇਸ ਲਈ ਸਾਨੂੰ ਸਭ ਤੋਂ ਵੱਡੀ ਉਹ ਸੰਖਿਆ ਲੋੜੀਂਦੀ ਹੈ, ਜੋ 8ਮੀ. 25ਸੈ.ਮੀ., 6ਮੀ 75ਸੈ.ਮੀ. ਅਤੇ 4ਮੀ. 50ਸੈ.ਮੀ. ਨੂੰ ਪੂਰਾ ਪੂਰਾ ਵੰਡੇ

$$\begin{aligned} \therefore \text{ਫੀਤੇ ਦੀ ਲੋੜੀਂਦੀ ਲੰਬਾਈ} &= 8\text{ਮੀ. } 25\text{ਸੈ.ਮੀ.}, 6\text{ਮੀ. } 75\text{ਸੈ.ਮੀ.}, 4\text{ਮੀ. } 50\text{ਸੈ.ਮੀ. ਦਾ ਮ.ਸ.ਵ.} \\ &= 825\text{ਸੈ.ਮੀ.}, 675\text{ਸੈ.ਮੀ. ਅਤੇ } 450\text{ਸੈ.ਮੀ. ਦਾ ਮ.ਸ.ਵ. } (\because 1\text{ਮੀ.}=100\text{ਸੈ.ਮੀ.}) \end{aligned}$$

ਕੋਈ ਦੋ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਲਵੋ (ਮੰਨ ਲਓ) 825 ਅਤੇ 675

ਦੋ ਸੰਖਿਆਵਾਂ 825 ਅਤੇ 675 ਲਵੋ

$$\begin{array}{r} 675 \overline{) 825} \quad 1 \\ - 675 \\ \hline 150 \overline{) 675} \quad 4 \\ - 600 \\ \hline 75 \overline{) 150} \quad 2 \\ - 150 \\ \hline 0 \end{array}$$

ਹੁਣ 75 ਅਤੇ 450 ਦਾ ਮ.ਸ.ਵ.

$$\therefore 825, 675 \text{ ਅਤੇ } 450 \text{ ਦਾ ਮ.ਸ.ਵ.} = 75$$

$$\therefore \text{ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਵੱਡੇ ਤੋਂ ਵੱਡੇ ਫੀਤੇ ਦੀ ਲੰਬਾਈ} = 75\text{ਸੈ.ਮੀ.}$$

$$\begin{array}{r} 75 \overline{) 450} \quad 6 \\ - 450 \\ \hline 0 \end{array}$$

ਉਦਾਹਰਨ 22: ਇੱਕ ਕਮਰੇ ਦਾ ਫਰਸ਼ 9ਮੀ×4.75ਮੀ ਮਾਪ ਦਾ ਹੈ। ਇਸ ਫਰਸ਼ ਨੂੰ ਇੱਕੋ ਜਿਹੇ ਸਮਾਨ ਆਕਾਰ ਵਾਲੀਆਂ ਸੰਗਮਰਮਰ ਦੀਆਂ ਵਰਗਾਕਾਰ ਟਾਇਲਾਂ ਦੁਆਰਾ ਢਕਿਆ ਜਾਣਾ ਹੈ। ਸਭ ਤੋਂ ਵੱਡੇ ਮਾਪ ਦੀ ਹਰੇਕ ਟਾਇਲ ਦਾ ਮਾਪ ਪਤਾ ਕਰੋ।

ਹੱਲ : ਅਸੀਂ ਵੱਡੇ ਤੋਂ ਵੱਡੇ ਮਾਪ ਦੀ ਵਰਗਾਕਾਰ ਟਾਇਲ ਦਾ ਮਾਪ ਜਿਹੜੀ ਸੰਗਮਰਮਰ ਦੇ ਫਰਸ਼ ਨੂੰ ਪੂਰਾ ਪੂਰਾ ਢਕੇ ਪਤਾ ਕਰਾਂਗੇ।

$$\therefore \text{ਟਾਇਲ ਦਾ ਲੋੜੀਂਦਾ ਮਾਪ} = 9\text{ਮੀ. ਅਤੇ } 4.75\text{ਮੀ. ਦਾ ਮ.ਸ.ਵ.}$$

$$= 900\text{ਸੈ.ਮੀ. ਅਤੇ } 475\text{ਸੈ.ਮੀ. ਦਾ ਮ.ਸ.ਵ. } (\because 1\text{ਮੀਟਰ}=100\text{ਸਮ})$$

$$\begin{array}{r}
 475 \overline{) 900} \quad 1 \\
 \underline{- 475} \\
 425 \overline{) 475} \quad 1 \\
 \underline{- 425} \\
 50 \overline{) 425} \quad 8 \\
 \underline{- 400} \\
 25 \overline{) 50} \quad 2 \\
 \underline{- 50} \\
 0
 \end{array}$$

∴ 900ਸੈ.ਮੀ. ਅਤੇ 475ਸੈ.ਮੀ. ਦਾ ਮ.ਸ.ਵ. = 25ਸੈ.ਮੀ.

ਇਸ ਲਈ, ਹਰੇਕ ਵਰਗਾਕਾਰ ਟਾਇਲ ਦੀ ਭੁਜਾ 25 ਸੈ.ਮੀ.

ਉਦਾਹਰਨ 23 : $\frac{312}{507}$ ਨੂੰ ਨਿਊਨਤਮ ਪਦ ਵਿੱਚ ਦਰਸਾਉ।

ਹੱਲ : ਦਿੱਤੀ ਭਿੰਨ ਨੂੰ ਨਿਊਨਤਮ ਪਦ ਵਿੱਚ ਦਰਸਾਉਣ ਲਈ ਅਸੀਂ ਇਸਦੇ ਅੰਸ਼ ਅਤੇ ਹਰ ਨੂੰ ਇਸਦੇ ਮ.ਸ.ਵ. ਨਾਲ ਭਾਗ ਕਰਾਂਗੇ।

ਹੁਣ, ਅਸੀਂ 312 ਅਤੇ 507 ਦਾ ਮ.ਸ.ਵ. ਪਤਾ ਕਰਾਂਗੇ।

$$\begin{array}{r}
 312 \overline{) 507} \quad 1 \\
 \underline{- 312} \\
 195 \overline{) 312} \quad 1 \\
 \underline{- 195} \\
 117 \overline{) 195} \quad 1 \\
 \underline{- 117} \\
 78 \overline{) 117} \quad 1 \\
 \underline{- 78} \\
 39 \overline{) 78} \quad 2 \\
 \underline{- 78} \\
 0
 \end{array}$$

ਸਪੱਸ਼ਟ ਹੈ ਕਿ 312 ਅਤੇ 507 ਦਾ ਮ.ਸ.ਵ. (H.C.F) 39 ਹੈ।

$$\text{ਹੁਣ } \frac{312}{507} = \frac{312 \div 39}{507 \div 39} = \frac{8}{13} \quad (\text{ਅੰਸ਼ ਅਤੇ ਹਰ ਨੂੰ 39 ਨਾਲ ਭਾਗ ਕਰਨ ਤੇ})$$

ਅਭਿਆਸ 3.4

1. ਹੇਠ ਲਿਖੀਆਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦਾ ਮ.ਸ.ਵ. (H.C.F), ਅਭਾਜ ਗੁਣਨਖੰਡ ਵਿਧੀ ਨਾਲ ਪਤਾ ਕਰੋ।
(i) 30, 42 (ii) 135, 225 (iii) 180, 192 (iv) 49, 91, 175 (v) 144, 252, 630
2. ਹੇਠ ਲਿਖੀਆਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦਾ ਮ.ਸ.ਵ. (H.C.F) ਵੰਡ ਵਿਧੀ ਰਾਹੀਂ ਪਤਾ ਕਰੋ।
(i) 170, 238 (ii) 54, 144 (iii) 72, 88 (iv) 96, 240, 336 (v) 120, 156, 192
3. ਦੋ ਅਭਾਜ ਸੰਖਿਆਵਾਂ (Prime Numbers) ਦਾ ਮ.ਸ.ਵ. ਕੀ ਹੋਵੇਗਾ?
4. ਦੋ ਲਗਾਤਾਰ ਜਿਸਤ ਸੰਖਿਆਵਾਂ (Consecutive even numbers) ਦਾ ਮ.ਸ.ਵ. ਕੀ ਹੋਵੇਗਾ?
5. ਦੋ ਲਗਾਤਾਰ ਪ੍ਰਾਕ੍ਰਿਤਕ ਸੰਖਿਆਵਾਂ (Consecutive natural numbers) ਦਾ ਮ.ਸ.ਵ. ਕੀ ਹੋਵੇਗਾ?
6. ਦੋ ਲਗਾਤਾਰ ਟਾਂਕ ਸੰਖਿਆਵਾਂ (Consecutive odd numbers) ਦਾ ਮ.ਸ.ਵ. ਕੀ ਹੋਵੇਗਾ?
7. ਉਹ ਸਭ ਤੋਂ ਵੱਡੀ ਸੰਖਿਆ ਪਤਾ ਕਰੋ ਜਿਸ ਨਾਲ 245 ਅਤੇ 1029 ਨੂੰ ਭਾਗ ਦੇਣ 'ਤੇ ਹਰੇਕ ਹਾਲਤ ਵਿੱਚ ਬਾਕੀ 5 ਬਚੇ।

8. ਉਹ ਸਭ ਤੋਂ ਵੱਡੀ ਸੰਖਿਆ ਪਤਾ ਕਰੋ ਜਿਸ ਨਾਲ 782 ਅਤੇ 460 ਨੂੰ ਭਾਗ ਦੇਣ ਤੇ ਕ੍ਰਮਵਾਰ 2 ਅਤੇ 5 ਬਾਕੀ ਰਹੇ।
9. ਉਹ ਸਭ ਤੋਂ ਵੱਡੀ ਸੰਖਿਆ ਪਤਾ ਕਰੋ ਜਿਸ ਨਾਲ 398, 437 ਅਤੇ 540 ਨੂੰ ਭਾਗ ਦੇਣ ਤੇ ਕ੍ਰਮਵਾਰ 7, 12 ਅਤੇ 13 ਬਾਕੀ ਬਚੇ।
10. ਦੋ ਵੱਖ-ਵੱਖ ਬਰਤਨਾਂ ਵਿੱਚ ਕ੍ਰਮਵਾਰ 529 ਲਿਟਰ ਅਤੇ 667 ਲਿਟਰ ਦੁੱਧ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਉਸ ਬਰਤਨ ਦੀ ਅਧਿਕਤਮ ਸਮਰੱਥਾ ਪਤਾ ਕਰੋ ਜੋ ਇਹਨਾਂ ਦੋਵੇਂ ਬਰਤਨਾਂ ਦੇ ਦੁੱਧ ਨੂੰ ਪੂਰਾ ਪੂਰਾ ਮਾਪ ਸਕੇ।
11. ਇੱਥੇ 136 ਸੇਬ, 170 ਅੰਬ ਅਤੇ 255 ਸੰਤਰੇ ਹਨ। ਇਹ ਬਕਸੇ ਵਿੱਚ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਪੈਕ ਕੀਤੇ ਜਾਂਦੇ ਹਨ ਕਿ ਹਰੇਕ ਬਕਸੇ ਵਿੱਚ ਫਲਾਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ ਬਰਾਬਰ (ਸਮਾਨ) ਰਹੇ। ਹਰੇਕ ਬਕਸੇ ਵਿੱਚ ਫਲਾਂ ਦੀ ਸੰਭਵ ਅਧਿਕਤਮ ਸੰਖਿਆ ਪਤਾ ਕਰੋ।
12. ਲੱਕੜ ਦੇ ਤਿੰਨ ਟੁਕੜੇ 54 ਮੀਟਰ, 36 ਮੀਟਰ ਅਤੇ 24 ਮੀਟਰ ਲੰਬੇ ਹਨ, ਨੂੰ ਬਰਾਬਰ ਲੰਬਾਈ ਦੇ ਫੱਟਿਆਂ (ਤਖਤਿਆਂ) ਵਿੱਚ ਕੱਟਿਆ (ਵੰਡਿਆ) ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਹਰ ਫੱਟੇ (ਤਖਤੇ) ਦੀ ਵੱਡੀ ਤੋਂ ਵੱਡੀ ਸੰਭਵ ਲੰਬਾਈ ਪਤਾ ਕਰੋ।
13. ਇੱਕ ਕਮਰਾ 4.8 ਮੀਟਰ ਅਤੇ 5.04 ਮੀਟਰ ਮਾਪ ਦਾ ਹੈ। ਉਸ ਵਰਗਾਕਾਰ ਵੱਡੀ ਤੋਂ ਵੱਡੀ ਟਾਇਲ ਦਾ ਮਾਪ ਪਤਾ ਕਰੋ ਜਿਸਨੂੰ ਬਿਨਾਂ ਕਟੇ ਫਰਸ਼ ਤੇ ਲਾਇਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ।
14. ਹੇਠ ਲਿਖੀਆਂ ਭਿੰਨਾਂ ਨੂੰ ਆਪਣੇ ਨਿਉਨਤਮ (ਨਿਮਨਤਮ) ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਲਿਖੋ-

$$(i) \frac{85}{102} \quad (ii) \frac{52}{130} \quad (iii) \frac{289}{391}$$

3.10 ਲਘੁਤਮ ਸਮਾਪ ਵਰਤਯ (ਲ.ਸ.ਵ.) (Lowest Common Multiple)

ਪਿਛਲੇ ਭਾਗਾਂ ਵਿੱਚ ਅਸੀਂ ਦੋ ਜਾਂ ਦੋ ਤੋਂ ਵਧੇਰੇ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੇ ਸਭ ਤੋਂ ਵੱਡੇ ਸਾਂਝੇ ਗੁਣਨਖੰਡ (ਮ.ਸ.ਵ.) (H.C.F.) ਬਾਰੇ ਸਿਖ ਚੁੱਕੇ ਹਾਂ ਅਤੇ ਅਸੀਂ ਦੋ ਜਾਂ ਦੋ ਤੋਂ ਵੱਧ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੇ ਸਾਂਝੇ ਗੁਣਜਾਂ ਬਾਰੇ ਵੀ ਸਿਖ ਚੁੱਕੇ ਹਾਂ। ਇਸ ਭਾਗ ਵਿੱਚ ਅਸੀਂ ਦਿੱਤੀਆਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੇ ਸਭ ਤੋਂ ਛੋਟੇ ਸਾਂਝੇ ਗੁਣਜਾਂ ਬਾਰੇ ਸਿਖਾਂਗੇ ਜਿਸ ਨੂੰ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦਾ ਲ.ਸ.ਵ. (L.C.M.) ਵੀ ਕਹਿੰਦੇ ਹਨ।

ਦੋ ਜਾਂ ਦੋ ਤੋਂ ਵੱਧ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦਾ ਲ.ਸ.ਵ. (L.C.M.) ਉਹ ਸਭ ਤੋਂ ਛੋਟੀ ਸੰਖਿਆ ਹੁੰਦੀ ਹੈ ਜੋ ਇਹਨਾਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਵਿੱਚੋਂ ਹਰੇਕ ਦਾ ਗੁਣਜ ਹੋਵੇ।

ਜਾਂ

ਲ.ਸ.ਵ. (L.C.M.) ਉਹ ਸਭ ਤੋਂ ਛੋਟੀ ਸੰਖਿਆ ਹੁੰਦੀ ਹੈ ਜਿਹੜੀ ਕਿ ਦਿੱਤੀਆਂ ਸਾਰੀਆਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨਾਲ ਭਾਗਯੋਗ ਹੁੰਦੀ ਹੈ।

ਉਦਾਹਰਨ ਵਜੋਂ :- ਮੰਨ ਲਓ ਸੰਖਿਆ 6 ਅਤੇ 8

6 ਦੇ ਗੁਣਜ 6, 12, 18, 24, 30, 36, 42, 48, 54, 60, ਹਨ।

8 ਦੇ ਗੁਣਜ 8, 16, 24, 32, 40, 48, 56, ਹਨ।

ਸਾਂਝੇ ਗੁਣਜ 24, 48, ਹਨ।

ਸਪੱਸ਼ਟ ਹੈ ਕਿ, 24 ਸਾਰੇ ਸਾਂਝੇ ਗੁਣਜਾਂ ਵਿੱਚੋਂ ਛੋਟਾ ਗੁਣਜ ਹੈ।

∴ 6 ਅਤੇ 8 ਦਾ ਲ.ਸ.ਵ. = 24

- * ਲ.ਸ.ਵ. ਉਹ ਸੰਖਿਆ ਹੈ ਜੋ ਹਰੇਕ ਸੰਖਿਆ ਤੇ ਪੂਰਾ ਪੂਰਾ ਭਾਜਯੋਗ ਹੁੰਦੀ ਹੈ।
- * ਦੋ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦਾ ਲ.ਸ.ਵ. (LCM) ਉਹਨਾਂ ਵਿੱਚੋਂ ਵੱਡੀ ਸੰਖਿਆ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਜੇਕਰ ਉਹਨਾਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਵਿੱਚੋਂ ਇੱਕ ਸੰਖਿਆ ਦੂਜੀ ਸੰਖਿਆ ਦਾ ਗੁਣਜ ਹੋਵੇ।
- * ਦਿੱਤੀਆਂ ਹੋਇਆ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦਾ ਲ.ਸ.ਵ. ਉਹਨਾਂ ਦਿੱਤੀਆਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਤੋਂ ਘੱਟ ਨਹੀਂ ਹੁੰਦਾ।

ਦੋ ਜਾਂ ਦੋ ਤੋਂ ਵੱਧ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦਾ ਲ.ਸ.ਵ (LCM) ਪਤਾ ਕਰਨ ਲਈ ਦੋ ਵਿਧੀਆਂ ਹਨ।

- * ਅਭਾਜ ਗੁਣਨਖੰਡ ਵਿਧੀ
- * ਸਾਂਝੀ ਵੰਡ ਵਿਧੀ

ਹੁਣ, ਅਸੀਂ ਇਹਨਾਂ ਦੋਹਾਂ ਵਿਧੀਆਂ ਬਾਰੇ ਸਿੱਖਾਂਗੇ।

3.10.1. ਅਭਾਜ ਗੁਣਨਖੰਡ ਵਿਧੀ (Prime Factorisation Method)

ਲ.ਸ.ਵ ਪਤਾ ਕਰਨ ਲਈ ਅਸੀਂ ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਪਗਾਂ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਦੇ ਹਾਂ।

ਪਗ 1:- ਹਰੇਕ ਦਿੱਤੀ ਸੰਖਿਆ ਦੇ ਅਭਾਜ ਗੁਣਨਖੰਡ ਬਣਾਉ।

ਪਗ 2:- ਵੱਧ ਤੋਂ ਵੱਧ ਵਾਰ ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੋਏ ਹਰੇਕ ਵੱਖ-ਵੱਖ ਅਭਾਜ ਗੁਣਨਖੰਡਾਂ ਦਾ ਗੁਣਨਫਲ ਪਤਾ ਕਰੋ।

ਪਗ 3:- ਉਹਨਾਂ ਗੁਣਨਖੰਡਾਂ ਦਾ ਗੁਣਨਫਲ ਲੋੜੀਂਦਾ ਲ.ਸ.ਵ ਹੈ।

ਉਦਾਹਰਨ 24: ਹੇਠਾਂ ਲਿਖੀਆਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦਾ ਲ.ਸ.ਵ (LCM) ਪਤਾ ਕਰੋ :-

(i) 20, 30 (ii) 36, 120 (iii) 72, 84 (iv) 40, 75, 126 (v) 108, 135, 162

ਹੱਲ : (i)

$$\therefore 20 = 2 \times 2 \times 5$$

$$30 = 2 \times 3 \times 5$$

2	20	2	30
2	10	3	15
5		5	

ਅਸੀਂ ਵੇਖਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਇਹਨਾਂ ਅਭਾਜ ਗੁਣਨਖੰਡਾਂ ਵਿੱਚ 2 ਵੱਧ ਤੋਂ ਵੱਧ 2 ਵਾਰ, 3 ਅਤੇ 5 ਵੱਧ ਤੋਂ ਵੱਧ 1 ਵਾਰ ਆਉਂਦਾ ਹੈ।

$$\therefore 20 \text{ ਅਤੇ } 30 \text{ ਦਾ ਲ.ਸ.ਵ} = 2 \times 2 \times 3 \times 5 = 60$$

(ii)

$$\therefore 36 = 2 \times 2 \times 3 \times 3$$

$$\therefore 120 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 5$$

2	36	2	120
2	18	2	60
3	9	2	30
3		3	15
		5	

ਇਹਨਾਂ ਅਭਾਜ ਗੁਣਨਖੰਡਾਂ ਵਿੱਚ, 2 ਵੱਧ ਤੋਂ ਵੱਧ 3 ਵਾਰ, 3 ਵੱਧ ਤੋਂ ਵੱਧ 2 ਵਾਰ ਅਤੇ 5 ਵੱਧ ਤੋਂ ਵੱਧ 1 ਵਾਰ ਆਉਂਦਾ ਹੈ।

$$\therefore 36 \text{ ਅਤੇ } 120 \text{ ਦਾ ਲ.ਸ.ਵ} = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5 = 360$$

(iii)

$$\therefore 72 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3$$

$$84 = 2 \times 2 \times 3 \times 7$$

2	72	2	84
2	36	2	42
2	18	3	21
3	9		7
3			

ਇਹਨਾਂ ਅਭਾਜ ਗੁਣਨਖੰਡਾਂ ਵਿੱਚ 2 ਵੱਧ ਤੋਂ ਵੱਧ 3 ਵਾਰ, 3 ਵੱਧ ਤੋਂ ਵੱਧ 2 ਵਾਰ ਅਤੇ 7 ਵੱਧ ਤੋਂ ਵੱਧ ਇੱਕ ਵਾਰ ਆਉਂਦਾ ਹੈ।

$$\therefore 72 \text{ ਅਤੇ } 84 \text{ ਦਾ ਲ.ਸ.ਵ}$$

$$= 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 7 = 504$$

(iv)

$$\therefore 40 = 2 \times 2 \times 2 \times 5$$

$$75 = 3 \times 5 \times 5$$

$$126 = 2 \times 3 \times 3 \times 7$$

2	40	3	75	2	126
2	20	5	25	3	63
2	10		5	3	21
	5				7

ਇਹਨਾਂ ਅਭਾਜ ਗੁਣਨਖੰਡਾਂ ਵਿੱਚ, 2 ਵੱਧ ਤੋਂ ਵੱਧ ਤਿੰਨ ਵਾਰ, 3 ਅਤੇ 5 ਵੱਧ ਤੋਂ ਵੱਧ ਦੋ ਵਾਰ ਅਤੇ 7 ਵੱਧ ਤੋਂ ਵੱਧ 1 ਵਾਰ ਆਉਂਦਾ ਹੈ।

$$\therefore 40, 75 \text{ ਅਤੇ } 126 \text{ ਦਾ ਲ.ਸ.ਵ} = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5 \times 7 = 12600$$

(v) $108 = 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3$

$$135 = 3 \times 3 \times 3 \times 5$$

$$162 = 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3$$

2	108	3	135	2	162
2	54	3	45	3	81
3	27	3	15	3	27
3	9		5	3	9
	3				3

ਇਹਨਾਂ ਅਭਾਜ ਗੁਣਨਖੰਡਾਂ ਵਿੱਚ, 2 ਵੱਧ ਤੋਂ ਵੱਧ 2 ਵਾਰ, 3 ਵੱਧ ਤੋਂ ਵੱਧ 4 ਵਾਰ ਅਤੇ 5 ਵੱਧ ਤੋਂ ਵੱਧ 1 ਵਾਰ ਆਉਂਦਾ ਹੈ।

$$\therefore 108, 135 \text{ ਅਤੇ } 162 \text{ ਦਾ ਲ.ਸ.ਵ} = 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 5 = 1620$$

3.10.2 ਸਾਂਝੀ ਭਾਗ ਵਿਧੀ (Common Division Method)

ਦੋ ਜਾਂ ਦੋ ਤੋਂ ਵਧੇਰੇ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦਾ ਲ.ਸ.ਵ ਪਤਾ ਕਰਨ ਲਈ ਅਸੀਂ ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਪਗਾਂ (ਨੂੰ ਵਰਤਦੇ ਹਾਂ) ਦੀ ਪਾਲਣਾ ਕਰਦੇ ਹਾਂ।

ਪਗ 1:- ਦਿੱਤੀਆਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਇੱਕ ਕਤਾਰ ਵਿੱਚ ਕੋਮਿਆਂ (Commas) ਦੁਆਰਾ ਵੱਖ-ਵੱਖ ਕਰਨਾ।

ਪਗ 2:- ਇੱਕ ਅਭਾਜ ਸੰਖਿਆ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰਨੀ ਜਿਹੜੀ ਦਿੱਤੀਆਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਪੂਰਾ ਪੂਰਾ ਵੰਡਦੀ ਹੋਵੇ।

ਪਗ 3:- ਭਾਗਫਲ ਨੂੰ ਉਹਨਾਂ (ਸੰਖਿਆਵਾਂ) ਦੇ ਹੇਠਾਂ ਲਿਖੇ ਜੋ ਚੁਣੇ ਹੋਏ ਅੰਕ ਨਾਲ ਭਾਗ ਹੋ ਗਈਆ ਹਨ ਅਤੇ ਜੋ ਭਾਗ ਨਹੀਂ ਹੋਇਆ ਉਸ ਸੰਖਿਆ ਨੂੰ ਉਸੇ ਤਰ੍ਹਾਂ ਅਗੇ ਲੈ ਜਾਉ।

ਪਗ 4:- ਇਸ ਪ੍ਰਕਿਰਿਆ ਨੂੰ ਉਦੋਂ ਤੱਕ ਦਹਰਾਉ ਜਦੋਂ ਤੱਕ ਕੀ ਦਿੱਤੀਆਂ ਹੋਇਆ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਵਿੱਚੋਂ ਕੋਈ ਦੋ ਸੰਖਿਆਵਾਂ, ਇਕੋ ਸੰਖਿਆ ਤੇ ਭਾਗ ਨਹੀਂ ਹੁੰਦਿਆ।

ਪਗ 5:- ਭਾਜਕ ਅਤੇ ਅਵਿਭਾਜਿਤ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦਾ ਗੁਣਨਫਲ ਦਿੱਤੀਆਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦਾ ਲ.ਸ.ਵ. ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

ਉਦਾਹਰਨ 25: ਹੇਠ ਲਿਖੀਆਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦਾ ਲ.ਸ.ਵ. ਪਤਾ ਕਰੋ।

(i) 45, 60

(ii) 12, 18 ਅਤੇ 20

(iii) 30, 40 ਅਤੇ 75

(iv) 84, 90 ਅਤੇ 120

(v) 56, 72 ਅਤੇ 144

ਹੱਲ : (i)

3	45, 60
5	15, 20
	3, 4

$$\therefore 45 \text{ ਅਤੇ } 60 \text{ ਦਾ ਲ.ਸ.ਵ.} = 3 \times 5 \times 3 \times 4 = 180$$

(ii)

2	12, 18, 20
2	6, 9, 10
3	3, 9, 5
	1, 3, 5

$\therefore 12, 18 \text{ ਅਤੇ } 20 \text{ ਦਾ ਲ.ਸ.ਵ.} = 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5 = 180$

(iii)

2	30, 40, 75
5	15, 20, 75
3	3, 4, 15
	1, 4, 5

$\therefore 30, 40 \text{ ਅਤੇ } 75 \text{ ਦਾ ਲ.ਸ.ਵ.} = 2 \times 5 \times 3 \times 4 \times 5 = 600$

(iv)

2	84, 90, 120
2	42, 45, 60
3	21, 45, 30
5	7, 15, 10
	7, 3, 2

$\therefore 84, 90 \text{ ਅਤੇ } 120 \text{ ਦਾ ਲ.ਸ.ਵ.} = 2 \times 2 \times 3 \times 5 \times 7 \times 3 \times 2 = 2520$

(v)

2	56, 72, 144
2	28, 36, 72
2	14, 18, 36
3	7, 9, 18
3	7, 3, 6
	7, 1, 2

$\therefore 56, 72, 144 \text{ ਦਾ ਲ.ਸ.ਵ.} = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 7 \times 2 = 1008$

3.10.3 ਲ.ਸ.ਵ. ਦੀ ਵਰਤੋਂ (ਸ਼ਬਦ ਸਮੱਸਿਆਵਾਂ)

ਇਸ ਭਾਗ ਵਿੱਚ, ਅਸੀਂ ਰੋਜ਼ਾਨਾ ਜੀਵਨ ਦੀਆਂ ਸਮੱਸਿਆ ਨੂੰ ਸੁਲਝਾਉਣ ਲਈ ਲ.ਸ.ਵ. ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਦੀਆਂ ਕੁੱਝ ਕਿਰਿਆਵਾਂ ਦੀ ਚਰਚਾ ਕਰਾਂਗੇ। ਆਉ ਇਹਨਾਂ ਸਮੱਸਿਆਵਾਂ ਲਈ ਹੇਠ ਲਿਖੀਆਂ ਉਦਾਹਰਨਾਂ ਲਈਏ—

ਉਦਾਹਰਨ 26: 12, 15 ਅਤੇ 24 ਨਾਲ ਭਾਗ ਹੋਣ ਵਾਲੀ ਸਭ ਤੋਂ ਛੋਟੀ ਸੰਖਿਆ ਪਤਾ ਕਰੋ।

ਹੱਲ : ਅਸੀਂ ਜਾਣਦੇ ਹਾਂ ਕਿ 12, 15 ਅਤੇ 24 ਨਾਲ ਭਾਗ ਹੋਣ ਵਾਲੀ ਛੋਟੀ ਤੋਂ ਛੋਟੀ ਸੰਖਿਆ ਇਹਨਾਂ ਦਾ ਲ.ਸ.ਵ. ਹੁੰਦੀ ਹੈ।

ਅਸੀਂ 12, 15 ਅਤੇ 24 ਦਾ ਲ.ਸ.ਵ. ਪਤਾ ਕਰਦੇ ਹਾਂ

2	12, 15, 24
2	6, 15, 12
3	3, 15, 6
	1, 5, 2

$$\therefore \text{ਲ.ਸ.ਵ.} = 2 \times 2 \times 3 \times 5 \times 2 = 120$$

ਇਸ ਲਈ ਲੋੜੀਂਦੀ ਸੰਖਿਆ = 120

ਉਦਾਹਰਨ 27: ਉਹ ਸਭ ਤੋਂ ਛੋਟੀ ਸੰਖਿਆ ਪਤਾ ਕਰੋ ਜਿਸਨੂੰ 6, 15 ਅਤੇ 21 ਨਾਲ ਭਾਗ ਦੇਣ ਤੇ ਹਰੇਕ ਹਾਲਤ ਵਿੱਚ 4 ਬਾਕੀ ਬਚਦਾ ਹੋਵੇ।

ਹੱਲ : ਅਸੀਂ ਜਾਣਦੇ ਹਾਂ ਕਿ 6, 15, 21 ਨਾਲ ਭਾਗ ਹੋਣ ਵਾਲੀ ਸਭ ਤੋਂ ਛੋਟੀ ਸੰਖਿਆ ਇਹਨਾਂ ਦਾ ਲ.ਸ.ਵ. ਹੋਵੇਗੀ।

ਇਸ ਲਈ ਲੋੜੀਂਦੀ ਸੰਖਿਆ ਇਹਨਾਂ ਦੇ ਲ.ਸ.ਵ. ਤੋਂ ਪੱਕਾ 4 ਵੱਧ ਹੋਵੇਗੀ।

ਅਸੀਂ 6, 15 ਅਤੇ 21 ਦਾ ਲ.ਸ.ਵ. ਪਤਾ ਕਰਦੇ ਹਾਂ।

$$\therefore \text{ਲ.ਸ.ਵ.} = 3 \times 2 \times 5 \times 7 = 210$$

3	6, 15, 21
	2, 5, 7

ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ, ਲੋੜੀਂਦੀ ਸੰਖਿਆ = $210 + 4 = 214$

ਉਦਾਹਰਨ 28: ਤਿੰਨ ਅੰਕਾਂ ਦੀ ਉਹ ਸਭ ਤੋਂ ਵੱਡੀ ਸੰਖਿਆ ਪਤਾ ਕਰੋ ਜੋ 18, 24 ਅਤੇ 36 ਨਾਲ ਪੂਰੀ-ਪੂਰੀ ਵੰਡੀ ਜਾਵੇ।

ਹੱਲ : ਪਹਿਲਾਂ, 18, 24 ਅਤੇ 36 ਦਾ ਲ.ਸ.ਵ. ਪਤਾ ਕਰੀਏ।

$$\therefore \text{ਲ.ਸ.ਵ.} = 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 2 = 72$$

2	18, 24, 36
2	9, 12, 18
3	9, 6, 9
3	3, 2, 3
	1, 2, 1

ਹੁਣ, 3 ਅੰਕਾਂ ਦੀ ਵੱਡੀ ਤੋਂ ਵੱਡੀ ਸੰਖਿਆ 999 ਹੈ।

ਅਸੀਂ ਪਤਾ ਕੀਤਾ ਕਿ ਜਦੋਂ 999 ਨੂੰ 72 ਨਾਲ ਭਾਗ ਕੀਤਾ ਤਾਂ 63 ਬਾਕੀ ਬਚਿਆ।

ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ, ਤਿੰਨ ਅੰਕਾਂ ਦੀ ਉਹ ਸਭ ਤੋਂ ਵੱਡੀ ਸੰਖਿਆ ਜੋ 18, 24 ਅਤੇ

36 ਨਾਲ ਪੂਰੀ ਪੂਰੀ ਭਾਗ ਹੁੰਦੀ ਹੈ = $999 - 63 = 936$

72	999	13
	- 72	
	279	
	- 216	
	63	

ਉਦਾਹਰਨ 29: 4 ਅੰਕਾਂ ਦੀ ਉਹ ਸਭ ਤੋਂ ਛੋਟੀ ਸੰਖਿਆ ਪਤਾ ਕਰੋ ਜੋ 15, 20 ਅਤੇ 24 ਨਾਲ ਪੂਰੀ-ਪੂਰੀ ਵੰਡੀ ਜਾਵੇ।

ਹੱਲ : ਪਹਿਲਾਂ, 15, 20 ਅਤੇ 24 ਦਾ ਲ.ਸ.ਵ. ਪਤਾ ਕਰੋ।

2	15, 20, 24
2	15, 10, 12
3	15, 5, 6
5	5, 5, 2
	1, 1, 2

$$\therefore \text{ਲ.ਸ.ਵ.} = 2 \times 2 \times 3 \times 5 \times 2 = 120$$

ਹੁਣ, 4 ਅੰਕਾਂ ਦੀ ਸਭ ਤੋਂ ਛੋਟੀ ਸੰਖਿਆ 1000 ਹੈ।

ਅਸੀਂ ਦੇਖਿਆ ਕਿ ਜਦੋਂ 1000 ਨੂੰ 120 ਨਾਲ ਭਾਗ ਕੀਤਾ ਤਾਂ 40 ਬਾਕੀ ਬਚਿਆ। $120 \overline{) 1000} \begin{array}{r} 8 \\ - 960 \\ \hline 40 \end{array}$

$$\therefore 4 \text{ ਅੰਕਾਂ ਦੀ ਛੋਟੀ ਤੋਂ ਛੋਟੀ ਸੰਖਿਆ, ਜਿਹੜੀ ਕਿ } 15,20 \text{ ਅਤੇ } 24 \text{ ਦੁਆਰਾ ਪੂਰੀ ਪੂਰੀ ਵੰਡੀ ਜਾਵੇਗੀ} \\ = 1000 + (120 - 40) = 1080$$

ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ, ਲੋੜੀਂਦੀ ਸੰਖਿਆ = 1080 ਹੈ।

ਉਦਾਹਰਨ 30: ਸਵੇਰ ਦੀ ਸੈਰ ਲਈ, ਤਿੰਨ ਵਿਅਕਤੀ ਇੱਕ ਵੇਲੇ ਪੈਰ ਚੁੱਕ ਕੇ ਚਲਣਾ ਸ਼ੁਰੂ ਕਰਦੇ ਹਨ। ਉਹਨਾਂ ਦੇ ਕਦਮਾਂ ਦੀਆਂ ਲੰਬਾਈਆਂ ਕ੍ਰਮਵਾਰ 70ਸਮ, 80ਸਮ ਅਤੇ 75 ਸਮ ਹਨ। ਇਹਨਾਂ ਵਿੱਚੋਂ ਹਰੇਕ ਨਿਊਨਤਮ ਕਿੰਨੀ ਦੂਰੀ ਚੱਲੇ ਕਿ ਉਹ ਉਸਨੂੰ ਪੂਰੇ-ਪੂਰੇ ਕਦਮਾਂ ਵਿੱਚ ਤੈਅ ਕਰਨ?

ਹੱਲ : ਹਰੇਕ ਵਿਅਕਤੀ ਦੁਆਰਾ ਚੱਲੀ ਗਈ ਦੂਰੀ ਨੂੰ ਇੱਕੋ ਜਿਹੀ ਅਤੇ ਘੱਟੋ-ਘੱਟ (ਨਿਊਨਤਮ) ਰਹਿਣਾ ਹੈ। ਇਹ ਨਿਊਨਤਮ ਦੂਰੀ, ਜਿਸਨੂੰ ਹਰੇਕ ਵਿਅਕਤੀ ਨੇ ਤੈਅ ਹੈ, ਉਹਨਾਂ ਦੇ ਕਦਮਾਂ ਦੀ ਲੰਬਾਈ ਦਾ ਲ.ਸ.ਵ. ਹੋਵੇਗੀ।

$$\therefore \text{ਲ.ਸ.ਵ.} = 2 \times 5 \times 7 \times 8 \times 15 = 8400\text{ਸਮ}$$

$$\begin{array}{c|c} 2 & 70, 80, 75 \\ \hline 5 & 35, 40, 75 \\ \hline & 7, 8, 15 \end{array}$$

ਇਸ ਲਈ ਲੋੜੀਂਦੀ ਨਿਊਨਤਮ ਦੂਰੀ = 8400 ਸਮ or 84ਮੀਟਰ ਹੈ।

ਉਦਾਹਰਨ 31 : ਚਾਰ ਘੰਟੀਆਂ 2,3,4 ਅਤੇ 5 ਸਕਿੰਟਾਂ ਦੇ ਅੰਤਰਾਲ (ਵਕਫੇ) ਨਾਲ ਵੱਜਦੀਆਂ ਹਨ ਜੇਕਰ ਘੰਟੀਆਂ ਸਵੇਰੇ 8:00 ਵਜੇ ਇਕੱਠੀਆਂ ਵੱਜੀਆਂ ਹੋਣ ਤਾਂ ਦੁਬਾਰਾ ਇਕੱਠੀਆਂ ਕਦੋਂ ਵੱਜਣਗੀਆਂ?

ਹੱਲ : ਜੇਕਰ ਚਾਰੇ ਘੰਟੀਆਂ ਇਕੋ ਸਮੇਂ ਇਕੱਠੀਆਂ ਵੱਜੀਆਂ ਹੋਣ ਤਾਂ ਇਹ ਅੰਤਰਾਲ 2,3,4 ਅਤੇ 5 ਸਕਿੰਟ ਦਾ ਗੁਣਜ ਹੈ।

ਇਸ ਲਈ, ਪਹਿਲਾਂ ਅਸੀਂ 2, 3,4 ਅਤੇ 5 ਦਾ ਲ.ਸ.ਵ. ਪਤਾ ਕਰਾਂਗੇ।

$$\begin{array}{c|c} 2 & 2, 3, 4, 5 \\ \hline & 1, 3, 2, 5 \end{array}$$

$$\therefore \text{ਲ.ਸ.ਵ.} = 2 \times 3 \times 2 \times 5 = 60$$

ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ 60 ਸਕਿੰਟਾਂ ਜਾਂ 1 ਮਿੰਟ ਬਾਅਦ ਘੰਟੀਆਂ ਇਕੱਠੀਆਂ ਵੱਜਣਗੀਆਂ।

ਪਹਿਲਾਂ ਉਹ ਇਕੱਠੀਆਂ ਸਵੇਰੇ 8:00 ਵਜੇ ਵੱਜੀਆਂ ਹੋਣ ਤਾਂ ਉਹ 1 ਮਿੰਟ ਬਾਅਦ ਮਤਲਬ 8:01 ਵਜੇ ਤੇ ਇਕੱਠੀਆਂ ਵੱਜਣਗੀਆਂ।

3.10.4 ਮ.ਸ.ਵ. ਅਤੇ ਲ.ਸ.ਵ. ਵਿੱਚ ਸੰਬੰਧ (Relation Between H.C.F. and LCM):-

- * ਦਿੱਤੀ ਸੰਖਿਆ ਦਾ ਮ.ਸ.ਵ. (HCF) ਹਮੇਸ਼ਾ ਲ.ਸ.ਵ. (LCM)ਦਾ ਇੱਕ ਗੁਣਨਖੰਡ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਜਾਂ ਲ.ਸ.ਵ. ਮ.ਸ.ਵ. ਦਾ ਗੁਣਜ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।
- * ਦੋ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੇ ਮ.ਸ.ਵ. (HCF) ਅਤੇ ਲ.ਸ.ਵ. (LCM) ਦਾ ਗੁਣਨਫਲ, ਦੋਵੇਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੇ ਗੁਣਨਫਲ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਜੇ a ਅਤੇ b ਦੋ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਹਨ ਤਾਂ $a \times b = \text{ਮ.ਸ.ਵ. (HCF)} \times \text{ਲ.ਸ.ਵ. (LCM)}$

ਉਦਾਹਰਨ ਵਜੋਂ:- ਮੰਨ ਲਓ ਦੋ ਸੰਖਿਆਵਾਂ 12 ਅਤੇ 18 ਹਨ।

$$12 = 2 \times 2 \times 3$$

$$\text{ਅਤੇ } 18 = 2 \times 3 \times 3$$

$$\text{ਮ.ਸ.ਵ.} = 2 \times 3 = 6$$

$$\text{ਅਤੇ ਲ.ਸ.ਵ.} = 2 \times 2 \times 3 \times 3 = 36$$

$$\text{ਗੁਣ ਦਿੱਤੀਆਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦਾ ਗੁਣਨਫਲ} = 12 \times 18 = 216$$

$$\text{ਇਹਨਾਂ ਦੇ ਮ.ਸ.ਵ. ਅਤੇ ਲ.ਸ.ਵ. ਦਾ ਗੁਣਨਫਲ} = 6 \times 36 = 216$$

ਇਸ ਲਈ ਦੋ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦਾ ਗੁਣਨਫਲ = ਇਹਨਾਂ ਦੇ ਮ.ਸ.ਵ. ਅਤੇ ਲ.ਸ.ਵ. ਦਾ ਗੁਣਨਫਲ

ਨੋਟ :- ਇਹ ਸਿੱਟਾ/ਨਤੀਜਾ ਕੇਵਲ ਦੋ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਲਈ ਸਹੀ ਹੈ।

ਉਦਾਹਰਨ 32: ਕੀ ਦੋ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਵਿੱਚ, 18 ਮ.ਸ.ਵ. (H.C.F.) ਅਤੇ 42 ਲ.ਸ.ਵ. (L.C.M.) ਦੇ ਰੂਪ ਚ ਹੋ ਸਕਦੇ ਹਨ। ਆਪਣੇ ਜਵਾਬ/ਉੱਤਰ ਦੇ ਸਮਰਥਨ ਵਿੱਚ ਕਾਰਨ ਦੱਸੋ।

ਹੱਲ : ਅਸੀਂ ਜਾਣਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਦਿੱਤੀਆਂ ਗਈਆਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦਾ ਮ.ਸ.ਵ. (H.C.F.) ਉਹਨਾਂ ਦੇ ਲ.ਸ.ਵ. (L.C.M.) ਦਾ ਇੱਕ ਗੁਣਨਖੰਡ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

ਪਰ 18, 42 ਦਾ ਗੁਣਨਖੰਡ ਨਹੀਂ ਹੈ।

ਇਸ ਲਈ ਮ.ਸ.ਵ. 18 ਅਤੇ ਲ.ਸ.ਵ. 42 ਦੋ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਨਹੀਂ ਹੋ ਸਕਦੇ।

ਉਦਾਹਰਨ 33: ਦੋ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦਾ (H.C.F.) ਮ.ਸ.ਵ. ਅਤੇ ਲ.ਸ.ਵ. (L.C.M.) ਕ੍ਰਮਵਾਰ 15 ਅਤੇ 75 ਹੈ। ਜੇਕਰ ਇੱਕ ਸੰਖਿਆ 25 ਹੋਵੇ ਤਾਂ ਦੂਜੀ ਸੰਖਿਆ ਪਤਾ ਕਰੋ?

ਹੱਲ : ਪਹਿਲਾ ਸੰਖਿਆ \times ਦੂਜੀ ਸੰਖਿਆ = ਮ.ਸ.ਵ. \times ਲ.ਸ.ਵ.

$$\text{ਦੂਜੀ ਸੰਖਿਆ} = \frac{\text{ਮ.ਸ.ਵ.} \times \text{ਲ.ਸ.ਵ.}}{\text{ਪਹਿਲੀ ਸੰਖਿਆ}} = \frac{15 \times 75}{25} = 45$$

ਇਸ ਲਈ ਦੂਜੀ ਸੰਖਿਆ = 45 ਹੈ।

ਅਭਿਆਸ 3.5

1. ਅਭਾਜ ਗੁਣਨਖੰਡ ਵਿਧੀ ਰਾਹੀਂ ਹੇਠ ਲਿਖਿਆਂ ਦੇ ਲ.ਸ.ਵ. ਪਤਾ ਕਰੋ।
(i) 45, 60 (ii) 52, 56 (iii) 96, 360 (iv) 36, 96, 180 (v) 18, 42, 72
2. ਆਮ ਵੰਡ ਵਿਧੀ ਰਾਹੀਂ ਹੇਠ ਲਿਖਿਆਂ ਨਾਲ ਲ.ਸ.ਵ. ਪਤਾ ਕਰੋ।
(i) 24, 64 (ii) 42, 63 (iii) 108, 135, 162 (iv) 16, 18, 48 (v) 48, 72, 108
3. ਉਹ ਸਭ ਤੋਂ ਛੋਟੀ ਸੰਖਿਆ ਪਤਾ ਕਰੋ ਜੋ 6, 8 ਅਤੇ 10 ਨਾਲ ਵੰਡੀ ਜਾਵੇ।
4. ਉਹ ਸਭ ਤੋਂ ਛੋਟੀ ਸੰਖਿਆ ਪਤਾ ਕਰੋ ਜਿਸਨੂੰ 10, 12, 15 ਨਾਲ ਭਾਗ ਦੇਣ ਨਾਲ ਹਰੇਕ ਹਾਲਤ ਵਿੱਚ 7 ਬਾਕੀ ਰਹੇ।
5. ਚਾਰ ਅੰਕਾਂ ਦੀ ਸਭ ਤੋਂ ਵੱਡੀ ਸੰਖਿਆ ਪਤਾ ਕਰੋ ਜੋ 12, 18 ਅਤੇ 30 ਨਾਲ ਪੂਰੀ ਪੂਰੀ ਭਾਗ ਹੋਵੇ।
6. ਚਾਰ ਅੰਕਾਂ ਦੀ ਉਹ ਸਭ ਤੋਂ ਛੋਟੀ ਸੰਖਿਆ ਪਤਾ ਕਰੋ ਜੋ 15, 24 ਅਤੇ 36 ਨਾਲ ਪੂਰੀ-ਪੂਰੀ ਵੰਡੀ ਜਾਵੇ।
7. ਚਾਰ ਘੰਟੀਆਂ 4, 7, 12 ਅਤੇ 14 ਸਕਿੰਟਾਂ ਦੇ ਅੰਤਰਾਲ (ਵਕਫ਼ੇ) ਨਾਲ ਵੱਜਦੀਆਂ ਹਨ ਜੇਕਰ ਘੰਟੀਆਂ ਸਵੇਰੇ 5:00 ਵਜੇ ਇੱਕਠੀਆਂ ਵੱਜੀਆਂ ਹੋਣ ਤਾਂ ਦੁਬਾਰਾ ਇੱਕਠੀਆਂ ਕਦੇ ਵੱਜਣਗੀਆਂ?
8. ਤਿੰਨ ਲੜਕੇ ਇੱਕ ਹੀ ਸਥਾਨ ਤੋਂ ਇੱਕੋ ਵਾਰ ਕਦਮ ਉਠਾ ਕੇ ਚੱਲਣਾ ਸ਼ੁਰੂ ਕਰਦੇ ਹਨ। ਉਹਨਾਂ ਦੇ ਕਦਮਾਂ ਦਾ ਮਾਪ ਕ੍ਰਮਵਾਰ 56ਸਮ, 70ਸਮ ਅਤੇ 63ਸਮ ਹੈ। ਸ਼ੁਰੂਆਤੀ ਬਿੰਦੂ ਤੋਂ ਕਿਸ ਦੂਰੀ ਤੇ ਉਹ ਫਿਰ ਇੱਕੱਠੇ ਕਦਮ ਰੱਖਣਗੇ?

9. ਕੀ ਦੋ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਵਿੱਚ 15 ਆਪਣੇ ਮ.ਸ.ਵ. (H.C.F.) ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਅਤੇ 65 ਆਪਣੇ ਲ.ਸ.ਵ. (L.C.M.) ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਹੋ ਸਕਦੇ ਹਨ? ਆਪਣੇ ਉੱਤਰ ਦੇ ਸਮਰਥਨ ਵਿੱਚ ਕਾਰਨ ਦੱਸੋ।
10. ਕੀ ਦੋ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਵਿੱਚ 12 ਆਪਣੇ ਮ.ਸ.ਵ. (H.C.F.) ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਅਤੇ 72 ਆਪਣੇ ਲ.ਸ.ਵ. (L.C.M.) ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਹੋ ਸਕਦੇ ਹਨ? ਆਪਣੇ ਉੱਤਰ ਦੇ ਸਮਰਥਨ ਵਿੱਚ ਕਾਰਨ ਦੱਸੋ।
11. ਦੋ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦਾ ਮ.ਸ.ਵ. (H.C.F.) ਅਤੇ ਲ.ਸ.ਵ. (L.C.M.) ਕ੍ਰਮਵਾਰ 13 ਅਤੇ 182 ਹਨ ਜੇਕਰ ਇੱਕ ਸੰਖਿਆ 26 ਹੈ ਤਾਂ ਦੂਜੀ ਸੰਖਿਆ ਪਤਾ ਕਰੋ।
12. ਦੋ ਸਹਿ ਅਭਾਜ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦਾ ਲ.ਸ.ਵ. (L.C.M.) 195 ਹੈ ਜੇਕਰ ਇੱਕ ਸੰਖਿਆ 15 ਹੈ ਤਾਂ ਦੂਜੀ ਸੰਖਿਆ ਪਤਾ ਕਰੋ।
13. ਦੋ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦਾ (H.C.F.) (ਮ.ਸ.ਵ.) 6 ਹੈ ਅਤੇ ਦੋ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦਾ ਗੁਣਨਫਲ 216 ਹੈ, ਉਹਨਾਂ ਦਾ ਲ.ਸ.ਵ. (L.C.M.) ਪਤਾ ਕਰੋ।



● ਬਹੁ-ਵਿਕਲਪੀ ਪ੍ਰਸ਼ਨ ●

1. ਕਿਹੜੀ ਸੰਖਿਆ ਹਰੇਕ ਸੰਖਿਆ ਦਾ ਗੁਣਨਖੰਡ ਹੈ?

(a) 0	(b) 1	(c) 2	(d) 3
-------	-------	-------	-------
2. ਕਿੰਨੀਆਂ ਜਿਸਤ ਅਭਾਜ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਹਨ?

(a) 1	(b) 2	(c) 3	(d) 4
-------	-------	-------	-------
3. ਸਭ ਤੋਂ ਛੋਟੀ ਭਾਜ ਸੰਖਿਆ ਹੈ।

(a) 1	(b) 2	(c) 3	(d) 4
-------	-------	-------	-------
4. ਹੇਠ ਲਿਖਿਆਂ ਵਿੱਚੋਂ ਕਿਹੜੀ ਸੰਖਿਆ ਇੱਕ ਆਦਰਸ਼ ਸੰਖਿਆ (Perfect number) ਹੈ?

(a) 8	(b) 6	(c) 12	(d) 18
-------	-------	--------	--------
5. ਹੇਠ ਲਿਖਿਆਂ ਵਿੱਚੋਂ ਕਿਹੜਾ 7 ਦਾ ਗੁਣਜ ਨਹੀਂ ਹੈ?

(a) 35	(b) 48	(c) 56	(d) 91
--------	--------	--------	--------
6. ਹੇਠ ਲਿਖਿਆਂ ਵਿੱਚੋਂ ਕਿਹੜਾ 36 ਦਾ ਗੁਣਨਖੰਡ ਨਹੀਂ ਹੈ?

(a) 12	(b) 6	(c) 9	(d) 8
--------	-------	-------	-------
7. 25 ਤੱਕ ਅਭਾਜ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ ਕਿੰਨੀ ਹੈ?

(a) 9	(b) 10	(c) 8	(d) 12
-------	--------	-------	--------
8. ਕਿਹੜੇ ਗਣਿਤ ਸ਼ਾਸਤਰੀ ਨੇ ਅਭਾਜ ਭਾਜ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਪਤਾ ਕਰਨ ਦਾ ਢੰਗ ਦਿੱਤਾ?

(a) ਆਰੀਆਭਟ	(b) ਰਾਮਾਇਣ	(c) ਇਰੈਟੋਸਥੀਨਜ਼	(d) ਗੋਲਡਬੈਕ
------------	------------	-----------------	-------------
9. ਕਥਨ “ਚਾਰ ਤੋਂ ਵੱਡੀ ਹਰੇਕ ਜਿਸਤ ਸੰਖਿਆ ਨੂੰ ਦੋ ਟਾਂਕ ਅਭਾਜ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੇ ਜੋੜਫਲ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਦਰਸਾਇਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ।” ਕਿਸਨੇ ਦਿੱਤਾ?

(a) ਗੋਲਡਬੈਕ	(b) ਇਰੈਟੋਸਥੀਨਜ਼	(c) ਆਰੀਆਭਟ	(d) ਰਾਮਾਨੁਜਨ
-------------	-----------------	------------	--------------
10. ਹੇਠ ਲਿਖਿਆਂ ਵਿੱਚੋਂ ਕਿਹੜੀ ਅਭਾਜ ਸੰਖਿਆ ਹੈ?

(a) 221	(b) 195	(c) 97	(d) 111
---------	---------	--------	---------
11. ਹੇਠ ਲਿਖਿਆਂ ਵਿੱਚੋਂ ਕਿਹੜੀ ਸੰਖਿਆ 4 ਨਾਲ ਭਾਜਯੋਗ ਹੈ?

(a) 52369	(b) 25746	(c) 21564	(d) 83426
-----------	-----------	-----------	-----------

12. ਹੇਠ ਲਿਖਿਆਂ ਵਿਚੋਂ ਕਿਹੜਾ ਕਥਨ ਸਹੀ ਨਹੀਂ ਹੈ।
- ਜੇਕਰ ਇੱਕ ਸੰਖਿਆ ਦੋ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦਾ ਗੁਣਨਖੰਡ ਹੈ ਤਾਂ ਇਹ ਸੰਖਿਆ ਉਹਨਾਂ ਦੇ ਜੋੜ ਦਾ ਵੀ ਗੁਣਨਖੰਡ ਹੋਵੇਗੀ।
 - ਜੇਕਰ ਇੱਕ ਸੰਖਿਆ ਦੋ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦਾ ਗੁਣਨਖੰਡ ਹੈ ਤਾਂ ਇਹ ਸੰਖਿਆ ਉਹਨਾਂ ਦੇ ਅੰਤਰ ਦਾ ਵੀ ਗੁਣਨਖੰਡ ਹੋਵੇਗੀ।
 - 15 ਅਤੇ 25 ਇੱਕ ਦੂਜੇ ਦੀਆਂ ਸਹਿ-ਅਭਾਜ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਹਨ।
 - 1 ਨਾ ਹੀ ਅਭਾਜ ਹੈ ਅਤੇ ਨਾ ਹੀ ਭਾਜ
13. ਹੇਠ ਲਿਖਿਆਂ ਵਿਚੋਂ ਕਿਹੜਾ ਜੋੜਾ ਸਹਿ-ਅਭਾਜ ਹੈ?
- (12, 25)
 - (18, 27)
 - (25, 35)
 - (21, 56)
14. ਹੇਠ ਲਿਖਿਆਂ ਵਿਚੋਂ ਕਿਹੜੀ ਸੰਖਿਆ 8 ਨਾਲ ਵੰਡੀ ਜਾਂਦੀ ਹੈ।
- 123568
 - 412580
 - 258124
 - 453230
15. 84 ਦੇ ਅਭਾਜ ਗੁਣਨਖੰਡ ਹਨ:
- $2 \times 2 \times 3 \times 2 \times 7$
 - $7 \times 2 \times 3 \times 3$
 - $2 \times 3 \times 7 \times 2$
 - $3 \times 2 \times 3 \times 2 \times 7$
16. 25 ਅਤੇ 45 ਦਾ ਮ.ਸ.ਵ. (H.C.F) ਹੈ
- 15
 - 5
 - 225
 - 135
17. ਜੇਕਰ ਦੋ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦਾ ਲ.ਸ.ਵ. (LCM) 36 ਹੈ ਤਾਂ ਇਹਨਾਂ ਵਿਚੋਂ ਕਿਹੜਾ ਉਹਨਾਂ ਦਾ ਮ.ਸ.ਵ. (H.C.F) ਨਹੀਂ ਹੋ ਸਕਦਾ।
- 9
 - 12
 - 8
 - 18
18. ਦੋ ਸਹਿ-ਅਭਾਜ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦਾ ਲ.ਸ.ਵ. (LCM) 143 ਹੈ। ਜੇਕਰ ਇੱਕ ਸੰਖਿਆ 11 ਹੈ ਤਾਂ ਦੂਜੀ ਸੰਖਿਆ ਪਤਾ ਕਰੋ।
- 132
 - 154
 - 18
 - 13
19. ਉਹ ਸਭ ਤੋਂ ਵੱਡੀ ਸੰਖਿਆ ਪਤਾ ਕਰੋ ਜਿਸ ਨਾਲ 145 ਅਤੇ 235 ਨੂੰ ਭਾਗ ਦੇਣ ਤੇ ਹਰੇਕ ਹਾਲਤ ਵਿੱਚ 1 ਬਾਕੀ ਬਚੇ?
- 24
 - 18
 - 19
 - 17
20. 4 ਅੰਕਾਂ ਦੀ ਵੱਡੀ ਤੋਂ ਵੱਡੀ ਸੰਖਿਆ ਕੀ ਹੋਵੇਗੀ ਜੋ 12, 15 ਅਤੇ 20 ਨਾਲ ਪੂਰੀ ਪੂਰੀ ਵੰਡੀ ਜਾਵੇ?
- 9990
 - 9000
 - 9960
 - 9999



● ਸਿੱਖਣ ਦੇ ਪਰਿਣਾਮ ●

ਇਸ ਅਧਿਆਇ ਦੀ ਪੂਰਨਤਾ ਦੇ ਬਾਅਦ, ਵਿਦਿਆਰਥੀ :

- ਗੁਣਨਖੰਡਾਂ ਅਤੇ ਗੁਣਜਾਂ ਬਾਰੇ ਸਮਝਣ ਦੇ ਯੋਗ ਹਨ।
- ਵੱਖ-ਵੱਖ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਬਾਰੇ ਜਾਣਕਾਰੀ ਦੇ ਸਕਦੇ ਹਨ।
- ਅਸਲ ਵੰਡ ਵਿਧੀ ਤੋਂ ਬਿਨਾਂ ਸੰਖਿਆ ਦੀ ਵੰਡ ਦੀ ਜਾਂਚ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹਨ।
- ਲ.ਸ.ਵ. (LCM) ਅਤੇ ਮ.ਸ.ਵ. (HCF) ਦੇ ਗਿਆਨ ਨੂੰ ਲਾਗੂ ਕਰਕੇ ਉਸਨੂੰ ਰੋਜ਼ਾਨਾ ਜੀਵਨ ਵਿੱਚ ਵਰਤ ਸਕਦੇ ਹਨ।



ਉੱਤਰਮਾਲਾ

ਅਭਿਆਸ 3.1

1. (i) 1, 2, 3, 6, 9, 18 (ii) 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24
(iii) 1, 3, 5, 9, 15, 45 (iv) 1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 30, 60
(v) 1, 5, 13, 65
2. (i) 6, 12, 18, 24, 30, 36 (ii) 9, 18, 27, 36, 45, 54
(iii) 11, 22, 33, 44, 55, 66 (iv) 15, 30, 45, 60, 75, 90
(v) 24, 48, 72, 96, 120, 144
3. (i) 17, 34, 51, 68, 85 (ii) 12, 24, 36, 48, 60, 72, 84, 96
(iii) 21, 42, 63, 84
4. (ii)
5. (i) $16 = 3 + 13 = 5 + 11$ (ii) $28 = 11 + 17 = 5 + 23$
(iii) $40 = 3 + 37 = 11 + 29 = 17 + 23$
6. (i) 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23 (ii) 89, 97, 101, 103
(iii) 127, 131, 137, 139
7. ਨਹੀਂ
8. (i) 6 (ii) 8 (iii) 9 (iv) 13 (v) 15
9. 23, 37, 53, 73

ਅਭਿਆਸ 3.2

1. (i) 1, 2, 4, 8 (ii) 1, 5 (iii) 1, 2, 3, 4, 6, 12 (iv) 1, 7 (v) 1
2. (i) 15, 30, 45 (ii) 24, 48, 72 (iii) 12, 24, 36
3. 2 ਨਾਲ ਭਾਗਯੋਗ :- (i), (iii), (iv), (v)
4 ਨਾਲ ਭਾਗਯੋਗ :- (iii), (iv)
4. 3 ਨਾਲ ਭਾਗਯੋਗ:- (i), (ii), (iv), (v)
9 ਨਾਲ ਭਾਗਯੋਗ:- (ii), (v)
5. 5 ਨਾਲ ਭਾਗਯੋਗ:- (ii), (iii), (v)
10 ਨਾਲ ਭਾਗਯੋਗ:- (ii)
6. (i), (iii), (iv)

7. (i) ਸਹੀ (ii) ਗਲਤ (iii) ਗਲਤ (iv) ਸਹੀ (v) ਸਹੀ
 8. 45 9. (ii), (iii) (v)

ਅਭਿਆਸ 3.3

1. (i) $96 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3$ (ii) $120 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 5$
 (iii) $180 = 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5$
 2. (i) 7, 4, 2 (ii) 10, 5 (iii) 8, 3, 4, 2
 3. (i) $420 = 2 \times 2 \times 3 \times 5 \times 7$ (ii) $980 = 2 \times 2 \times 5 \times 7 \times 7$
 (iii) $225 = 3 \times 3 \times 5 \times 5$ (iv) $150 = 2 \times 3 \times 5 \times 5$
 (v) $324 = 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3$

ਅਭਿਆਸ 3.4

1. (i) 6 (ii) 45 (iii) 12 (iv) 7 (v) 18
 2. (i) 34 (ii) 18 (iii) 8 (iv) 48 (v) 12
 3. 1 4. 2 5. 1 6. 1 7. 16 8. 65 9. 17
 10. 23 ਲਿਟਰ 11. 17 12. 6ਮੀ. 13. 24ਸਮ
 14. (i) $\frac{5}{6}$ (ii) $\frac{2}{5}$ (iii) $\frac{17}{23}$

ਅਭਿਆਸ 3.5

1. (i) 180 (ii) 728 (iii) 1440 (iv) 1440 (v) 504
 2. (i) 192 (ii) 126 (iii) 1620 (iv) 144 (v) 432
 3. 120 4. 67 5. 9900 6. 1080 7. 5 : 01 : 24 ਵਜੇ
 8. 2520ਸਮ 9. ਨਾ 10. ਹਾਂ 11. 91 12. 13
 13. 36

ਬਹੁ-ਵਿਕਲਪੀ ਪ੍ਰਸ਼ਨ

1. b 2. a 3. d 4. b 5. b 6. d 7. a 8. c
 9. a 10. c 11. c 12. c 13. a 14. a 15. c 16. b
 17. c 18. d 19. b 20. c





ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ (INTEGERS)

4



ਉਦੇਸ਼

ਇਸ ਅਧਿਆਇ ਵਿੱਚ ਤੁਸੀਂ ਸਿੱਖੋਗੇ

- ਪ੍ਰਾਕ੍ਰਿਤਕ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਤੋਂ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਵੱਲ ਵਿਸਤਾਰ ਬਾਰੇ।
- ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਰੇਖਾ ਤੇ ਅੰਕਿਤ ਕਰਨਾ ਅਤੇ ਉਹਨਾਂ ਉੱਪਰ ਕਿਰਿਆਵਾਂ ਸਿੱਖਣਾ।
- ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੇ ਗੁਣਾਂ ਵਿੱਚੋਂ ਵੱਡੀਆਂ ਅਤੇ ਛੋਟੀਆਂ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਸਮਝਣਾ।
- ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੇ ਜੋੜ ਅਤੇ ਘਟਾਉ ਨਾਲ ਸਬੰਧਿਤ ਸਮੱਸਿਆਵਾਂ ਦਾ ਨਿਵਾਰਨ (ਹੱਲ) ਕਰਨਾ।

4.1 ਭੂਮਿਕਾ (Introduction)

ਅਸੀਂ ਪਹਿਲਾਂ ਹੀ ਪ੍ਰਾਕ੍ਰਿਤਕ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਬਾਰੇ ਪੜ੍ਹ ਚੁੱਕੇ ਹਾਂ ਕਿ ਜਿਵੇਂ ਕਿ 1, 2, 3, 4, 5..... ਜਿਸ ਨੂੰ ਅਸੀਂ ਗਿਣਤੀ ਅੰਕ ਵੀ ਆਖਦੇ ਹਾਂ। ਅਸੀਂ ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਬਾਰੇ ਵੀ ਪੜ੍ਹ ਚੁੱਕੇ ਹਾਂ, ਜਿਵੇਂ 0, 1, 2, 3, 4, 5..... ਜਿਸਨੂੰ ਅਸੀਂ ਪ੍ਰਾਕ੍ਰਿਤਕ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦਾ ਵਿਸਤਾਰ ਕਹਿੰਦੇ ਹਾਂ। ਅਸੀਂ ਪਹਿਲਾਂ ਪੜ੍ਹ ਚੁੱਕੇ ਹਾਂ, ਕਿ ਦੋ ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦਾ ਜੋੜਫਲ ਇੱਕ ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਹੁੰਦੀ ਹੈ, ਪਰ ਦੋ ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦਾ ਅੰਤਰ ਹਮੇਸ਼ਾਂ ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਨਹੀਂ ਹੁੰਦਾ। ਕੀ ਤੁਸੀਂ ਜਾਣਦੇ ਹੋ $7-5=2$, ਪਰ $5-7=?$ ਇਸ ਪ੍ਰਸ਼ਨ (ਸਮੱਸਿਆ) ਦਾ ਉੱਤਰ ਦੇਣ ਲਈ ਸਾਨੂੰ ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਤੋਂ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਵੱਲ ਜਾਣਾ ਪਵੇਗਾ। ਆਉ ਅਸਲ ਜ਼ਿੰਦਗੀ ਦੀਆਂ ਕੁਝ ਉਦਾਹਰਨਾਂ ਲੈਂਦੇ ਹਾਂ।

- ਸਚਿਨ ਪਹਾੜੀ ਸਥਾਨ ਤੇ ਜਾਂਦਾ ਹੈ, ਜਿੱਥੇ ਦਾ ਤਾਪਮਾਨ 0°C ਹੈ। ਜੇਕਰ ਤਾਪਮਾਨ 2°C ਹੋਰ ਹੇਠਾਂ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਤਾਂ ਤਾਪਮਾਨ 0°C ਤੋਂ 2°C ਹੇਠਾਂ ਹੋਵੇਗਾ। ਕੀ ਤੁਸੀਂ ਵਰਤਮਾਨ ਤਾਪਮਾਨ ਦੱਸ ਸਕਦੇ ਹੋ?
- ਰਮੇਸ਼ ਅਤੇ ਅਰਜਨ ਦੁਕਾਨ 'ਤੇ ਪੈਂਨ ਖਰੀਦਣ ਗਏ। ਪੈਂਨ ਦੀ ਕੀਮਤ ₹ 25 ਹੈ, ਪਰ ਰਮੇਸ਼ ਦੀ ਜੇਬ ਵਿੱਚ ₹ 20 ਹਨ। ਉਸਨੇ ਪੰਜ ਰੁਪਏ ਅਰਜਨ ਕੋਲੋਂ ਉਧਾਰ ਲਏ ਅਤੇ ਪੈਂਨ ਖਰੀਦ ਲਿਆ। ਹੁਣ ਰਮੇਸ਼ ਦੀ ਜੇਬ ਵਿੱਚ ਕੋਈ ਪੈਸਾ ਨਹੀਂ ਜਾਂ 0 ਪੈਸੇ ਹਨ। ਪਰ ਉਸਨੂੰ ਉਧਾਰ ਲਏ ਗਏ ਪੈਸੇ ਯਾਦ ਰੱਖਣੇ ਪੈਣਗੇ। ਉਹ ਇਹ ਪੰਜ ਰੁਪਏ ਆਪਣੀ ਕਾਪੀ ਵਿੱਚ ਲਿਖਦਾ ਹੈ। ਉਹ ਇਹਨਾਂ ਉਧਾਰ ਵਾਲੇ ਪੈਸਿਆਂ ਨੂੰ ਕਿਵੇਂ ਲਿਖੇਗਾ?

ਉਪਰੋਕਤ ਉਦਾਹਰਨਾਂ ਵਿੱਚ ਅਸੀਂ ਮਹਿਸੂਸ ਕਰਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਉਧਾਰ ਵਾਲੀ ਸਥਿਤੀ ਜਾਂ 0° ਤੋਂ ਘੱਟ ਲਿਖਣ ਲਈ ਸਾਨੂੰ ਵਿਸ਼ੇਸ਼ ਅੰਕਾਂ ਦੀ ਲੋੜ ਹੈ। ਅਸਲ ਵਿੱਚ ਸਾਨੂੰ ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਤੋਂ ਅੱਗੇ ਸੰਖਿਆ ਪ੍ਰਣਾਲੀ ਦੀ ਲੋੜ ਹੈ।

ਉਦਾਹਰਨ ਲਈ:- ਕਮਾਉਣਾ ਅਤੇ ਖਰਚਣਾ, ਪੂਰਬ-ਪੱਛਮ, ਜਮਾਂ ਕਰਾਉਣਾ ਅਤੇ ਪੈਸੇ ਕਢਵਾਉਣਾ, ਸਮੁੰਦਰ ਤਲ ਤੋਂ ਉੱਪਰ ਤੇ ਸਮੁੰਦਰ ਤਲ ਤੋਂ ਹੇਠਾਂ, ਜਮਾਉ ਦਰਜੇ ਤੋਂ ਉੱਪਰ ਅਤੇ ਜਮਾਉ ਦਰਜੇ ਤੋਂ ਹੇਠਾਂ ਆਦਿ ਵਾਸਤੇ ਸਾਨੂੰ ਰਿਣਾਤਮਕ ਅੰਕਾਂ ਦੀ ਲੋੜ ਹੈ।

4.2 ਰਿਣਾਤਮਕ ਅੰਕ: (Negative Digits)

ਰਿਣਾਤਮਕ ਅੰਕ, ਧਨਾਤਮਕ ਅੰਕਾਂ ਦੇ ਉਲਟ ਦੀ ਵਿਆਖਿਆ ਕਰਦੇ ਹਨ। ਜੇਕਰ ਧਨਾਤਮਕ ਅੰਕ ਸੰਖਿਆ ਰੇਖਾ 'ਤੇ 0 ਤੋਂ ਸੱਜੇ ਵੱਲ ਨੂੰ ਚੱਲਦੇ ਹਨ ਤਾਂ ਰਿਣਾਤਮਕ ਅੰਕ ਖੱਬੇ ਵੱਲ ਨੂੰ ਚੱਲਦੇ ਹਨ। ਜੇ ਧਨਾਤਮਕ ਅੰਕ ਸਮੁੰਦਰ

ਤੱਲ ਤੋਂ ਉੱਪਰ ਵੱਲ ਹਨ ਤਾਂ ਰਿਣਾਤਮਕ ਅੰਕ ਸਮੁੰਦਰ ਤਲ ਤੋਂ ਹੇਠਾਂ ਵੱਲ ਹਨ। ਜੇ ਧਨਾਤਮਕ ਅੰਕ ਜਮ੍ਹਾਂ ਕਰਵਾਉਣਾ ਦੱਸਦੇ ਹਨ ਤਾਂ ਰਿਣਾਤਮਕ ਕਢਵਾਉਣ ਲਈ ਦੱਸਦੇ ਹਨ। ਇਹ ਸਾਨੂੰ ਵਾਧੇ ਜਾਂ ਘਾਟੇ ਬਾਰੇ ਦੱਸਦੇ ਹਨ। ਜੇਕਰ ਕਿਸੇ ਨੂੰ ਕਰਜ਼ਾ ਦੇਣਾ ਤਾਂ ਇਹ ਉਸਦੀ ਰਿਣਾਤਮਕ ਵਰਤੋਂ ਹੈ। ਰਿਣਾਤਮਕ ਅੰਕ ਆਮ ਤੌਰ ਤੇ ਪੈਮਾਨੇ 'ਤੇ 0 ਤੋਂ ਘੱਟ ਲਈ ਵਰਤੇ ਜਾਂਦੇ ਹਨ ਜਿਵੇਂ ਕਿ ਤਾਪਮਾਨ ਸੈਲਸੀਅਸ ਅਤੇ ਫਾਰਨਹੀਟ ਪੈਮਾਨੇ।

ਰਿਣਾਤਮਕ (ਸੰਖਿਆਵਾਂ) ਆਮ ਤੌਰ ਤੇ ਰਿਣਾਤਮਕ ਚਿੰਨ (-) ਨਾਲ ਲਿਖੇ ਜਾਂਦੇ ਹਨ। ਜਿਵੇਂ -1 (ਘਟਾਓ 1 ਜਾਂ ਰਿਣਾਤਮਕ 1) 0 ਤੋਂ ਘੱਟ ਵਾਲੇ ਅੰਕ ਰਿਣਾਤਮਕ ਅਤੇ ਵੱਧ ਵਾਲੇ ਧਨਾਤਮਕ ਅੰਕ ਹੁੰਦੇ ਹਨ ਅਤੇ 0 ਆਪਣੇ ਆਪ ਵਿੱਚ ਨਾ ਤਾਂ ਰਿਣਾਤਮਕ ਹੈ ਅਤੇ ਨਾ ਹੀ ਧਨਾਤਮਕ ਹੈ।

ਆਮ ਭਾਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਕਿਸੇ ਚੀਜ਼ ਦੇ ਉਲਟ ਦਾ ਉਲਟ ਅਸਲ ਹੀ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਇਸੇ ਤਰ੍ਹਾਂ ਹੀ ਰਿਣਾਤਮਕ ਦਾ ਰਿਣਾਤਮਕ ਧਨਾਤਮਕ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

ਉਦਾਹਰਨ ਵਜੋਂ:- $-(-1) = 1$

ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਸਾਨੂੰ ਇੱਕ ਨਵੀਂ ਤਰ੍ਹਾਂ ਦੀਆਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੁੰਦੀਆਂ ਹਨ ਜਿੰਨ੍ਹਾਂ ਨੂੰ ਅਸੀਂ ਰਿਣਾਤਮਕ ਸੰਖਿਆਵਾਂ (ਰਿਣਾਤਮਕ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ) ਆਖਦੇ ਹਾਂ ਅਤੇ ਇਹ ਹਨ—

-1, -2, -3, -4, -5

4.3 ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ (Integers)

ਸਭ ਤੋਂ ਪਹਿਲਾਂ ਜਿੰਨਾਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੀ ਖੋਜ ਹੋਈ ਉਹ ਸਨ ਪ੍ਰਾਕ੍ਰਿਤਕ ਸੰਖਿਆਵਾਂ (ਗਿਣਤੀ ਕਰਨ ਵਾਲੀਆਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ) 1, 2, 3, 4....., ਫਿਰ ਅਸੀਂ ਇਸ ਸਮੂਹ ਵਿੱਚ 0 ਨੂੰ ਸ਼ਾਮਿਲ ਕੀਤਾ ਅਤੇ ਅਸੀਂ ਨਵੇਂ ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੋਏ ਸਮੂਹ ਨੂੰ ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦਾ ਸਮੂਹ (0, 1, 2, 3, 4, 5.....) ਕਿਹਾ। ਹੁਣ ਅਸੀਂ ਦੇਖਿਆ ਕਿ ਸਾਡੇ ਕੋਲ ਰਿਣਾਤਮਕ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਵੀ ਹਨ, ਜੇਕਰ ਅਸੀਂ ਇਹਨਾਂ ਰਿਣਾਤਮਕ ਸੰਖਿਆਵਾਂ (-1, -2, -3, -4.....) ਨੂੰ ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੇ ਸਮੂਹ ਵਿੱਚ ਸ਼ਾਮਿਲ ਕਰ ਦਿੰਦੇ ਹਾਂ ਤਾਂ ਸਾਨੂੰ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦਾ ਇੱਕ ਵੱਡਾ ਸਮੂਹ (0, ± 1 , ± 2 , ± 3 , ± 4 , ± 5 ,) ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

(..... -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5.....)

1, 2, 3, 4, 5.....

ਨੂੰ ਧਨਾਤਮਕ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।

-1, -2, -3, -4, -5

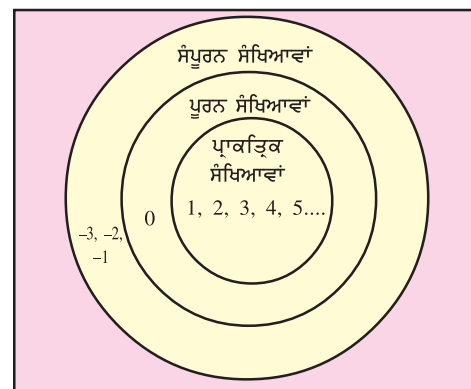
ਨੂੰ ਰਿਣਾਤਮਕ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।

0 (ਸਿਫਰ) ਨਾ ਰਿਣਾਤਮਕ ਅਤੇ ਨਾ ਧਨਾਤਮਕ ਹੈ।

N : {1, 2, 3, 4.....}

W : {0, 1, 2, 3, 4.....}

Z ਜਾਂ I : {.....-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4.....}

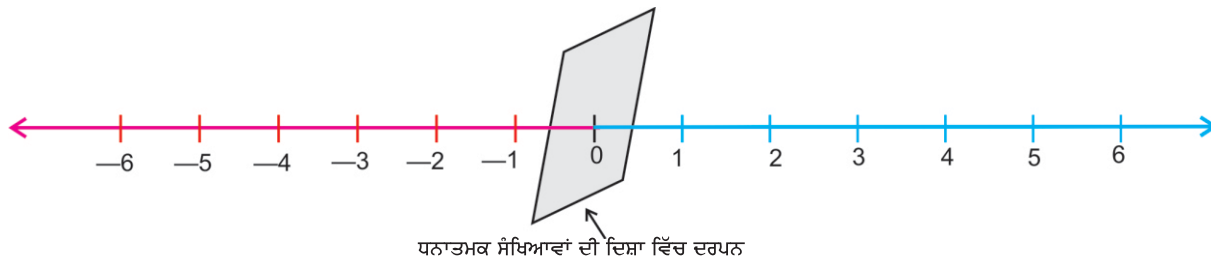


4.4 ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਸੰਖਿਆ ਰੇਖਾ 'ਤੇ ਦਰਸਾਉਣਾ (Representation of Integers on Number Line)

ਮੰਨ ਲਓ ਸੰਖਿਆ ਰੇਖਾ ਦੇ ਇੱਕ ਭਾਗ ਉੱਪਰ ਅਸੀਂ ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ 0, 1, 2, 3, ਲਿਖਦੇ ਹਾਂ।



ਜੇ ਅਸੀਂ ਸਿਫਰ ਦੇ ਸਥਾਨ 'ਤੇ ਇੱਕ ਦਰਪਣ, ਸੰਖਿਆਵਾਂ 1, 2, 3, ਵੱਲ ਨੂੰ ਮੁੱਖ ਕਰਕੇ ਰੱਖਦੇ ਹਾਂ ਤਾਂ ਸਾਨੂੰ ਸੰਖਿਆ ਰੇਖਾ ਦੇ ਇਸ ਭਾਗ ਦਾ ਪ੍ਰਤੀਬਿੰਬ ਦਰਪਣ ਵਿੱਚ ਉਲਟ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਇਸ ਭਾਗ ਉੱਪਰ ਸਾਨੂੰ ਸੰਖਿਆਵਾਂ 1, 2, 3, ਦੇ ਪ੍ਰਤੀਬਿੰਬ ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੁੰਦੇ ਹਨ ਅਤੇ ਅਸੀਂ ਇਹਨਾਂ ਨੂੰ ਕ੍ਰਮਵਾਰ -1, -2, -3, ਨਾਲ ਲਿਖਦੇ ਹਾਂ।



ਸਾਨੂੰ ਇੱਕ ਰੇਖਾ ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੁੰਦੀ ਹੈ, ਜਿਹੜੀ ਦੋਨਾਂ ਦਿਸ਼ਾਵਾਂ ਵਿੱਚ ਅਨੰਤ ਦੂਰੀ ਤੱਕ ਜਾਂਦੀ ਹੈ ਅਤੇ ਇਸਦੇ ਅੱਧ ਵਿੱਚ ਸਿਫਰ (0) ਹੈ। ਸਿਫਰ ਦੇ ਸੱਜੇ ਪਾਸੇ ਧਨਾਤਮਕ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ 1, 2, 3, ਹਨ ਅਤੇ ਖੱਬੇ ਪਾਸੇ ਰਿਣਾਤਮਕ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ -1, -2, -3, ਜਿਹੜੀਆਂ ਧਨਾਤਮਕ ਸੰਖਿਆਵਾਂ 1, 2, 3, ਦੇ ਪ੍ਰਤੀਬਿੰਬ ਹਨ। ਇਥੇ 1 ਦਾ ਪ੍ਰਤੀਬਿੰਬ -1, 2 ਦਾ ਪ੍ਰਤੀਬਿੰਬ -2 ਆਦਿ।

4.5 ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੀ ਤਰਤੀਬ (Ordering of Integers)

ਸੰਖਿਆ ਰੇਖਾ 'ਤੇ ਕੋਈ ਵੀ ਸੰਖਿਆ ਆਪਣੇ ਤੋਂ ਖੱਬੇ ਪਾਸੇ ਦੀ ਕਿਸੇ ਵੀ ਸੰਖਿਆ ਤੋਂ ਵੱਡੀ ਅਤੇ ਸੱਜੇ ਪਾਸੇ ਦੀ ਕਿਸੇ ਵੀ ਸੰਖਿਆ ਤੋਂ ਛੋਟੀ ਹੁੰਦੀ ਹੈ।

ਕੁਝ ਮਹੱਤਵਪੂਰਨ ਧਾਰਨਾਵਾਂ/ਪ੍ਰੇਖਨ/ਨਿਰੀਖਣ (Some Important Observations)

- ਹਰੇਕ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਦੀ ਇੱਕ ਅਗੇਤਰ ਤੇ ਇੱਕ ਪਿਛੇਤਰ ਸੰਖਿਆ ਹੁੰਦੀ ਹੈ।
- ਹਰੇਕ ਧਨਾਤਮਕ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ 0 ਤੋਂ ਵੱਡੀ ਅਤੇ ਹਰੇਕ ਰਿਣਾਤਮਕ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ 0 ਤੋਂ ਛੋਟੀ ਹੁੰਦੀ ਹੈ।
- ਦੋ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਵਿੱਚੋਂ ਵੱਡੀ ਸੰਖਿਆ ਦਾ ਰਿਣਾਤਮਕ, ਦੋਵਾਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੀਆਂ ਰਿਣਾਤਮਕ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਵਿੱਚੋਂ ਛੋਟੀ ਸੰਖਿਆ ਹੁੰਦੀ ਹੈ।
ਭਾਵ $15 > 13$ ਪਰੰਤੂ $-15 < -13$
- 0 ਦੇ ਸੱਜੇ ਪਾਸੇ ਕੋਈ ਸੰਖਿਆ 0 ਤੋਂ ਜਿੰਨੀ ਦੂਰ ਹੋਵੇਗੀ, ਓਨੀ ਉਹ ਸੰਖਿਆ ਵੱਡੀ ਹੋਵੇਗੀ।
- 0 ਦੇ ਖੱਬੇ ਪਾਸੇ ਕੋਈ ਸੰਖਿਆ 0 ਤੋਂ ਜਿੰਨੀ ਦੂਰ ਹੋਵੇਗੀ, ਓਨੀ ਉਹ ਸੰਖਿਆ ਛੋਟੀ ਹੋਵੇਗੀ।
- ਸਭ ਤੋਂ ਛੋਟੀ ਧਨਾਤਮਕ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ 1 ਹੈ, ਪਰ ਸਭ ਤੋਂ ਵੱਡੀ ਧਨਾਤਮਕ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਲਿਖਣਾ ਸੰਭਵ ਨਹੀਂ ਹੈ।
- ਸਭ ਤੋਂ ਵੱਡੀ ਰਿਣਾਤਮਕ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ -1 ਹੈ, ਪਰ ਸਭ ਤੋਂ ਛੋਟੀ ਰਿਣਾਤਮਕ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਲਿਖਣਾ ਸੰਭਵ ਨਹੀਂ ਹੈ।
- 0 ਨਾ ਧਨਾਤਮਕ ਹੈ ਅਤੇ ਨਾ ਹੀ ਰਿਣਾਤਮਕ ਹੈ।
- ਹਰੇਕ ਧਨਾਤਮਕ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ, ਹਰੇਕ ਰਿਣਾਤਮਕ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਤੋਂ ਵੱਡੀ ਹੁੰਦੀ ਹੈ।
- 0 ਸਾਰੀਆਂ ਰਿਣਾਤਮਕ ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਤੋਂ ਵੱਡੀ ਹੈ।

ਉਦਾਹਰਨ 1: ਹੇਠ ਲਿਖਿਆਂ ਦੇ ਉਲਟ ਲਿਖੋ:-

- ਸਮੁੰਦਰ ਤਲ ਤੋਂ 300 ਫੁੱਟ ਉੱਪਰ।
- ਬੈਂਕ ਖਾਤੇ ਵਿੱਚੋਂ 500 ਰੁਪਏ ਕਢਵਾਉਣਾ।

ਹੱਲ:

- ਸਮੁੰਦਰ ਤਲ ਤੋਂ 300 ਫੁੱਟ ਹੇਠਾਂ।
- ਬੈਂਕ ਖਾਤੇ ਵਿੱਚ 500 ਰੁਪਏ ਜਮ੍ਹਾਂ ਕਰਵਾਉਣਾ।

ਉਦਾਹਰਨ 2: ਹੇਠ ਲਿਖੀਆਂ ਸਥਿਤੀਆਂ ਨੂੰ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨਾਲ ਦਰਸਾਓ।

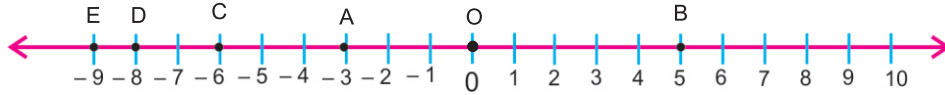
- ਮਾਊਂਟ ਐਵਰੈਸਟ ਦੀ ਸਮੁੰਦਰ ਤਲ ਤੋਂ ਉਚਾਈ 8848 ਮੀਟਰ ਹੈ।
- ਇੱਕ ਪਣਭੁੱਬੀ ਸਮੁੰਦਰ ਤਲ ਤੋਂ 600 ਮੀਟਰ ਡੁੱਘਾਈ 'ਤੇ ਹੈ।
- 200 ਰੁਪਏ ਦੀ ਹਾਨੀ।
- ਸ਼ੇਅਰ ਮਾਰਕਿਟ ਵਿੱਚ 200 ਅੰਕਾਂ ਦਾ ਉਛਾਲ।

ਹੱਲ:

- (a) +8848 (ਇੱਥੇ '+' ਸਮੁੰਦਰ ਤਲ ਤੋਂ ਉੱਚਾਈ ਨੂੰ ਮੀਟਰਾਂ ਵਿੱਚ ਦਰਸਾਉਂਦਾ ਹੈ।)
- (b) -600 (ਇੱਥੇ '-' ਸਮੁੰਦਰ ਤਲ ਤੋਂ ਡੂੰਘਾਈ ਨੂੰ ਮੀਟਰਾਂ ਵਿੱਚ ਦਰਸਾਉਂਦਾ ਹੈ।)
- (c) -200 (ਇੱਥੇ '-' ਰੁਪਏ ਵਿੱਚ ਘਾਟੇ ਨੂੰ ਦਰਸਾਉਂਦਾ ਹੈ।)
- (d) +200 (ਇੱਥੇ '+' ਅੰਕਾਂ ਦੇ ਉਛਾਲ ਨੂੰ ਦਰਸਾਉਂਦਾ ਹੈ।)

ਉਦਾਹਰਨ 3: ਹੇਠ ਲਿਖੀਆਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਸੰਖਿਆ ਰੇਖਾ 'ਤੇ ਦਰਸਾਓ: -3, +5, -6, 0, -8, -9

ਹੱਲ:



ਸੰਖਿਆ ਰੇਖਾ ਉੱਪਰ ਬਿੰਦੂ O ਦਰਸਾਉਂਦਾ ਹੈ 0 ਨੂੰ, A ਦਰਸਾਉਂਦਾ ਹੈ -3 ਨੂੰ, B ਦਰਸਾਉਂਦਾ ਹੈ +5 ਨੂੰ, C ਦਰਸਾਉਂਦਾ -6 ਨੂੰ, D ਦਰਸਾਉਂਦਾ ਹੈ -8 ਨੂੰ, ਅਤੇ E ਦਰਸਾਉਂਦਾ ਹੈ -9 ਨੂੰ।

ਉਦਾਹਰਨ 4: ਦਿੱਤੇ ਗਏ ਚਿੱਤਰ ਵਿੱਚ ਖੜਵੀਂ ਸੰਖਿਆ ਰੇਖਾ ਹੈ, ਜੋ ਕਿ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਦਰਸਾਉਂਦੀ ਹੈ, ਜਿਸ ਵਿੱਚ ਬਿੰਦੂ O ਸੰਖਿਆ 0 ਨੂੰ ਦਰਸਾਉਂਦਾ ਹੈ ਤਾਂ ਹੇਠ ਲਿਖਿਆਂ ਦੇ ਉੱਤਰ ਦਿਓ।

- (a) ਜੇਕਰ ਬਿੰਦੂ D, -6 ਹੈ ਤਾਂ +6 ਲਈ ਕਿਹੜਾ ਬਿੰਦੂ ਹੈ?
- (b) ਕੀ ਬਿੰਦੂ A ਇੱਕ ਰਿਣਾਤਮਕ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਹੈ ਜਾਂ ਧਨਾਤਮਕ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ?
- (c) ਬਿੰਦੂ B ਤੋਂ E ਤੱਕ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਲਿਖੋ?
- (d) ਸਭ ਤੋਂ ਛੋਟੀ ਸੰਖਿਆ ਵਾਲਾ ਬਿੰਦੂ ਕਿਹੜਾ ਹੈ?
- (e) ਬਿੰਦੂ C ਕਿਸ ਸੰਖਿਆ ਨੂੰ ਦਰਸਾਉਂਦਾ ਹੈ?



ਹੱਲ:

ਅਸੀਂ ਇਸ ਖੜਵੀਂ ਸੰਖਿਆ ਰੇਖਾ 'ਤੇ ਬਿੰਦੂ O ਨੂੰ ਮੂਲ ਬਿੰਦੂ ਮੰਨ ਕੇ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦਰਸਾਉਂਦੇ ਹਾਂ।

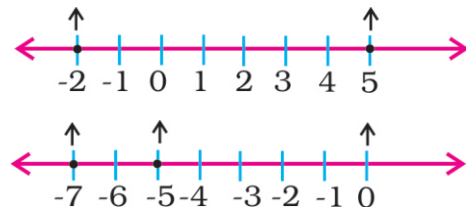
ਅਸੀਂ ਧਨਾਤਮਕ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਸਿਫਰ '0' ਤੋਂ ਉੱਪਰ ਅਤੇ ਰਿਣਾਤਮਕ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ '0' ਤੋਂ ਹੇਠਾਂ ਕ੍ਰਮ ਵਿੱਚ ਦਰਸਾਵਾਂਗੇ।

- (a) ਕਿਉਂਕਿ D, -6 ਹੈ ਅਤੇ ਇਸ ਲਈ + 6 ਲਈ A ਹੈ।
- (b) A ਧਨਾਤਮਕ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਹੈ।
- (c) B ਤੋਂ E ਤੱਕ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ: 4, 3, 2, 1, 0, -1, -2
- (d) ਸੰਖਿਆ ਰੇਖਾ 'ਤੇ ਸਭ ਤੋਂ ਛੋਟੀ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਨੂੰ ਦਰਸਾਉਂਦਾ ਬਿੰਦੂ D ਹੈ।
- (e) ਬਿੰਦੂ C, +2 ਨੂੰ ਦਰਸਾਉਂਦਾ ਹੈ।

ਉਦਾਹਰਨ 5- ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੇ ਗਏ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੇ ਜੋੜਿਆਂ ਵਿੱਚੋਂ ਸੰਖਿਆ ਰੇਖਾ 'ਤੇ ਕਿਹੜੀ ਸੰਖਿਆ ਦੂਜੀ ਸੰਖਿਆ ਦੇ ਸੱਜੇ ਪਾਸੇ ਸਥਿਤ ਹੈ।

ਹੱਲ:

- (a) -2, 5 (b) -7, -5
- (a) ਸੰਖਿਆ 5, -2 ਦੇ ਸੱਜੇ ਪਾਸੇ ਹੈ।
- (b) -5, -7 ਦੇ ਸੱਜੇ ਪਾਸੇ ਹੈ।



ਉਦਾਹਰਨ 6: ਹੇਠ ਲਿਖੀਆਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਵਿੱਚੋਂ ਸੰਖਿਆ ਰੇਖਾ 'ਤੇ ਕਿਹੜੀ ਸੰਖਿਆ, ਦੂਜੀ ਸੰਖਿਆ ਦੇ ਖੱਬੇ ਪਾਸੇ ਹੈ?

- (a) $-10, -20$ (b) $7, -6$

ਹੱਲ: (a) $-20, -10$ ਦੇ ਖੱਬੇ ਪਾਸੇ ਹੈ।

(b) $-6, 7$ ਦੇ ਖੱਬੇ ਪਾਸੇ ਹੈ।

ਉਦਾਹਰਨ 7: ਹੇਠ ਦਿੱਤੀਆਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੇ ਜੋੜਿਆਂ ਵਿਚਕਾਰ ਸਾਰੀਆਂ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਲਿਖੋ।

- (a) -30 ਅਤੇ -20 (b) -8 ਅਤੇ -15

(ਵਿਚਕਾਰ ਮਤਲਬ 'ਅੰਤ ਬਿੰਦੂਆਂ' ਤੋਂ ਇਲਾਵਾ)

ਹੱਲ: (a) -30 ਅਤੇ -20 ਦੇ ਵਿਚਕਾਰ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਹਨ: $-29, -28, -27, -26, -25, -24, -23, -22, -21$

(b) -8 ਅਤੇ -15 ਦੇ ਵਿਚਕਾਰ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਹਨ: $-14, -13, -12, -11, -10, -9$

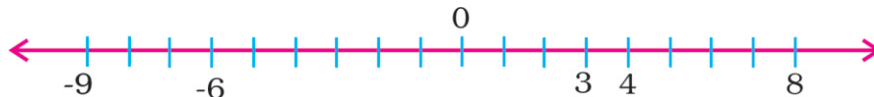
ਉਦਾਹਰਨ 8: -9 ਤੋਂ ਵੱਡੀਆਂ ਚਾਰ ਰਿਣਾਤਮਕ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਲਿਖੋ।

ਹੱਲ: ਵੱਡੀਆਂ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ, ਸੰਖਿਆ ਰੇਖਾ 'ਤੇ ਸੱਜੇ ਪਾਸੇ ਵੱਲ ਹੁੰਦੀਆਂ ਹਨ।

-9 ਦੇ ਸੱਜੇ ਪਾਸੇ ਵੱਲ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਹਨ: $-8, -7, -6, -5$.

ਉਦਾਹਰਨ 9: ਹੇਠਾਂ ਲਿਖੀਆਂ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਵਧਦੇ ਕ੍ਰਮ ਵਿੱਚ ਲਿਖੋ।

- (a) $-9, 3, 4, -6, 8$



ਹੱਲ: ਵਧਦੇ ਕ੍ਰਮ ਵਿੱਚ: $-9, -6, 3, 4, 8$.

ਅਭਿਆਸ 4.1

- ਰੋਜ਼ਾਨਾ ਜ਼ਿੰਦਗੀ ਵਿੱਚੋਂ ਦੋ ਅਜਿਹੀਆਂ ਉਦਾਹਰਨਾਂ ਦਿਓ, ਜਿਸ ਵਿੱਚ ਅਸੀਂ ਧਨਾਤਮਕ ਅਤੇ ਰਿਣਾਤਮਕ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਵਰਤ ਸਕਦੇ ਹਾਂ।
- ਹੇਠ ਲਿਖੀਆਂ ਦਾ ਉਲਟ ਲਿਖੋ:

(a) 500 ਰੁਪਏ ਦਾ ਲਾਭ	(b) ਬੈਂਕ ਖਾਤੇ ਵਿੱਚੋਂ 70 ਰੁਪਏ ਕਢਵਾਉਣਾ
(c) 1000 ਰੁਪਏ ਜਮ੍ਹਾਂ ਕਰਵਾਉਣਾ	(d) 326 B.C
(e) ਸਮੁੰਦਰ ਤਲ ਤੋਂ 500 ਮੀਟਰ ਹੇਠਾਂ	(f) 0°C ਤੋਂ 25° ਉੱਪਰ
- ਪ੍ਰਸ਼ਨ ਨੰਬਰ 2 ਵਿੱਚ ਦਿੱਤੀਆਂ ਸਾਰੀਆਂ ਸਥਿਤੀਆਂ ਨੂੰ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨਾਲ ਦਰਸਾਓ?
- ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੀਆਂ ਸਥਿਤੀਆਂ ਨੂੰ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨਾਲ ਦਰਸਾਓ:

(a) 500 ਰੁਪਏ ਜਮ੍ਹਾਂ ਕਰਨਾ।	(b) ਇੱਕ ਹਵਾਈ ਜਹਾਜ਼, ਤਲ ਤੋਂ ਦੋ ਹਜ਼ਾਰ ਮੀਟਰ ਉੱਚਾ ਉੱਡ ਰਿਹਾ ਹੈ।
(c) ਬੈਂਕ ਖਾਤੇ ਵਿੱਚੋਂ 700 ਰੁਪਏ ਕੱਢਵਾਉਣਾ।	(d) ਇੱਕ ਗੋਤਾਖੋਰ ਤਲ ਤੋਂ 6 ਫੁੱਟ ਦੀ ਡੂੰਘਾਈ ਤੱਕ ਗੋਤਾ ਲਗਾਉਂਦਾ ਹੈ।
- ਹੇਠ ਲਿਖੀਆਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਸੰਖਿਆ ਰੇਖਾ 'ਤੇ ਦਰਸਾਓ।

(a) -5	(b) $+6$	(c) 0	(d) $+1$
(e) -9	(f) -4	(g) $+8$	(h) $+3$

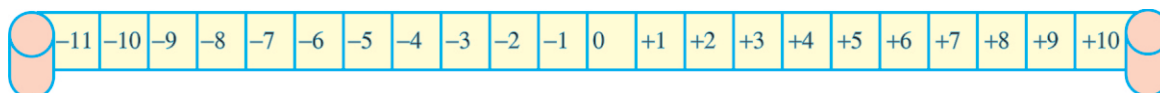
6. ਇੱਕ ਲੇਟਵੀਂ ਸੰਖਿਆ ਰੇਖਾ ਉੱਪਰ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਦਰਸਾਇਆ ਗਿਆ ਹੈ, ਜਿਵੇਂ A, -2 ਨੂੰ ਦਰਸਾਉਂਦਾ ਹੈ। ਸੰਖਿਆ ਰੇਖਾ ਅਨੁਸਾਰ ਹੇਠ ਦਿੱਤੇ ਪ੍ਰਸ਼ਨਾਂ ਦੇ ਉੱਤਰ ਦਿਓ।



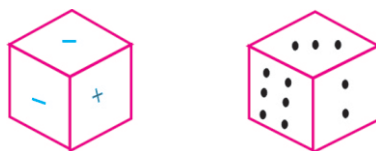
- (a) -3 ਨੂੰ ਦਰਸਾਉਂਦਾ ਬਿੰਦੂ ਕਿਹੜਾ ਹੈ?
- (b) ਬਿੰਦੂ B ਦੇ ਉਲਟ ਇੱਕ ਬਿੰਦੂ ਪਤਾ ਕਰੋ ਅਤੇ ਉਸ ਦਾ ਨਾਮ P ਲਿਖੋ।
- (c) ਬਿੰਦੂ C ਅਤੇ E ਲਈ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਲਿਖੋ।
- (d) ਸੰਖਿਆ ਰੇਖਾ 'ਤੇ ਅੰਕਿਤ ਕੀਤੇ ਗਏ ਕਿਸ ਬਿੰਦੂ ਦਾ ਮੁੱਲ ਸਭ ਤੋਂ ਘੱਟ ਹੈ।
7. ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੇ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੇ ਜੋੜਿਆਂ ਵਿੱਚੋਂ, ਕਿਹੜੀ ਸੰਖਿਆ, ਸੰਖਿਆ ਰੇਖਾ 'ਤੇ ਸੱਜੇ ਪਾਸੇ ਹੈ।
- (a) 2, 9 (b) $-3, -8$ (c) 0, -5
- (d) $-11, 10$ (e) $-9, 9$ (f) 2, -200
8. ਹੇਠ ਲਿਖੀਆਂ ਜੋੜਿਆਂ ਵਿਚਕਾਰ ਸਾਰੀਆਂ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਵਧਦੇ ਕ੍ਰਮ ਵਿੱਚ ਲਿਖੋ।
- (a) 0 ਅਤੇ -6 (b) -6 ਅਤੇ $+6$ (c) -9 ਅਤੇ -17
- (d) -19 ਅਤੇ -5
9. (a) -15 ਤੋਂ ਵੱਡੀਆਂ ਪੰਜ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਲਿਖੋ।
- (b) -20 ਤੋਂ ਛੋਟੀਆਂ ਪੰਜ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਲਿਖੋ।
- (c) 0 ਤੋਂ ਵੱਡੀਆਂ ਪੰਜ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਲਿਖੋ।
- (d) 0 ਤੋਂ ਛੋਟੀਆਂ ਪੰਜ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਲਿਖੋ।
10. ਹੇਠ ਦਿੱਤੇ ਜੋੜਿਆਂ ਵਿੱਚੋਂ ਵੱਡੀ ਸੰਖਿਆ ਤੇ ਚੱਕਰ ਲਗਾਓ।
- (a) $-5, -7$ (b) 0, -3 (c) 5, 7
- (d) $-9, 0$ (e) $-9, -11$ (f) $-4, 4$
- (g) $-10, -100$ (h) 10, 100
11. ਹੇਠ ਲਿਖੀਆਂ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਵਧਦੇ ਕ੍ਰਮ ਵਿੱਚ ਲਿਖੋ।
- (a) 0, $-7, -9, 5, -3, 2, -4$
- (b) 8, $-3, 7, 0, -9, -6$
12. ਹੇਠ ਲਿਖੀਆਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਘਟਦੇ ਕ੍ਰਮ ਵਿੱਚ ਲਿਖੋ।
- (a) $-9, 3, 4, -6, 8, -3$
- (b) 4, 8, $-3, -2, 5, 0$

4.6 ਇੱਕ ਖੇਡ ਰਾਹੀਂ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਸਮਝਣਾ (Understanding Integers with a game)

ਇੱਕ ਪੱਟੀ ਬਣਾਓ ਅਤੇ -30 ਤੋਂ 30 ਤੱਕ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਅੰਕਿਤ ਕਰੋ।



ਦੋ ਪਾਸੇ (dice) ਲਵੋ, ਇੱਕ ਉੱਪਰ 1 ਤੋਂ 6 ਤੱਕ ਅੰਕ ਲਿਖੋ ਅਤੇ ਦੂਜੇ ਉੱਪਰ ‘+’ ਦੇ ਚਿੰਨ ਅਤੇ ‘-’ ਦੇ ਚਿੰਨ ਲਿਖੋ।



ਦੋ ਖਿਡਾਰੀ ਇਸ ਖੇਡ ਨੂੰ ਇੱਕ ਸਮੇਂ ਤੇ ਖੇਡ ਸਕਦੇ ਹਨ। ਖਿਡਾਰੀ ਅੰਕ ਪੱਟੀ ਉੱਪਰ ਦੋ ਵੱਖ ਵੱਖ ਰੰਗਾਂ ਦੇ ਬਟਨ 0 ਸਥਾਨ 'ਤੇ ਰੱਖਦੇ ਹਨ।

ਪਹਿਲਾਂ A ਖਿਡਾਰੀ ਖੇਡ ਸ਼ੁਰੂ ਕਰੇਗਾ। ਉਹ ਦੋਵੇਂ ਪਾਸੇ ਇਕੋ ਵਾਰੀ ਸੁੱਟੇਗਾ। ਜੇਕਰ ਇੱਕ ਪਾਸੇ ਉੱਪਰ ‘+’ ਦਾ ਚਿੰਨ ਅਤੇ ਦੂਜੇ ਪਾਸੇ ਦੇ ਉੱਪਰ 3 ਆਉਂਦਾ ਹੈ ਇਸਦਾ ਮਤਲਬ +3 ਹੈ ਅਤੇ A ਖਿਡਾਰੀ +3 ਉੱਪਰ ਆਪਣਾ ਬਟਨ ਰੱਖੇਗਾ।

ਹੁਣ B ਖਿਡਾਰੀ ਦੀ ਵਾਰੀ ਹੈ। ਉਹ ਦੋਵੇਂ ਪਾਸੇ ਸੁੱਟੇਗਾ। ਜੇਕਰ ਇੱਕ ਪਾਸੇ ਉੱਪਰ ‘-’ ਦਾ ਚਿੰਨ ਅਤੇ ਦੂਜੇ ਪਾਸੇ ਉੱਪਰ 4 ਆਉਂਦਾ ਹੈ ਤਾਂ ਇਸਦਾ ਮਤਲਬ ਉਹ -4 ਅੰਕ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰਦਾ ਹੈ ਅਤੇ ਉਸਦਾ ਬਟਨ -4 ਉੱਪਰ ਰੱਖਿਆ ਜਾਵੇਗਾ।

ਹੁਣ A ਖਿਡਾਰੀ ਦੀ ਵਾਰੀ ਹੈ। ਉਹ ਦੋਵੇਂ ਪਾਸੇ ਸੁੱਟਦਾ ਹੈ ਤਾਂ ਉਸਨੂੰ -5 ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਅਤੇ ਉਹ 5 ਕਦਮ ਖੱਬੇ ਵੱਲ +3 ਤੋਂ ਚੱਲੇਗਾ ਅਤੇ -2 ਉੱਪਰ ਪਹੁੰਚੇਗਾ ਅਤੇ ਆਪਣਾ ਬਟਨ -2 ਉੱਪਰ ਰੱਖੇਗਾ। ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਖੇਡ ਚੱਲਦੀ ਰਹੇਗੀ। ਜਿਹੜਾ ਖਿਡਾਰੀ -30 'ਤੇ ਪਹੁੰਚ ਜਾਵੇਗਾ, ਉਹ ਖੇਡ ਵਿੱਚੋਂ ਬਾਹਰ ਹੋ ਜਾਵੇਗਾ। ਜਿਹੜਾ ਖਿਡਾਰੀ +30 ਉੱਤੇ ਪਹੁੰਚੇਗਾ ਉਹ ਜੇਤੂ ਹੋਵੇਗਾ।

4.7 ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦਾ ਜੋੜ (Addition of Integers)

(ਕਿਰਿਆ ਰਾਹੀਂ ਸਮਝਣਾ)

ਇਸ ਕਿਰਿਆ ਲਈ ਕੈਰਮ ਬੋਰਡ ਦੀਆਂ (ਕਾਲੀਆਂ ਅਤੇ ਪੀਲੀਆਂ) ਗੀਟੀਆਂ ਲਓ।

ਆਉ ਮੰਨ ਲਈਏ ਹਰ ਪੀਲੀ ਗੀਟੀ ਉੱਤੇ +1 ਲਿਖਿਆ ਹੈ ਅਤੇ ਕਾਲੀ ਗੀਟੀ ਉੱਪਰ -1 ਲਿਖਿਆ ਹੈ।

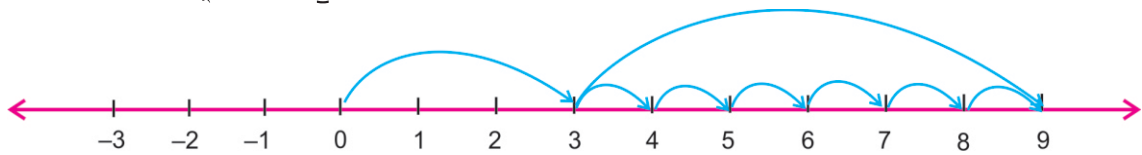
ਕੈਰਮ ਬੋਰਡ ਦੀਆਂ ਗੀਟੀਆਂ	ਦਰਸਾਉਂਦੀ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ
	= 2
	= -2
	= 0
	= (+3) + (+2) = +5
	= (-2) + (-1) = -3
	$(+4) + (-2)$ $= (+2) + 0 + 0 = +2$
	$= (+2) + (-5)$ $= 0 + 0 + (-3) = -3$

ਪ੍ਰੀਖਣ/ਨਿਰੀਖਣ:

1. ਅਸੀਂ ਜੋੜ ਉਸ ਸਮੇਂ ਕਰਦੇ ਹਾਂ, ਜਦੋਂ ਦੋਵੇਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਧਨਾਤਮਕ ਹੋਣ ਜਿਵੇਂ ਕਿ $(+3) + (+2) = +5$.
2. ਅਸੀਂ ਉਸ ਵੇਲੇ ਵੀ ਜੋੜ ਕਰਦੇ ਹਾਂ, ਜਦੋਂ ਦੋਵੇਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਰਿਣਾਤਮਕ ਹੋਣ। ਪਰ ਉੱਤਰ ਵਿੱਚ ਰਿਣਾਤਮਕ ਚਿੰਨ੍ਹ ਲਗਾਉਂਦੇ ਹਾਂ, ਜਿਵੇਂ ਕਿ $(-2) + (-1) = -3$.
3. ਜਦੋਂ ਸਾਡੇ ਕੋਲ ਇੱਕ ਰਿਣਾਤਮਕ ਅਤੇ ਇੱਕ ਧਨਾਤਮਕ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਹੋਵੇ ਤਾਂ ਅਸੀਂ ਘਟਾਉਂ ਕਰਦੇ ਹਾਂ ਪਰ ਉੱਤਰ ਵਿੱਚ ਚਿੰਨ੍ਹ ਵੱਡੀ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਵਾਲਾ ਹੋਵੇਗਾ ਜਿਵੇਂ ਕਿ $(+2) + (-5) = -3$.

4.7.1 ਸੰਖਿਆ ਰੇਖਾ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਨਾਲ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦਾ ਜੋੜ (Addition of Integers using Number Line)

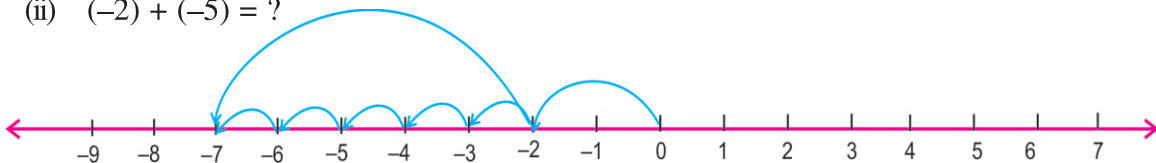
ਇਹ ਹਰ ਵਾਰ ਅਸਾਨ ਨਹੀਂ ਹੁੰਦਾ ਕਿ ਕੈਰਮਬੋਰਡ ਦੀਆਂ ਗੀਟੀਆਂ ਰਾਹੀਂ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦਾ ਜੋੜ ਕੀਤਾ ਜਾਵੇ। ਆਓ ਇਸਦਾ ਪ੍ਰਦਰਸ਼ਨ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਵਾਲੀ ਸੰਖਿਆ ਰੇਖਾ 'ਤੇ ਕਰਦੇ ਹਾਂ :



ਸੰਖਿਆ ਰੇਖਾ ਉੱਪਰ ਅਸੀਂ ਪਹਿਲਾਂ 0 ਤੋਂ ਸੱਜੇ ਪਾਸੇ 3 ਕਦਮ ਚੱਲਦੇ ਹਾਂ ਅਤੇ ਫਿਰ 3 ਤੋਂ ਅੱਗੇ 6 ਕਦਮ ਚੱਲਦੇ ਹਾਂ। ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਅਸੀਂ 9 'ਤੇ ਪਹੁੰਚਦੇ ਹਾਂ ਅਤੇ ਅੰਤਿਮ ਉੱਤਰ 9 ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

$$\Rightarrow 3 + 6 = 9$$

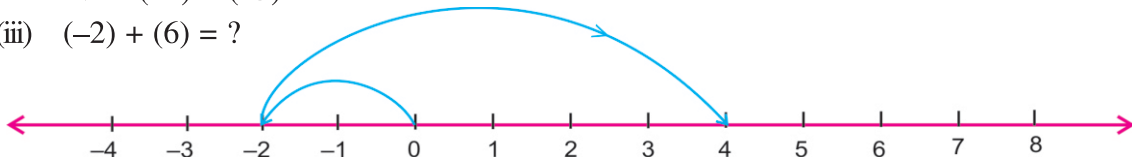
(ii) $(-2) + (-5) = ?$



ਸੰਖਿਆ ਉੱਪਰ ਅਸੀਂ ਖੱਬੇ ਪਾਸੇ ਵੱਲ 2 ਕਦਮ ਚੱਲਦੇ ਹਾਂ ਅਤੇ ਫਿਰ ਅੱਗੇ 5 ਕਦਮ ਖੱਬੇ ਪਾਸੇ ਵੱਲ ਚੱਲਦੇ ਹਾਂ। ਅੰਤ ਵਿੱਚ ਅਸੀਂ -7 ਉੱਤੇ ਪਹੁੰਚਦੇ ਹਾਂ। ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਸਾਡਾ ਅੰਤਿਮ ਉੱਤਰ -7 ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

$$\Rightarrow (-2) + (-5) = -7$$

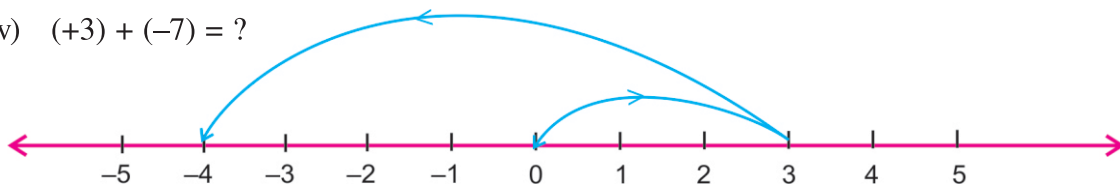
(iii) $(-2) + (6) = ?$



ਸੰਖਿਆ ਰੇਖਾ 'ਤੇ ਅਸੀਂ 0 ਤੋਂ 2 ਕਦਮ ਖੱਬੇ ਪਾਸੇ ਵੱਲ ਜਾਂਦੇ ਹਾਂ, ਫਿਰ ਅਸੀਂ 6 ਕਦਮ ਸੱਜੇ ਪਾਸੇ ਵੱਲ ਚੱਲਦੇ ਹਾਂ। ਅਸੀਂ ਅਖੀਰ ਵਿੱਚ 4 'ਤੇ ਪਹੁੰਚਦੇ ਹਾਂ। ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ 4 ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

$$\Rightarrow (-2) + (6) = +4$$

(iv) $(+3) + (-7) = ?$



ਸੰਖਿਆ ਰੇਖਾ 'ਤੇ 0 ਤੋਂ 3 ਕਦਮ ਸੱਜੇ ਵੱਲ ਜਾਂਦੇ ਹਾਂ ਅਤੇ +3 'ਤੇ ਪਹੁੰਚਦੇ ਹਾਂ। ਫਿਰ ਅਸੀਂ 7 ਕਦਮ ਖੱਬੇ ਪਾਸੇ ਵੱਲ ਚਲਦੇ ਹਾਂ ਅਤੇ -4 'ਤੇ ਪਹੁੰਚਦੇ ਹਾਂ। ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ -4 ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

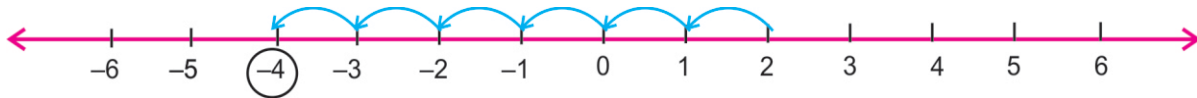
$$\Rightarrow (+3) + (-7) = -4$$

ਉਦਾਹਰਨ 10: ਸੰਖਿਆ ਰੇਖਾ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਕੇ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਪਤਾ ਕਰੋ, ਜਿਹੜੀ

- (a) 2 ਤੋਂ 6 ਘੱਟ ਹੋਵੇ (b) -2 ਤੋਂ 3 ਘੱਟ ਹੋਵੇ।

ਹੱਲ:

- (a) ਅਸੀਂ ਉਹ ਸੰਖਿਆ ਪਤਾ ਕਰਨੀ ਹੈ, ਜਿਹੜੀ 2 ਤੋਂ 6 ਘੱਟ ਹੋਵੇ। ਇਸ ਲਈ ਅਸੀਂ 2 ਤੋਂ ਸ਼ੁਰੂ ਕਰਕੇ 6 ਕਦਮ ਖੱਬੇ ਪਾਸੇ ਵੱਲ ਜਾਣਾ ਹੈ ਜਿਵੇਂ ਕਿ ਹੇਠਾਂ ਦਿਖਾਇਆ ਗਿਆ ਹੈ।



ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ 2 ਤੋਂ 6 ਘੱਟ = -4

- (b) -2 ਤੋਂ 3 ਘੱਟ

ਅਸੀਂ ਉਹ ਸੰਖਿਆ ਪਤਾ ਕਰਨੀ ਹੈ, ਜਿਹੜੀ -2 ਤੋਂ 3 ਘੱਟ ਹੋਵੇ। ਇਸ ਲਈ ਅਸੀਂ -2 ਤੋਂ ਸ਼ੁਰੂ ਕਰਕੇ 3 ਕਦਮ ਖੱਬੇ ਵੱਲ ਜਾਣਾ ਹੈ।



ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ -2 ਤੋਂ 3 ਘੱਟ = -5

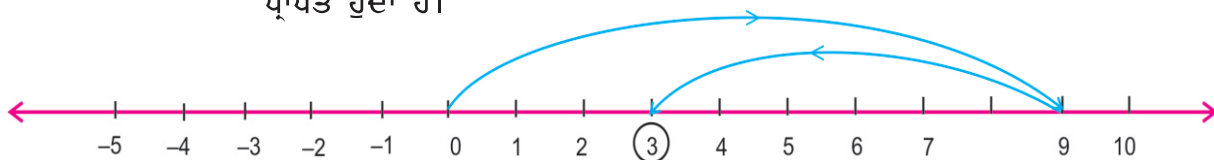
ਉਦਾਹਰਨ 11: ਸੰਖਿਆ ਰੇਖਾ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਨਾਲ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦਾ ਜੋੜ ਪਤਾ ਕਰੋ।

- (a) $9 + (-6)$ (b) $(-5) + 10$ (c) $(-2) + 5 + (-3)$

ਹੱਲ:

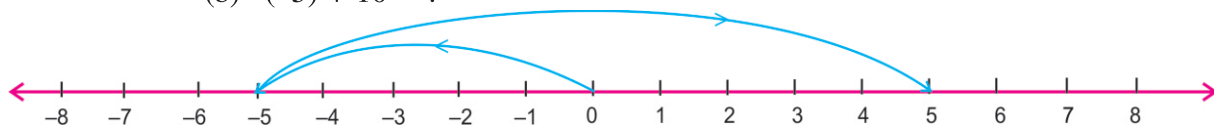
- (a) $9 + (-6)$

ਸੰਖਿਆ ਰੇਖਾ ਉੱਪਰ 0 ਤੋਂ ਸ਼ੁਰੂ ਕਰਕੇ 9 ਕਦਮ 0 ਦੇ ਸੱਜੇ ਪਾਸੇ ਜਾਵਾਂਗੇ। ਫਿਰ 9 ਤੋਂ 6 ਕਦਮ ਖੱਬੇ ਪਾਸੇ ਵੱਲ ਜਾਵਾਂਗੇ। ਅਸੀਂ ਅਖੀਰ ਵਿੱਚ +3 'ਤੇ ਪਹੁੰਚਦੇ ਹਾਂ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਉੱਤਰ +3 ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।



ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ $9 + (-6) = +3$

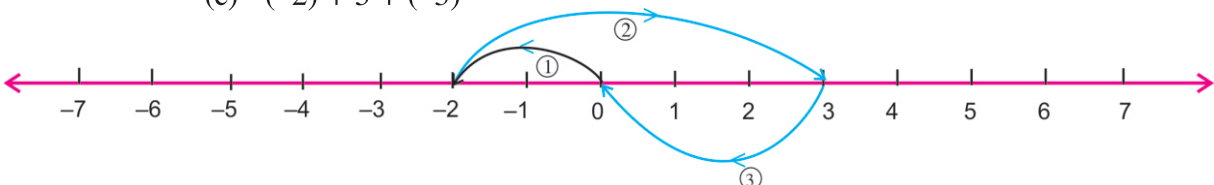
- (b) $(-5) + 10 = ?$



ਸੰਖਿਆ ਰੇਖਾ ਉੱਪਰ 0 ਤੋਂ 5 ਕਦਮ ਖੱਬੇ ਪਾਸੇ ਵੱਲ ਜਾਂਦੇ ਹਾਂ। ਫਿਰ ਅਸੀਂ -5 ਤੋਂ 10 ਕਦਮ ਸੱਜੇ ਪਾਸੇ ਵੱਲ ਜਾਂਦੇ ਹਾਂ ਅਤੇ ਅਖੀਰ ਵਿੱਚ +5 'ਤੇ ਪਹੁੰਚਦੇ ਹਾਂ। ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ +5 ਉੱਤਰ ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ $(-5) + 10 = +5$

- (c) $(-2) + 5 + (-3)$



ਪਹਿਲਾ ਪਗ : ਸੰਖਿਆ ਰੇਖਾ 'ਤੇ 0 ਤੋਂ 2 ਕਦਮ ਖੱਬੇ ਪਾਸੇ ਵੱਲ ਜਾਂਦੇ ਹਾਂ ਅਤੇ -2 'ਤੇ ਪਹੁੰਚਦੇ ਹਾਂ।

ਦੂਜਾ ਪਗ : 2 ਤੋਂ ਪੰਜ ਕਦਮ ਸੱਜੇ ਪਾਸੇ ਵੱਲ ਜਾਂਦੇ ਹਾਂ ਅਤੇ +3 'ਤੇ ਪਹੁੰਚਦੇ ਹਾਂ।

ਤੀਜਾ ਪਗ : +3 ਤੋਂ 3 ਕਦਮ ਖੱਬੇ ਪਾਸੇ ਵੱਲ ਜਾਂਦੇ ਹਾਂ ਅਤੇ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਅਖੀਰ ਵਿੱਚ ਅਸੀਂ 0 'ਤੇ ਪਹੁੰਚਦੇ ਹਾਂ।

ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਉੱਤਰ 0 ਹੈ। ਇਸ ਲਈ $(-2) + 5 + (-3) = 0$

ਉਦਾਹਰਨ 12: ਸੰਖਿਆ ਰੇਖਾ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕੀਤੇ ਬਿਨਾਂ ਜੋੜ ਪਤਾ ਕਰੋ।

(a) $19 + (-13)$

(b) $19 + 13$

(c) $(-19) + (-13)$

(d) $(-19) + 13$

(e) $21 + (-13) + 8 + 7 + (-19) + (-11) + 2$

ਹੱਲ:

(a) $19 + (-13)$

$= + (19 - 13)$

$= +6$

ਜਦੋਂ ਸਾਡੇ ਕੋਲ ਇੱਕ ਧਨਾਤਮਕ ਅਤੇ ਇੱਕ ਰਿਣਾਤਮਕ ਸੰਖਿਆ ਹੋਵੇ। ਫਿਰ ਅਸੀਂ ਉਹਨਾਂ ਦੀ ਘਟਾਓ ਕਰਦੇ ਹਾਂ ਪਰ ਉੱਤਰ ਵਿੱਚ ਚਿੰਨ੍ਹ ਵੱਡੀ ਸੰਖਿਆ ਦਾ ਆਉਂਦਾ ਹੈ। (ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੇ ਚਿੰਨ੍ਹ ਨੂੰ ਛੱਡ ਕੇ ਅਸੀਂ ਵੱਡੀ ਸੰਖਿਆ ਦੇਖਦੇ ਹਾਂ।)

(b) $19 + 13$

$= 32$

ਜਦੋਂ ਦੋਨੋਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਧਨਾਤਮਕ ਹੁੰਦੀਆਂ ਹਨ ਤਾਂ ਅਸੀਂ ਜੋੜ ਕਰਦੇ ਹਾਂ।

(c) $(-19) + (-13)$

$= - (19 + 13)$

$= -32$

ਜੇਕਰ ਸਾਡੇ ਕੋਲ ਦੋ ਰਿਣਾਤਮਕ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਹਨ ਤਾਂ ਅਸੀਂ ਜੋੜ ਕਰਦੇ ਹਾਂ। ਪਰ ਉੱਤਰ ਵਿੱਚ ਚਿੰਨ੍ਹ '-' ਲਗਾਉਂਦੇ ਹਾਂ।

(d) $(-19) + 13$

$= - (19 - 13)$

$= -6$

ਜਦੋਂ ਸਾਡੇ ਕੋਲ ਇੱਕ ਧਨਾਤਮਕ ਅਤੇ ਇੱਕ ਰਿਣਾਤਮਕ ਸੰਖਿਆ ਹੋਵੇ। ਫਿਰ ਅਸੀਂ ਉਹਨਾਂ ਦੀ ਘਟਾਓ ਕਰਦੇ ਹਾਂ, ਪਰ ਉੱਤਰ ਵਿੱਚ ਚਿੰਨ੍ਹ ਵੱਡੀ ਸੰਖਿਆ ਦਾ ਆਉਂਦਾ ਹੈ (ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਦੇ ਚਿੰਨ੍ਹ ਨੂੰ ਛੱਡ ਕੇ ਅਸੀਂ ਵੱਡੀ ਸੰਖਿਆ ਦੇਖਦੇ ਹਾਂ।)

(e) $21 + (-13) + 8 + 7 + (-19) + (-11) + 2$

ਅਸੀਂ ਧਨਾਤਮਕ ਅਤੇ ਰਿਣਾਤਮਕ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੇ ਅਲੱਗ-ਅਲੱਗ ਗਰੁੱਪ ਬਣਾਉਂਦੇ ਹਾਂ।
ਸਾਡੇ ਕੋਲ ਹੈ:-

$21 + 8 + 7 + 2 + (-13) + (-19) + (-11)$

$= 38 + (-43)$

$= 38 - 43$

$= -5$

ਜਦੋਂ ਸਾਡੇ ਕੋਲ ਇੱਕ ਧਨਾਤਮਕ ਅਤੇ ਇੱਕ ਰਿਣਾਤਮਕ ਸੰਖਿਆ ਹੋਵੇ, ਤਾਂ ਅਸੀਂ ਉਹਨਾਂ ਦੀ ਘਟਾਓ ਕਰਦੇ ਹਾਂ, ਪਰ ਉੱਤਰ ਵਿੱਚ ਚਿੰਨ੍ਹ ਵੱਡੀ ਸੰਖਿਆ ਦਾ ਆਉਂਦਾ ਹੈ। (ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਦੇ ਚਿੰਨ੍ਹ ਨੂੰ ਛੱਡ ਕੇ ਅਸੀਂ ਵੱਡੀ ਸੰਖਿਆ ਦੇਖਦੇ ਹਾਂ।)

+	-
21	13
8	19
7	11
2	
ਜੋੜੋ +38	-43

ਉਦਾਹਰਨ 13- ਹੇਠ ਲਿਖਿਆਂ ਦੀ ਅਗੇਤਰ ਅਤੇ ਪਿਛੇਤਰ ਸੰਖਿਆ ਲਿਖੋ।

(a) -69

(b) 59

ਹੱਲ:

(a) -69 ਦੀ ਅਗੇਤਰ ਸੰਖਿਆ $= -69 + 1 = -68$

-69 ਦੀ ਪਿਛੇਤਰ ਸੰਖਿਆ $= -69 - 1 = -70$

(b) 59 ਦੀ ਅਗੇਤਰ ਸੰਖਿਆ $= 59 + 1 = 60$

59 ਦੀ ਪਿਛੇਤਰ ਸੰਖਿਆ $= 59 - 1 = 58$

ਸਭਿਅਤਾ 4.2

1. ਸੰਖਿਆ ਰੇਖਾ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਕੇ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਲਿਖੋ ਜਿਹੜੀ :

(a) -1 ਤੋਂ 5 ਘੱਟ ਹੋਵੇ।

(b) -5 ਤੋਂ 5 ਵੱਧ ਹੋਵੇ।

(c) 5 ਤੋਂ 2 ਘੱਟ ਹੋਵੇ।

(d) -2 ਤੋਂ 3 ਘੱਟ ਹੋਵੇ।

2. ਸੰਖਿਆ ਰੇਖਾ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਕੇ ਹੇਠ ਲਿਖੀਆਂ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦਾ ਜੋੜ ਪਤਾ ਕਰੋ:

(a) $9 + (-3)$

(b) $5 + (-11)$

(b) $(-1) + (-4)$

(d) $(-5) + 12$

(e) $(-1) + (-2) + (-4)$

(f) $(-2) + 4 + (-5)$

(g) $(-3) + (5) + (-4)$

3. ਸੰਖਿਆ ਰੇਖਾ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕੀਤੇ ਬਿਨਾਂ ਜੋੜ ਪਤਾ ਕਰੋ :

(a) $18 + 13$

(b) $18 + (-13)$

(c) $(-18) + 13$

(d) $(-18) + (-13)$

(e) $180 + (-200)$

(f) $777 + (-67)$

(g) $1262 + (-366) + (-962)$ (h) $30 + (-27) + 21 + (-19) + (-3) + (11) + (-9)$

(i) $(-7) + (-9) + 4 + 16$ (j) $37 + (-2) + (-65) + (-8)$

4. ਹੇਠ ਲਿਖੀਆਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੀ ਅਗੇਤਰ ਅਤੇ ਪਿਛੇਤਰ ਸੰਖਿਆ ਪਤਾ ਕਰੋ।

(a) -15

(b) 27

(c) -79

(d) 0

(e) 29

(f) -18

(g) -21

(h) 99

(i) -1

(j) -13

5. ਹੇਠ ਲਿਖੀ ਜੋੜ ਸਾਰਣੀ ਪੂਰੀ ਕਰੋ।

+	-3	-4	-2	$+1$	$+2$	$+3$
-2						
-3						
0						
$+1$						
$+2$						

4.8 ਜੋੜਾਤਮਕ ਉਲਟ (Additive Inverse)

ਜੇਕਰ ਦੋ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦਾ ਜੋੜ 0 ਹੈ ਤਾਂ ਉਹਨਾਂ ਨੂੰ ਇੱਕ ਦੂਜੇ ਦਾ ਜੋੜਾਤਮਕ ਉਲਟ ਆਖਦੇ ਹਨ।

ਉਦਾਹਰਨ ਵਜੋਂ : $(-3) + (3) = 0$

ਇੱਥੇ (-3) ਦਾ ਜੋੜਾਤਮਕ ਉਲਟ 3 ਹੈ।

ਅਤੇ (3) ਦਾ ਜੋੜਾਤਮਕ ਉਲਟ -3 ਹੈ।

4.9 ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੀ ਘਟਾਉ (Subtraction of Integers)

ਘਟਾਉ ਇੱਕ ਅਜਿਹੀ ਕਿਰਿਆ ਹੈ, ਜਿਹੜੀ ਜੋੜ ਦੇ ਉਲਟ ਹੁੰਦੀ ਹੈ। ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੀ ਘਟਾਉ ਵਿੱਚ ਅਸੀਂ ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਨਿਯਮ ਵਰਤਦੇ ਹਾਂ।

ਜੇਕਰ a ਅਤੇ b ਦੋ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਹਨ ਤਾਂ ਸੰਖਿਆ a ਵਿੱਚੋਂ b ਨੂੰ ਘਟਾਉਣ ਲਈ, ਅਸੀਂ a ਵਿੱਚ ਸੰਖਿਆ b ਦਾ ਚਿੰਨ੍ਹ ਬਦਲ ਕੇ ਜੋੜਦੇ ਹਾਂ।

ਭਾਵ : $a - b = a + (-b)$

ਉਦਾਹਰਨ 14: ਸੰਖਿਆ ਰੇਖਾ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਕੇ ਮੁੱਲ ਪਤਾ ਕਰੋ।

(a) $-4 - (-2)$

(b) $7 - (-2)$

ਹੱਲ:

(a) $-4 - (-2)$

$= -4 + (-2 \text{ ਦਾ ਜੋੜਾਤਮਕ ਉਲਟ})$

$= -4 + (2)$

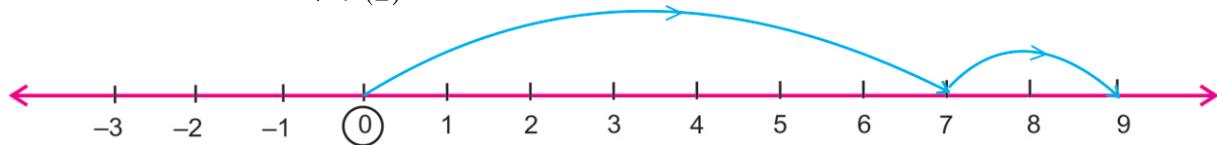


ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ $-4 - (-2) = -2$

(b) $7 - (-2)$

$= 7 + (-2 \text{ ਦਾ ਜੋੜਾਤਮਕ ਉਲਟ})$

$= 7 + (2)$



ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ $7 - (-2) = 9$

ਉਦਾਹਰਨ 15: ਘਟਾਉ:

(a) 42 ਵਿੱਚੋਂ 27

(b) 91 ਵਿੱਚੋਂ -13

(c) -84 ਵਿੱਚੋਂ 16

(d) -41 ਵਿੱਚੋਂ -61

ਹੱਲ:

(a) $42 - (+27) = 42 + (-27)$

$= 42 - 27$

$= 15$

(b) $91 - (-13) = 91 + (13)$

$= 91 + 13$

$= 104$

$$\begin{aligned}
 \text{(c)} \quad -84 - (16) &= -84 + (-16) \\
 &= -84 - 16 \\
 &= -100 \\
 \text{(d)} \quad -41 - (-61) &= -41 + (61) \\
 &= -41 + 61 \\
 &= +20
 \end{aligned}$$

ਉਦਾਹਰਨ 16: ਹੱਲ ਕਰੋ:-

(a) $(-13) + 32 - 8 - 1$

(b) $19 - (-45) - (-3)$

ਹੱਲ:

$$\begin{aligned}
 \text{(a)} \quad &(-13) + 32 - 8 - 1 \\
 &= -13 + 32 - 8 - 1 \\
 &= 32 - 13 - 8 - 1 \\
 &= 32 - 22 \\
 &= 10
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{(b)} \quad &19 - (-45) - (-3) \\
 &= 19 + (45) + (3) \\
 &= 19 + 45 + 3 \\
 &= 67
 \end{aligned}$$

ਮਭਿਮਾਸ

4.3

1. ਦਿੱਤੇ ਖਾਨੇ ਵਿੱਚ ਉੱਚਿਤ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਭਰੋ।

(a) $2 + \boxed{} = 0$

(b) $\boxed{} + 11 = 0$

(c) $-5 + \boxed{} = 0$

(d) $\boxed{} + (-9) = 0$

(e) $3 + \boxed{} = 0$

(f) $\boxed{} + 0 = 0$

2. ਸੰਖਿਆ ਰੇਖਾ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਕੇ ਘਟਾਓ।

(a) -7 ਵਿੱਚੋਂ 5

(b) -6 ਵਿੱਚੋਂ -3

(c) 8 ਵਿੱਚੋਂ -2

(d) 9 ਵਿੱਚੋਂ 3

3. ਸੰਖਿਆ ਰੇਖਾ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕੀਤੇ ਬਿੰਨ੍ਹਾਂ ਘਟਾਓ ਕਰੋ।

(a) 16 ਵਿੱਚੋਂ -6

(b) 55 ਵਿੱਚੋਂ -51

(c) -10 ਵਿੱਚੋਂ 75

(d) -47 ਵਿੱਚੋਂ -31

4. ਸਰਲ ਕਰੋ।

(a) $35 - (20)$

(b) $(-20) - (13)$

(c) $(-15) - (-18)$

(d) $72 - (90)$

(e) $23 - (-12)$

(f) $(-32) - (-40)$

5. ਸਰਲ ਕਰੋ।

(a) $2 - 4 + 6 - 8 - 10$

(b) $4 - 2 + 2 - 4 - 2 + 2$

(c) $4 - (-9) + 7 - (-3)$

(d) $(-7) + (-19) + (-7)$



● ਬਹੁ-ਵਿਕਲਪੀ ਪ੍ਰਸ਼ਨ ●

1. -3 ਅਤੇ 3 ਦੇ ਵਿਚਕਾਰ ਕਿੰਨੀਆਂ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਹਨ?

- (a) 5 (b) 6 (c) 4 (d) 3

2. ਹੇਠ ਲਿਖਿਆਂ ਵਿੱਚੋਂ ਕਿਹੜੀ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ -3 ਤੋਂ ਵੱਡੀ ਹੈ?

- (a) -5 (b) -4 (c) 0 (d) -10

3. ਹੇਠ ਲਿਖਿਆਂ ਵਿੱਚੋਂ ਕਿਹੜੀਆਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਵੱਧਦੇ ਕ੍ਰਮ ਵਿੱਚ ਹਨ?

- (a) $-5, -9, -7, -8$ (b) $-9, -8, -7, -5$

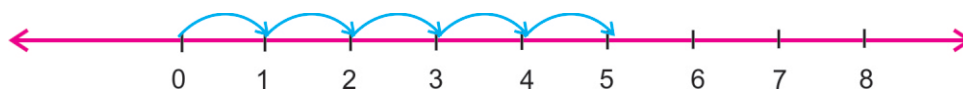
- (c) $-5, -7, -8, -9$ (d) $-8, -5, -9, -7$

4. ਹੇਠ ਲਿਖਿਆਂ ਵਿੱਚੋਂ ਕਿਹੜੀਆਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਘਟਦੇ ਕ੍ਰਮ ਵਿੱਚ ਹਨ?

- (a) 3, 0, $-2, -5$ (b) $-5, -2, 0, 3$

- (c) $-5, 3, -2, 0$ (d) $-2, 0, -5, 3$

5. ਦਿੱਤੀ ਗਈ ਸੰਖਿਆ ਰੇਖਾ ਕੀ ਦਰਸਾਉਂਦੀ ਹੈ?



- (a) $5+1$ (b) $1+5$ (c) $1+1+1+1+1$ (d) $5+5+5+5+5$

6. -2 ਤੋਂ 3 ਘੱਟ :

- (a) -5 (b) -6 (c) 5 (d) 6

7. $(-2) + 8 = \dots\dots\dots$

- (a) -6 (b) -10 (c) 10 (d) 6



ਉੱਪਰ ਦਿੱਤੀ ਸੰਖਿਆ ਰੇਖਾ ਸੰਬੰਧੀ ਹੇਠ ਲਿਖਿਆਂ ਵਿੱਚੋਂ ਕਿਹੜਾ ਸਹੀ ਹੈ।

- (a) A ਦਾ ਮੁੱਲ B ਤੋਂ ਜ਼ਿਆਦਾ ਹੈ।
 (b) A ਦਾ ਮੁੱਲ C ਤੋਂ ਜ਼ਿਆਦਾ ਹੈ।
 (c) B ਦਾ ਮੁੱਲ C ਦੇ ਮੁੱਲ ਤੋਂ ਘੱਟ ਹੈ।
 (d) C ਦਾ ਮੁੱਲ B ਦੇ ਮੁੱਲ ਤੋਂ ਘੱਟ ਹੈ।

9. $(-7) + (-12) + 11 = \dots\dots\dots$

- (a) -19 (b) 30 (c) -23 (d) -8

10. $15 - (-12) + (-27) = \dots\dots\dots$

- (a) 0 (b) -54 (c) -24 (d) 54



● ਸਿੱਖਣ ਦੇ ਪਰਿਵਾਸ ●

ਇਸ ਅਧਿਆਇ ਦੀ ਪੂਰਨਤਾ ਦੇ ਬਾਅਦ, ਵਿਦਿਆਰਥੀ :

- ਪ੍ਰਾਕ੍ਰਿਤਕ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਤੋਂ ਲੈ ਕੇ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੇ ਅੰਕਾਂ ਸਬੰਧੀ ਜਾਣਕਾਰੀ ਦੇ ਯੋਗ ਹਨ।
- ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਸੰਖਿਆ ਰੇਖਾ 'ਤੇ ਦਰਸਾਉਣਾ ਅਤੇ ਉਹਨਾਂ ਉੱਪਰ ਕਿਰਿਆਵਾਂ ਕਰਨ ਦੇ ਯੋਗ ਹਨ।
- ਦਿੱਤੇ ਸੈੱਟ ਵਿੱਚੋਂ ਵੱਡੀਆਂ ਤੇ ਛੋਟੀਆਂ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਪਹਿਚਾਨਣ ਦੇ ਯੋਗ ਹਨ।
- ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੇ ਜੋੜ ਅਤੇ ਘਟਾਓ ਸਬੰਧੀ ਸਮੱਸਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਹੱਲ ਕਰਨ ਦੇ ਯੋਗ ਹਨ।



ਉੱਤਰਮਾਲਾ

ਅਭਿਆਸ - 4.1

- 500 ਰੁਪਏ ਦੀ ਹਾਨੀ
 - ਬੈਂਕ ਖਾਤੇ ਵਿੱਚ 70 ਰੁਪਏ ਜਮ੍ਹਾਂ ਕਰਨਾ।
 - 1000 ਰੁਪਏ ਕਢਵਾਉਣਾ
 - 326 AD
 - ਸਮੁੰਦਰ ਤਲ ਤੋਂ 500 ਮੀਟਰ ਉੱਪਰ
 - 0°C ਤੋਂ 25° ਹੇਠਾਂ
- | | | |
|----------|----------|-----------|
| (a) +500 | (b) -70 | (c) +1000 |
| (d) -326 | (e) -500 | (f) +25 |
- | | | |
|----------|-----------|----------|
| (a) +500 | (b) +2000 | (c) -700 |
| (d) -6 | | |
- | | | |
|-------|--------|----------------------|
| (a) B | (b) +3 | (c) $C = -7, E = +4$ |
| (d) C | | |
- | | | |
|--------|--------|-------|
| (a) 9 | (b) -3 | (c) 0 |
| (d) 10 | (e) 9 | (f) 2 |
- 5, -4, -3, -2, -1
 - 5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5
 - 16, -15, -14, -13, -12, -11, -10
 - 18, -17, -16, -15, -14, -13, -12, -11, -10, -9, -8, -7, -6
- | | | |
|---------|---------|-------|
| (a) -5 | (b) 0 | (c) 7 |
| (d) 0 | (e) -9 | (f) 4 |
| (g) -10 | (h) 100 | |
- | | |
|-----------------------------|-------------------------|
| (a) -9, -7, -4, -3, 0, 2, 5 | (b) -9, -6, -3, 0, 7, 8 |
|-----------------------------|-------------------------|
- | | |
|-------------------------|------------------------|
| (a) 8, 4, 3, -3, -6, -9 | (b) 8, 5, 4, 0, -2, -3 |
|-------------------------|------------------------|

ਅਭਿਆਸ - 4.2

1. (a) -6 (b) 0 (c) 3 (d) -5
2. (a) 6 (b) -6 (c) -5 (d) 7 (e) -7 (f) -3 (g) -2
3. (a) 31 (b) 5 (c) -5 (d) -31 (e) -20 (f) 710
(g) -66 (h) 4 (i) 4 (j) -38
4. (a) -14 ਅਤੇ -16 (b) 28 ਅਤੇ 26 (c) -78 ਅਤੇ -80
(d) 1 ਅਤੇ -1 (e) 30 ਅਤੇ 28 (f) -17 ਅਤੇ -19
(g) -20 ਅਤੇ -22 (h) 100 ਅਤੇ 98 (i) 0 ਅਤੇ -2
(j) -12 ਅਤੇ -14

5.

+	-3	-4	-2	$+1$	$+2$	$+3$
-2	-5	-6	-4	-1	0	$+1$
-3	-6	-7	-5	-2	-1	0
0	-3	-4	-2	$+1$	$+2$	$+3$
$+1$	-2	-3	-1	$+2$	$+3$	$+4$
$+2$	-1	-2	0	$+3$	$+4$	$+5$

ਅਭਿਆਸ - 4.3

1. (a) -2 (b) -11 (c) 5 (d) 9 (e) -3 (f) 0
2. (a) -12 (b) -3 (c) 10 (d) 6
3. (a) 22 (b) 106 (c) -85 (d) -16
4. (a) 15 (b) -33 (c) 3 (d) -18 (e) 35 (f) 8
5. (a) -14 (b) 0 (c) 23 (d) -33

ਬਹੁ-ਵਿਕਲਪੀ ਪ੍ਰਸ਼ਨ

- (1) a (2) c (3) b (4) a (5) c
(6) a (7) d (8) c (9) d (10) a





5

ਭਿੰਨਾਂ

(FRACTIONS)



ਉਦੇਸ਼

ਇਸ ਅਧਿਆਇ ਵਿੱਚ ਤੁਸੀਂ ਸਿੱਖੋਗੇ :

- ਵੱਖ ਵੱਖ ਤਰ੍ਹਾਂ ਦੀਆਂ ਭਿੰਨਾਂ ਬਾਰੇ ਜਾਨਣਾ।
- ਅਸਲ ਜ਼ਿੰਦਗੀ ਵਿੱਚ ਭਿੰਨਾਂ ਦਾ ਪ੍ਰਯੋਗ ਕਰਨਾ।
- ਵੱਖ-ਵੱਖ ਇਕਾਈਆਂ ਜਿਵੇਂ ਪੈਸਾ, ਲੰਬਾਈ ਅਤੇ ਤਾਪਮਾਨ ਲਈ ਭਿੰਨਾਂ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਨਾ।

5.1 ਭੂਮਿਕਾ (Introduction)

ਪਿਛਲੀਆਂ ਜਮਾਤਾਂ ਵਿੱਚ ਅਸੀਂ ਪੜ੍ਹਿਆ ਹੈ ਕਿ ਜੇਕਰ ਕਿਸੇ ਵਸਤੂ ਨੂੰ ਬਰਾਬਰ ਭਾਗਾਂ ਵਿੱਚ ਵੰਡਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਤਾਂ ਵਸਤੂ ਦਾ ਇੱਕ ਜਾਂ ਵੱਧ ਭਾਗ ਭਿੰਨ ਅਖਵਾਉਂਦਾ ਹੈ। ਸਾਡੀ ਰੋਜ਼ਾਨਾ ਜ਼ਿੰਦਗੀ ਵਿੱਚ, ਅਸੀਂ ਭਿੰਨ ਨਾਲ ਸੰਬੰਧਤ ਬਹੁਤ ਕਿਰਿਆਵਾਂ ਕਰਦੇ ਹਾਂ ਜਿਵੇਂ ਇੱਕ ਮਾਂ ਆਪਣੇ ਬੱਚਿਆਂ ਲਈ ਨਾਸ਼ਤਾ ਬਣਾ ਰਹੀ ਹੈ। ਪਹਿਲਾ ਬੱਚਾ ਅੱਧੀ ਰੋਟੀ ਦੀ ਮੰਗ ਕਰਦਾ ਹੈ ਅਤੇ ਦੂਸਰਾ ਬੱਚਾ ਇੱਕ ਤਿਹਾਈ ਰੋਟੀ ਦੀ ਮੰਗ ਕਰਦਾ ਹੈ। ਉਨ੍ਹਾਂ ਦੀ ਅੱਧੀ ਰੋਟੀ ਅਤੇ ਇੱਕ ਤਿਹਾਈ ਰੋਟੀ ਦੀ ਮੰਗ ਪੂਰੀ ਰੋਟੀ ਦੀ ਭਿੰਨ ਨੂੰ ਦਰਸਾਉਂਦੀ ਹੈ। ਭਿੰਨ ਦਾ ਅਰਥ ਹੈ ਪੂਰਨ ਦਾ ਜਾਂ ਸਮੂਹ ਦਾ ਇੱਕ ਹਿੱਸਾ।

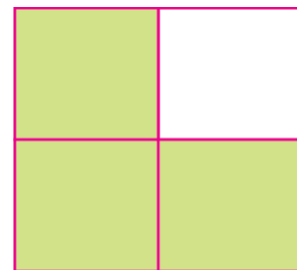
$$\text{ਭਿੰਨ} = \frac{\text{ਇੱਕ ਵਸਤੂ ਦਾ ਹਿੱਸਾ}}{\text{ਵਸਤੂ ਦੇ ਕੁੱਲ ਹਿੱਸੇ}}$$

ਭਿੰਨ ਦਾ ਉਪਰੀ ਹਿੱਸਾ ਅੰਸ਼ ਅਤੇ ਹੇਠਲਾ ਹਿੱਸਾ ਹਰ ਅਖਵਾਉਂਦਾ ਹੈ। ਹੇਠ ਦਿੱਤੀਆਂ ਆਕ੍ਰਿਤੀਆਂ ਨੂੰ ਵੇਖੋ:-

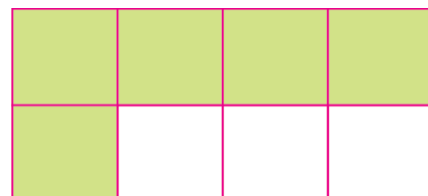
- (i) ਇੱਕ ਵਰਗ ਚਾਰ ਬਰਾਬਰ ਭਾਗਾਂ ਵਿੱਚ ਵੰਡਿਆ ਗਿਆ। 4 ਵਿੱਚੋਂ 3 ਭਾਗਾਂ ਨੂੰ ਛਾਇਆ-ਅੰਕਿਤ ਕੀਤਾ ਗਿਆ ਭਾਵ ਤਿੰਨ ਚੌਥਾਈ ਭਾਗ ਛਾਇਆ-ਅੰਕਿਤ ਕੀਤਾ ਗਿਆ। ਗਣਿਤਿਕ ਰੂਪ ਵਿੱਚ, ਅਸੀਂ ਆਖਦੇ

ਹਾਂ, $\frac{3}{4}$ ਭਾਗ ਛਾਇਆ-ਅੰਕਿਤ ਕੀਤਾ ਗਿਆ ਹੈ। ਭਾਵ

$$\begin{aligned} \frac{3}{4} &= \frac{\text{ਛਾਇਆ-ਅੰਕਿਤ ਭਾਗ}}{\text{ਕੁੱਲ ਭਾਗ}} \\ &= \frac{\text{ਅੰਸ਼}}{\text{ਹਰ}} \end{aligned}$$



- (ii) ਇੱਕ ਆਇਤ ਅੱਠ ਬਰਾਬਰ ਭਾਗਾਂ ਵਿੱਚ ਵੰਡਿਆ ਗਿਆ ਹੈ। 8 ਵਿੱਚੋਂ 5 ਭਾਗ ਛਾਇਆ-ਅੰਕਿਤ ਕੀਤੇ ਗਏ ਹਨ। ਭਾਵ ਆਇਤਾਕਾਰ ਸ਼ੀਟ ਦਾ $\frac{5}{8}$ ਭਾਗ ਛਾਇਆ-ਅੰਕਿਤ ਹੈ ਅਤੇ ਬਾਕੀ $\frac{3}{8}$ ਭਾਗ ਛਾਇਆ-ਅੰਕਿਤ ਨਹੀਂ ਹੈ।



$$\frac{5}{8} = \frac{\text{ਛਾਇਆ ਅੰਕਿਤ ਭਾਗ}}{\text{ਕੁੱਲ ਭਾਗ}} \left(\frac{\text{ਅੰਸ਼}}{\text{ਹਰ}} \right)$$

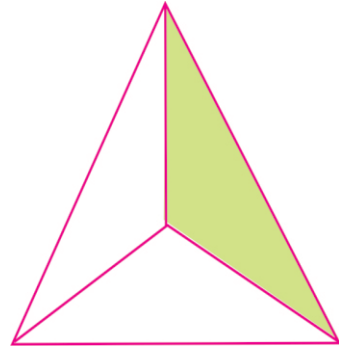
$$\text{ਅਤੇ } \frac{3}{8} = \frac{\text{ਅਣ ਛਾਇਆ-ਅੰਕਿਤ ਭਾਗ}}{\text{ਕੁੱਲ ਭਾਗ}} \left(\frac{\text{ਅੰਸ਼}}{\text{ਹਰ}} \right)$$

(iii) ਇੱਕ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਨੂੰ ਤਿੰਨ ਬਰਾਬਰ ਭਾਗਾਂ ਵਿੱਚ ਵੰਡਿਆ ਗਿਆ।

3 ਭਾਗਾਂ ਵਿੱਚੋਂ 1 ਭਾਗ ਛਾਇਆ ਅੰਕਿਤ ਹੈ ਭਾਵ $\frac{1}{3}$

ਭਾਗ ਛਾਇਆ ਅੰਕਿਤ ਹੈ।

$$\text{ਭਾਵ } \frac{1}{3} = \frac{\text{ਛਾਇਆ ਅੰਕਿਤ ਭਾਗ}}{\text{ਕੁੱਲ ਭਾਗ}} = \left(\frac{\text{ਅੰਸ਼}}{\text{ਹਰ}} \right)$$



ਉਪਰੋਕਤ ਚਰਚਾ ਤੋਂ ਬਾਅਦ, ਅਸੀਂ ਭਿੰਨ ਰੰਗ ਦੀ ਪਰਿਭਾਸ਼ਾ 'ਤੇ ਪਹੁੰਚਦੇ ਹਾਂ
“ਇੱਕ ਭਿੰਨ ਭਾਗਾਂ ਅਤੇ ਪੂਰਨ ਦਾ ਅਨੁਪਾਤ ਹੈ।”

ਇੱਕ ਭਿੰਨ $\frac{a}{b}$ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਹੈ, ਜਿੱਥੇ a ਅਤੇ b ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਹਨ ਅਤੇ $b \neq 0$, $\frac{a}{b}$ ਵਿੱਚ, a ਨੂੰ ਅੰਸ਼ ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਅਤੇ b ਨੂੰ ਹਰ ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।

ਭਿੰਨ $\frac{3}{5}$ ਲਵੋ। ਇਸ ਨੂੰ ਤਿੰਨ-ਪੰਜਵਾਂ (three - fifth) ਪੜ੍ਹਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ, ਜਿਸ ਦਾ ਮਤਲਬ ਹੈ, 5 ਬਰਾਬਰ ਭਾਗਾਂ ਵਿੱਚੋਂ 3 ਭਾਗ।

ਭਿੰਨ $\frac{3}{5}$ ਵਿੱਚ, 3 ਨੂੰ ਅੰਸ਼ ਆਖਦੇ ਹਨ ਅਤੇ 5 ਨੂੰ ਹਰ ਆਖਦੇ ਹਨ।

ਹੇਠਾਂ ਕੁੱਝ ਹੋਰ ਭਿੰਨ ਹਨ:-

ਭਿੰਨ	ਭਿੰਨ ਦਾ ਮਤਲਬ	ਅੰਸ਼	ਹਰ
$\frac{2}{7}$ ਜਾਂ ਦੋ-ਸੱਤਵਾਂ	7 ਬਰਾਬਰ ਭਾਗਾਂ ਵਿੱਚੋਂ 2 ਬਰਾਬਰ ਭਾਗ	2	7
$\frac{3}{4}$ ਜਾਂ ਤਿੰਨ-ਚੌਥਾਈ	4 ਬਰਾਬਰ ਭਾਗਾਂ ਵਿੱਚੋਂ 3 ਬਰਾਬਰ ਭਾਗ	3	4
$\frac{5}{11}$ ਜਾਂ ਪੰਜ-ਗਿਆਰਵਾਂ	11 ਬਰਾਬਰ ਭਾਗਾਂ ਵਿੱਚੋਂ 5 ਬਰਾਬਰ ਭਾਗ	5	11

ਉਦਾਹਰਨ 1- ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਹਰੇਕ ਲਈ ਭਿੰਨ ਲਿਖੋ-

(i) ਅੱਧਾ (ii) ਦੋ-ਪੰਜਵਾਂ (iii) ਪੰਜ-ਸੱਤਵਾਂ

ਹੱਲ: (i) ਅੱਧਾ = ਦੋ ਵਿੱਚੋਂ ਇੱਕ = $\frac{1}{2}$

(ii) ਦੋ-ਪੰਜਵਾਂ = ਪੰਜ ਵਿੱਚੋਂ ਦੋ = $\frac{2}{5}$

(iii) ਪੰਜ-ਸੱਤਵਾਂ = ਸੱਤ ਵਿੱਚੋਂ ਪੰਜ = $\frac{5}{7}$

ਉਦਾਹਰਨ 2- ਹੇਠ ਲਿਖਿਆਂ ਲਈ ਅੰਸ਼ ਅਤੇ ਹਰ ਲਿਖੋ।

(i) $\frac{7}{10}$ (ii) $\frac{3}{5}$ (iii) $\frac{9}{13}$

ਹੱਲ: (i) ਦਿੱਤੀ ਹੋਈ ਭਿੰਨ ਹੈ $\frac{7}{10} = \frac{\text{ਅੰਸ਼}}{\text{ਹਰ}}$

\therefore ਅੰਸ਼ = 7 ਅਤੇ ਹਰ = 10

(ii) ਦਿੱਤੀ ਹੋਈ ਭਿੰਨ ਹੈ $\frac{3}{5} = \frac{\text{ਅੰਸ਼}}{\text{ਹਰ}}$

\therefore ਅੰਸ਼ = 3 ਅਤੇ ਹਰ = 5

(iii) ਦਿੱਤੀ ਹੋਈ ਭਿੰਨ ਹੈ $\frac{9}{13} = \frac{\text{ਅੰਸ਼}}{\text{ਹਰ}}$

\therefore ਅੰਸ਼ = 9 ਅਤੇ ਹਰ = 13

ਉਦਾਹਰਨ 3- (i) 4 ਮਹੀਨੇ ਇੱਕ ਸਾਲ ਦੀ ਕਿਹੜੀ ਭਿੰਨ ਹੈ?

(ii) 10 ਘੰਟੇ ਇੱਕ ਦਿਨ ਦੀ ਕਿਹੜੀ ਭਿੰਨ ਹੈ?

(iii) 2 ਦਿਨ ਇੱਕ ਹਫ਼ਤੇ ਦੀ ਕਿਹੜੀ ਭਿੰਨ ਹੈ?

ਹੱਲ- (i) ਅਸੀਂ ਜਾਣਦੇ ਹਾਂ ਕਿ 1 ਸਾਲ = 12 ਮਹੀਨੇ

\therefore ਲੋੜੀਂਦੀ ਭਿੰਨ = $\frac{4}{12}$

(ii) ਅਸੀਂ ਜਾਣਦੇ ਹਾਂ 1 ਦਿਨ = 24 ਘੰਟੇ

\therefore ਲੋੜੀਂਦੀ ਭਿੰਨ = $\frac{10}{24}$

(iii) ਅਸੀਂ ਜਾਣਦੇ ਹਾਂ ਕਿ 1 ਹਫ਼ਤਾ = 7 ਦਿਨ

\therefore ਲੋੜੀਂਦੀ ਭਿੰਨ = $\frac{2}{7}$

ਉਦਾਹਰਨ 4- 1 ਤੋਂ 15 ਤੱਕ ਪ੍ਰਕ੍ਰਿਤਿਕ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਲਿਖੋ। ਅਭਾਜ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਇਹਨਾਂ ਦੀ ਕਿਹੜੀ ਭਿੰਨ ਹੈ?

ਹੱਲ- 1 ਤੋਂ 15 ਤੱਕ ਪ੍ਰਕ੍ਰਿਤਿਕ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਹਨ-

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15 ਭਾਵ 15 ਸੰਖਿਆਵਾਂ

ਇਹਨਾਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਵਿੱਚੋਂ ਅਭਾਜ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਹਨ:

2, 3, 5, 7, 11, 13 ਭਾਵ 6 ਸੰਖਿਆਵਾਂ

$$\therefore \text{ਲੋੜੀਂਦੀ ਭਿੰਨ} = \frac{6}{15}$$

ਉਦਾਹਰਨ 5- ਇੱਕ ਬੈਲੇ ਵਿੱਚ 8 ਗੋਦਾ ਹਨ, ਇਨ੍ਹਾਂ ਵਿੱਚੋਂ 3 ਨੀਲੀਆਂ ਅਤੇ 5 ਸਫੈਦ ਹਨ। ਨੀਲੀਆਂ ਅਤੇ ਸਫੈਦ ਗੋਦਾਂ, ਕੁੱਲ ਗੋਦਾਂ ਦੀ ਕਿਹੜੀ ਭਿੰਨ ਨੂੰ ਦਰਸਾਉਂਦੀਆਂ ਹਨ?

ਹੱਲ- ਇਥੇ, 8 ਗੋਦਾ ਵਿੱਚੋਂ 3 ਨੀਲੀਆਂ ਹਨ।

$$\text{ਨੀਲੀਆਂ ਗੋਦਾਂ ਨੂੰ ਦਰਸਾਉਂਦੀ ਭਿੰਨ} = \frac{3}{8}$$

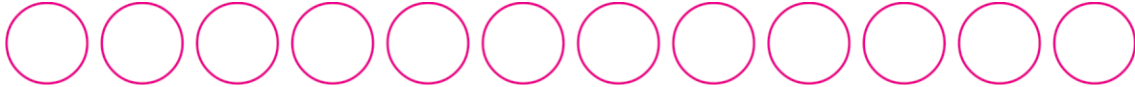
ਹੁਣ, 8 ਗੋਦਾ ਵਿੱਚੋਂ 5 ਸਫੈਦ ਹਨ।

$$\text{ਸਫੈਦ ਗੋਦਾਂ ਨੂੰ ਦਰਸਾਉਂਦੀ ਭਿੰਨ} = \frac{5}{8}$$

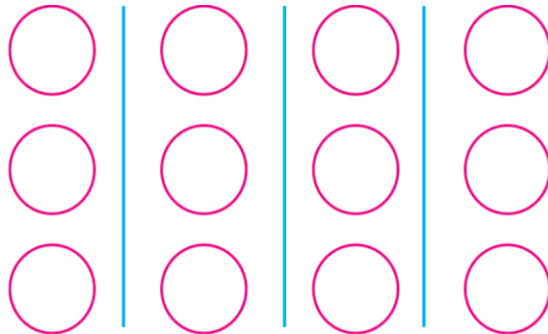
5.2 ਭਿੰਨ ਅਤੇ ਵੰਡ (ਭਿੰਨ ਸੰਗ੍ਰਹਿ ਦਾ ਇੱਕ ਹਿੱਸਾ)

ਇੱਕ ਭਿੰਨ, ਇੱਕ ਸਮੂਹ ਦੇ ਹਿੱਸਿਆਂ ਨੂੰ ਦਰਸਾਉਂਦੀ ਹੈ। ਸਮੂਹ ਵਿੱਚ ਅੰਸ਼ ਉਹਨਾਂ ਹਿੱਸਿਆਂ ਦੀ ਸੰਖਿਆ ਹੈ, ਜੋ ਸਾਡੇ ਕੋਲ ਹਨ, ਅਤੇ 'ਹਰ' ਕੁੱਲ ਹਿੱਸਿਆਂ ਦੀ ਸੰਖਿਆ ਹੈ।

ਉਦਾਹਰਨ ਵਜੋਂ- ਆਓ 12 ਗੋਦਾਂ ਦਾ ਇੱਕ ਸਮੂਹ ਲਈਏ ਅਤੇ ਅਸੀਂ ਸਮੂਹ ਦਾ $\frac{1}{4}$ ਲੈਣਾ ਚਾਹੁੰਦੇ ਹਾਂ।



ਪਗ 1. 12 ਗੋਦਾਂ ਵਿੱਚੋਂ $\frac{1}{4}$ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰਨ ਲਈ, ਅਸੀਂ 12 ਗੋਦਾਂ ਨੂੰ ਚਾਰ ਬਰਾਬਰ ਸਮੂਹਾਂ ਵਿੱਚ ਵੰਡਦੇ ਹਾਂ।



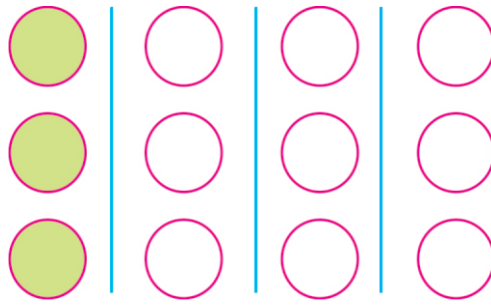
ਹਰੇਕ ਸਮੂਹ ਵਿੱਚ 3 ਗੋਦਾਂ ਹਨ।

ਪਗ 2. ਹੁਣ, ਅਸੀਂ ਇੱਕ ਸਮੂਹ ਨੂੰ ਛਾਇਆ-ਅੰਕਿਤ ਕਰਦੇ ਹਾਂ।

ਗਿਣਤੀ ਕਰਨ 'ਤੇ ਅਸੀਂ ਵੇਖਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਛਾਇਆ-ਅੰਕਿਤ ਗੋਦਾਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ 3 ਹੈ।

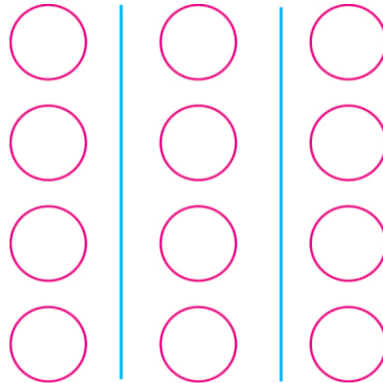
ਦੂਸਰੇ ਸ਼ਬਦਾਂ ਵਿੱਚ, 12 ਗੋਦਾ ਦਾ $\frac{1}{4} = 3$ ਗੋਦਾਂ

$$\text{ਭਾਵ } 12 \times \frac{1}{4} = \frac{12 \times 1}{4} = \frac{12}{4} = 12 \div 4 = 3 \text{ ਗੋਦਾਂ}$$



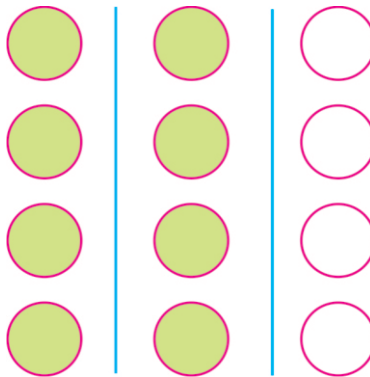
ਉਦਾਹਰਨ ਦੇ ਲਈ:- 12 ਗੋਦਾਂ ਦਾ $\frac{2}{3}$ ਪਤਾ ਕਰੋ।

ਪਗ 1. 12 ਗੋਦਾਂ ਦਾ $\frac{2}{3}$ ਪਤਾ ਕਰਨ ਲਈ, ਅਸੀਂ 12 ਗੋਦਾਂ ਨੂੰ 3 ਬਰਾਬਰ ਸਮੂਹਾਂ ਵਿੱਚ ਵੰਡਦੇ ਹਾਂ।



ਹਰੇਕ ਸਮੂਹ ਵਿੱਚ 4 ਗੋਦਾਂ ਹਨ।

ਪਗ 2. ਹੁਣ ਅਸੀਂ 3 ਸਮੂਹਾਂ ਵਿੱਚੋਂ 2 ਸਮੂਹਾਂ ਨੂੰ ਛਾਇਆ ਅੰਕਿਤ ਕਰਦੇ ਹਾਂ।



ਗਿਣਤੀ ਕਰਨ 'ਤੇ ਅਸੀਂ ਵੇਖਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਕੁੱਲ ਛਾਇਆ ਅੰਕਿਤ ਗੋਦਾਂ ਦੀ ਸੰਖਿਆ 8 ਹੈ

ਦੂਜੇ ਸ਼ਬਦਾਂ ਵਿੱਚ, 12 ਗੋਦਾਂ ਦਾ $\frac{2}{3} = 8$ ਗੋਦਾਂ

$$\text{ਭਾਵ } 12 \times \frac{2}{3} = \frac{12 \times 2}{3} = \frac{24}{3} = 24 \div 3 = 8 \text{ ਗੋਦਾਂ}$$

ਉਦਾਹਰਨ 6- (i) 16 ਦਾ $\frac{1}{4}$ ਕੀ ਹੈ? (ii) 20 ਦਾ $\frac{2}{5}$ ਕੀ ਹੈ? (iii) 24 ਦਾ $\frac{3}{4}$ ਕੀ ਹੈ?

ਹੱਲ- (i) 16 ਦਾ $\frac{1}{4} = 16 \times \frac{1}{4} = \frac{16 \times 1}{4} = \frac{16}{4} = 16 \div 4 = 4$

(ii) 20 ਦਾ $\frac{2}{5} = 20 \times \frac{2}{5} = \frac{20 \times 2}{5} = \frac{40}{5} = 40 \div 5 = 8$

(iii) 24 ਦਾ $\frac{3}{4} = 24 \times \frac{3}{4} = \frac{24 \times 3}{4} = \frac{72}{4} = 72 \div 4 = 18$

ਉਦਾਹਰਨ 7- ਜਯੰਤ ਕੋਲ 24 ਸੰਤਰੇ ਹਨ, ਉਸ ਨੇ ਉਹਨਾਂ ਵਿੱਚੋਂ $\frac{1}{6}$ ਖਾ ਲਏ।

- (i) ਉਸਨੇ ਕਿੰਨੇ ਸੰਤਰੇ ਖਾ ਲਏ? (ii) ਉਸ ਕੋਲ ਕਿੰਨੇ ਸੰਤਰੇ ਬਚੇ?

ਹੱਲ- ਕੁੱਲ ਸੰਤਰੇ = 24

- (i) ਉਸਨੇ ਜਿੰਨੇ ਸੰਤਰੇ ਖਾ ਲਏ = 24 ਦਾ $\frac{1}{6} = 24 \times \frac{1}{6} = \frac{24 \times 1}{6} = \frac{24}{6} = 24 \div 6 = 4$ ਸੰਤਰੇ
- (ii) ਜਿੰਨੇ ਸੰਤਰੇ ਬਾਕੀ ਬਚੇ = $24 - 4 = 20$ ਸੰਤਰੇ

ਉਦਾਹਰਨ 8- ਜੈਸਮੀਨ ਕੋਲ 20 ਬਿਸਕੁਟਾਂ ਦਾ ਇੱਕ ਪੈਕੇਟ ਹੈ। ਉਸਨੇ ਉਸ ਵਿੱਚੋਂ $\frac{1}{4}$ ਹਰਨੀਤ ਨੂੰ ਦੇ ਦਿੱਤੇ ਅਤੇ

$\frac{3}{5}$ ਸੋਫੀਆ ਨੂੰ ਦੇ ਦਿੱਤੇ। ਬਾਕੀ ਉਸਨੇ ਆਪਣੇ ਕੋਲ ਰੱਖ ਲਏ।

- (i) ਹਰਨੀਤ ਕੋਲ ਕਿੰਨੇ ਬਿਸਕੁਟ ਹਨ? (ii) ਸੋਫੀਆ ਕੋਲ ਕਿੰਨੇ ਬਿਸਕੁਟ ਹਨ?
- (iii) ਜੈਸਮੀਨ ਨੇ ਕਿੰਨੇ ਬਿਸਕੁਟ ਰੱਖੇ?

ਹੱਲ- (i) ਹਰਨੀਤ ਕੋਲ ਬਿਸਕੁਟ = 20 ਦਾ $\frac{1}{4} = 20 \times \frac{1}{4} = \frac{20 \times 1}{4} = \frac{20}{4} = 20 \div 4 = 5$ ਬਿਸਕੁਟ

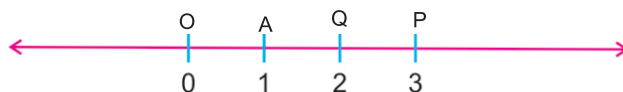
(ii) ਸੋਫੀਆ ਕੋਲ ਬਿਸਕੁਟ = 20 ਦਾ $\frac{3}{5} = 20 \times \frac{3}{5} = \frac{20 \times 3}{5} = \frac{60}{5} = 60 \div 5 = 12$ ਬਿਸਕੁਟ

(iii) ਜੈਸਮੀਨ ਕੋਲ ਬਿਸਕੁਟ = $20 - 5 - 12 = 3$ ਬਿਸਕੁਟ

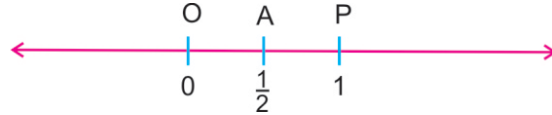
5.3 ਸੰਖਿਆ ਰੇਖਾ ਉੱਤੇ ਭਿੰਨਾਂ (Fractions on Number Line)

ਪਿਛਲੇ ਅਧਿਆਇ ਵਿੱਚ, ਅਸੀਂ ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਸੰਖਿਆ ਰੇਖਾ ਉੱਤੇ ਨਿਰੂਪਿਤ ਕਰਨਾ ਸਿੱਖਿਆ। ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਸੰਖਿਆ ਰੇਖਾ ਉੱਤੇ ਨਿਰੂਪਿਤ ਕਰਨ ਲਈ, ਅਸੀਂ ਇੱਕ ਸਿੱਧੀ ਰੇਖਾ ਖਿੱਚਦੇ ਹਾਂ ਅਤੇ ਉਸ ਉੱਪਰ ਬਿੰਦੂ 0 ਅੰਕਿਤ ਕਰਦੇ ਹਾਂ। ਹੁਣ 0 ਤੋਂ ਸ਼ੁਰੂ ਕਰਕੇ 0 ਦੇ ਸੱਜੇ ਪਾਸੇ ਬਰਾਬਰ ਦੂਰੀ 'ਤੇ ਰੇਖਾ ਉੱਪਰ ਬਿੰਦੂ A, Q, P ਆਦਿ ਨਿਰੂਪਿਤ ਕਰਦੇ ਹਾਂ। ਇਹ ਬਿੰਦੂ 1, 2, 3 ਆਦਿ ਨੂੰ ਕ੍ਰਮਵਾਰ ਨਿਰੂਪਿਤ ਕਰਦੇ ਹਨ। ਅਤੇ O, 0 (ਸਿਫ਼ਰ) ਨੂੰ ਨਿਰੂਪਿਤ ਕਰਦਾ ਹੈ।

ਅਸੀਂ ਸੰਖਿਆ ਰੇਖਾ ਉੱਪਰ ਭਿੰਨਾਂ ਨੂੰ ਵੀ ਦਰਸਾ ਸਕਦੇ ਹਾਂ।



- ਸੰਖਿਆ ਰੇਖਾ ਉੱਪਰ $\frac{1}{2}$ ਨੂੰ ਦਰਸਾਉਣ ਲਈ:- ਸੰਖਿਆ ਰੇਖਾ ਖਿੱਚੋ ਅਤੇ 1 ਨੂੰ ਦਰਸਾਉਣ ਲਈ ਬਿੰਦੂ P ਲਗਾਓ।
ਹੁਣ O ਅਤੇ P ਦੇ ਵਿਚਕਾਰ ਅੰਤਰ (ਦੂਰੀ) ਨੂੰ ਦੋ ਬਰਾਬਰ ਭਾਗਾਂ ਵਿੱਚ ਵੰਡੋ। ਮੰਨ ਲਓ A ਵੰਡ ਬਿੰਦੂ ਹੈ ਤਾਂ A, $\frac{1}{2}$ ਨੂੰ ਦਰਸਾਉਂਦਾ ਹੈ।



- ਸੰਖਿਆ ਰੇਖਾ ਉੱਪਰ $\frac{1}{3}$ ਨੂੰ ਦਰਸਾਉਣ ਲਈ:- ਸੰਖਿਆ ਰੇਖਾ ਖਿੱਚੋ ਅਤੇ 1 ਨੂੰ ਦਰਸਾਉਣ ਲਈ ਬਿੰਦੂ P ਲਗਾਓ।
ਹੁਣ O ਅਤੇ P ਦੇ ਵਿਚਕਾਰ ਅੰਤਰ (ਦੂਰੀ) ਨੂੰ ਤਿੰਨ ਬਰਾਬਰ ਭਾਗਾਂ ਵਿੱਚ ਵੰਡੋ। ਮੰਨ ਲਓ A ਅਤੇ B ਵੰਡ ਬਿੰਦੂ ਹਨ।

ਤਾਂ A, $\frac{1}{3}$ ਨੂੰ ਦਰਸਾਉਂਦਾ ਹੈ ਅਤੇ B, $\frac{2}{3}$ ਨੂੰ ਦਰਸਾਉਂਦਾ ਹੈ।



- * ਇਸੇ ਤੱਥ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਦੇ ਹੋਏ ਬਿੰਦੂ O, $\frac{0}{3}$ ਨੂੰ ਦਰਸਾਉਂਦਾ ਹੈ ਅਤੇ ਬਿੰਦੂ P, $\frac{3}{3}$ ਨੂੰ ਦਰਸਾਉਂਦਾ ਹੈ।

ਇਸੇ ਤਰ੍ਹਾਂ ਸਾਡੇ ਕੋਲ $\frac{0}{3} = 0$ ਅਤੇ $\frac{3}{3} = 1$

0 ਅਤੇ 1 ਵਿਚਕਾਰ ਅਣਗਿਣਤ ਭਿੰਨਾਂ ਹਨ।

ਉਦਾਹਰਨ 9- (i) ਸੰਖਿਆ ਰੇਖਾ ਉੱਪਰ $\frac{4}{5}$ ਨੂੰ ਦਰਸਾਓ। (ii) ਸੰਖਿਆ ਰੇਖਾ ਉੱਪਰ $\frac{3}{7}$ ਨੂੰ ਦਰਸਾਓ।

ਹੱਲ- (i) ਸੰਖਿਆ ਰੇਖਾ ਉੱਪਰ $\frac{4}{5}$ ਨੂੰ ਦਰਸਾਉਣ ਲਈ, ਅਸੀਂ 0 ਅਤੇ 1 ਵਿੱਚ ਅੰਤਰ ਨੂੰ 5 ਬਰਾਬਰ ਭਾਗਾਂ

ਵਿੱਚ ਵੰਡਦੇ ਹਾਂ, ਜੋ ਕਿ $\frac{0}{5}=0, \frac{1}{5}, \frac{2}{5}, \frac{3}{5}, \frac{4}{5}$ ਅਤੇ $\frac{5}{5}=1$ ਹਨ (ਦਰਸਾਏ ਅਨੁਸਾਰ)

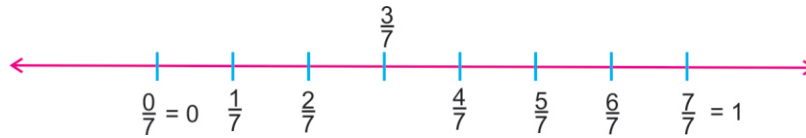
ਤਦ ਅਸੀਂ 0 ਤੋਂ ਸੱਜੇ ਪਾਸੇ ਚੌਥੇ ਬਿੰਦੂ 'ਤੇ ਨਿਸ਼ਾਨ ਲਗਾਉਂਦੇ ਹਾਂ। (ਦਰਸਾਏ ਅਨੁਸਾਰ)



- (ii) ਸੰਖਿਆ ਰੇਖਾ ਉੱਪਰ $\frac{3}{7}$ ਨੂੰ ਦਰਸਾਉਣ ਲਈ, ਅਸੀਂ 0 ਅਤੇ 1 ਦੇ ਵਿਚਕਾਰ ਅੰਤਰ ਨੂੰ 7 ਬਰਾਬਰ

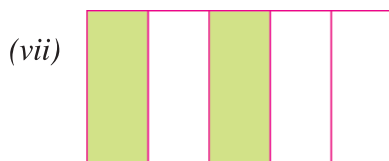
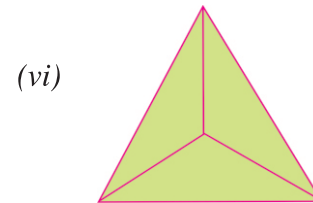
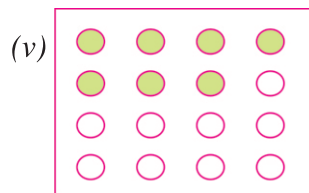
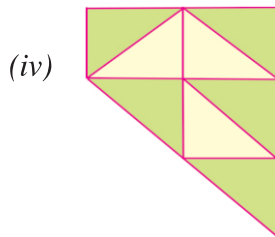
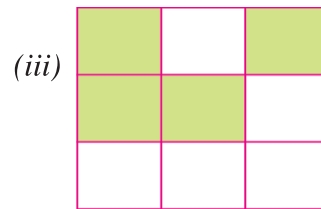
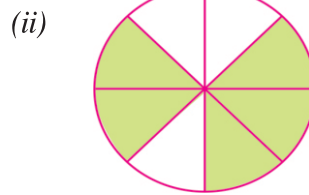
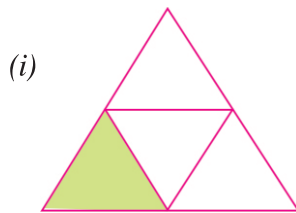
ਭਾਗਾਂ ਵਿੱਚ ਵੰਡਦੇ ਹਾਂ ਜੋ ਕਿ $\frac{0}{7}=0, \frac{1}{7}, \frac{2}{7}, \frac{3}{7}, \frac{4}{7}, \frac{5}{7}, \frac{6}{7}, \frac{7}{7}$ ਹਨ (ਦਰਸਾਏ ਅਨੁਸਾਰ)

ਹੁਣ ਅਸੀਂ 0 ਤੋਂ ਸੱਜੇ ਪਾਸੇ ਤੀਸਰੇ ਬਿੰਦੂ 'ਤੇ ਨਿਸ਼ਾਨ ਲਗਾਉਂਦੇ ਹਾਂ। (ਦਰਸਾਏ ਅਨੁਸਾਰ)

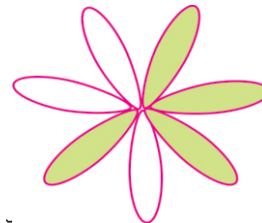


ਅਭਿਆਸ 5.1

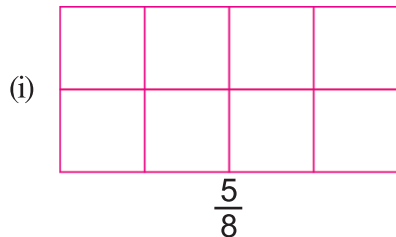
1. ਛਾਇਆ-ਅੰਕਿਤ ਭਾਗ ਨੂੰ ਦਰਸਾਉਣ ਵਾਲੀ ਭਿੰਨ ਲਿਖੋ-



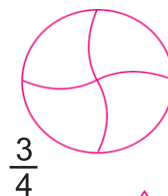
(viii)



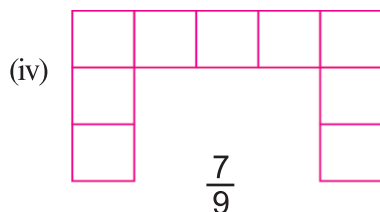
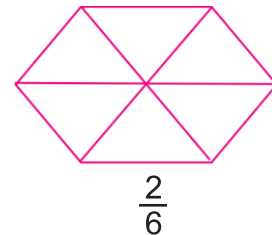
2. ਦਿੱਤੀ ਗਈ ਭਿੰਨ ਨੂੰ ਦਰਸਾਉਂਦਾ ਭਾਗ ਛਾਇਆ-ਅੰਕਿਤ ਕਰੋ।



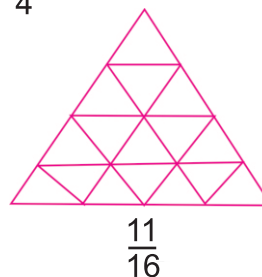
(ii)



(iii)



(v)



$\frac{2}{6}$

3. ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਹਰੇਕ ਲਈ ਭਿੰਨ ਲਿਖੋ—

- (i) ਤਿੰਨ-ਚੌਥਾਈ (ii) ਸੱਤ-ਦਸਵਾਂ (iii) ਇੱਕ ਚੌਥਾਈ
(iv) ਪੰਜ-ਅੱਠਵਾਂ (v) ਤਿੰਨ-ਬਾਰਵਾਂ

4. ਹੇਠ ਲਿਖਿਆਂ ਲਈ ਭਿੰਨ ਲਿਖੋ—

- (i) ਅੰਸ਼ = 5 (ii) ਅੰਸ਼ = 2
ਹਰ = 9 ਹਰ = 11
(iii) ਅੰਸ਼ = 6
ਹਰ = 7

5. ਹੇਠ ਲਿਖਿਆਂ ਲਈ ਅੰਸ਼ ਅਤੇ ਹਰ ਲਿਖੋ—

- (i) $\frac{2}{3}$ (ii) $\frac{1}{4}$ (iii) $\frac{5}{11}$ (iv) $\frac{9}{13}$ (v) $\frac{17}{16}$

6. ਦਰਸਾਓ—

- (i) 1 ਦਿਨ ਨੂੰ 1 ਹਫ਼ਤੇ ਦੀ ਭਿੰਨ ਵਿੱਚ
(ii) 40 ਸੈਕਿੰਡ ਨੂੰ 1 ਮਿੰਟ ਦੀ ਭਿੰਨ ਵਿੱਚ
(iii) 15 ਘੰਟਿਆਂ ਨੂੰ 1 ਦਿਨ ਦੀ ਭਿੰਨ ਵਿੱਚ
(iv) 2 ਮਹੀਨਿਆਂ ਨੂੰ 1 ਸਾਲ ਦੀ ਭਿੰਨ ਵਿੱਚ
(v) 45 ਸਮ ਨੂੰ 1 ਮੀਟਰ ਦੀ ਭਿੰਨ ਵਿੱਚ

7. 1 ਤੋਂ 25 ਤੱਕ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਲਿਖੋ।

- (i) ਜਿਸਤ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਉਨ੍ਹਾਂ ਦੀ ਕਿਹੜੀ ਭਿੰਨ ਹਨ?
(ii) ਅਭਾਜ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਉਨ੍ਹਾਂ ਦੀ ਕਿਹੜੀ ਭਿੰਨ ਹਨ?
(iii) 3 ਦੇ ਗੁਣਜ ਉਨ੍ਹਾਂ ਦੀ ਕਿਹੜੀ ਭਿੰਨ ਹਨ?

8. 6ਵੀਂ ਜਮਾਤ ਵਿੱਚ, 24 ਲੜਕੇ ਅਤੇ 18 ਲੜਕੀਆਂ ਹਨ। ਲੜਕੇ ਅਤੇ ਲੜਕੀਆਂ ਨੂੰ ਕੁੱਲ ਵਿਦਿਆਰਥੀਆਂ ਦੀ ਕਿਹੜੀ ਭਿੰਨ ਦਰਸਾਉਂਦੀ ਹੈ?

9. ਇੱਕ ਥੈਲੇ ਵਿੱਚ 6 ਲਾਲ ਗੋਦਾਂ ਅਤੇ 7 ਨੀਲੀਆਂ ਗੋਦਾਂ ਹਨ। ਲਾਲ ਅਤੇ ਨੀਲੀਆਂ ਗੋਦਾਂ, ਕੁੱਲ ਗੋਦਾਂ ਦੀ ਕਿਹੜੀ ਭਿੰਨ ਦਰਸਾਉਂਦੀ ਹੈ?

10. ਸਿਧਾਰਥ ਕੋਲ ਇੱਕ ਕੇਕ ਹੈ। ਉਹ ਇਸਨੂੰ 10 ਬਰਾਬਰ ਭਾਗਾਂ ਵਿੱਚ ਕੱਟਦਾ ਹੈ। ਉਸਨੇ 2 ਹਿੱਸੇ ਨਮਨ ਨੂੰ, 3 ਹਿੱਸੇ ਨਿਧੀ ਨੂੰ, 1 ਹਿੱਸਾ ਸੀਮਾ ਨੂੰ ਦੇ ਦਿੱਤਾ ਅਤੇ ਬਾਕੀ 4 ਹਿੱਸੇ ਆਪਣੇ ਲਈ ਰੱਖ ਲਏ। ਪਤਾ ਕਰੋ

- (i) ਉਸਨੇ ਕੇਕ ਦੀ ਕਿੰਨੀ ਭਿੰਨ, ਨਮਨ ਨੂੰ ਦਿੱਤੀ?
(ii) ਉਸਨੇ ਕੇਕ ਦੀ ਕਿੰਨੀ ਭਿੰਨ, ਨਿਧੀ ਨੂੰ ਦਿੱਤੀ?
(iii) ਉਸਨੇ ਕੇਕ ਦੀ ਕਿੰਨੀ ਭਿੰਨ, ਆਪਣੇ ਲਈ ਰੱਖੀ?
(iv) ਕਿਸ ਕੋਲ ਬਾਕੀਆਂ ਨਾਲੋਂ ਜ਼ਿਆਦਾ ਕੇਕ ਹੈ?

11. ਇੱਕ ਬਕਸੇ ਵਿੱਚ 12 ਸੇਬ, 7 ਸੰਤਰੇ ਅਤੇ 5 ਅਮਰੂਦ ਹਨ। ਬਕਸੇ ਵਿਚਲਾ ਹਰੇਕ ਫਲ ਕਿਹੜੀ ਭਿੰਨ ਨੂੰ ਦਰਸਾਉਂਦਾ ਹੈ ?

12. ਦਿਸ਼ਮੀਤ ਕੋਲ 20 ਪੈਂਨ ਹਨ। ਉਹ ਬਲਕੀਰਤ ਨੂੰ ਇੱਕ-ਚੌਥਾਈ ਦੇ ਦਿੰਦਾ ਹੈ। ਦਿਸ਼ਮੀਤ ਅਤੇ ਬਲਕੀਰਤ ਕੋਲ ਕਿੰਨੇ ਪੈਂਨ ਹਨ?

13. ਹੇਠ ਦਿੱਤੀ ਭਿੰਨ ਨੂੰ ਸੰਖਿਆ ਰੇਖਾ ਉੱਤੇ ਦਰਸਾਓ।

(i) $\frac{2}{5}$ (ii) $\frac{5}{7}$ (iii) $\frac{3}{10}, \frac{5}{10}, \frac{1}{10}$ (iv) $\frac{3}{8}, \frac{5}{8}, \frac{7}{8}$

14. ਪਤਾ ਕਰੋ-

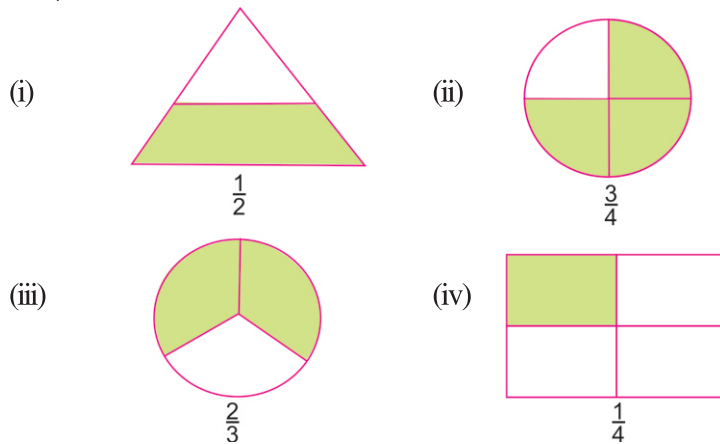
(i) 20 ਕਿਤਾਬਾਂ ਦਾ $\frac{3}{5}$ (ii) 32 ਪੈਨਾਂ ਦਾ $\frac{5}{8}$ (iii) 36 ਕਾਪੀਆਂ ਦਾ $\frac{1}{6}$
 (iv) 21 ਸੇਬਾਂ ਦਾ $\frac{4}{7}$ (v) 28 ਪੈਨਸਿਲਾਂ ਦਾ $\frac{3}{4}$

15. ਹਰਨੇਕ ਕੋਲ 36 ਰਬੜਾਂ ਦਾ ਇੱਕ ਬਕਸਾ ਹੈ। ਉਸਨੇ ਉਸ ਵਿੱਚੋਂ $\frac{1}{2}$ ਰਾਣੀ ਨੂੰ $\frac{2}{9}$ ਯੁਵਰਾਜ ਨੂੰ ਦੇ ਦਿੱਤੀਆਂ

ਅਤੇ ਬਾਕੀ ਰੱਖ ਲਈਆਂ।

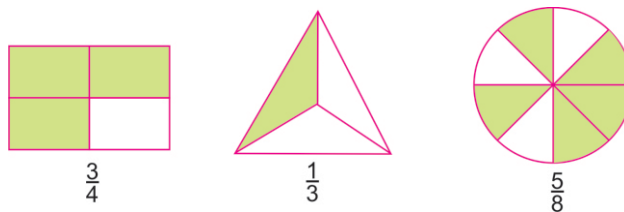
- (i) ਰਾਣੀ ਨੂੰ ਕਿੰਨੀਆਂ ਰਬੜਾਂ ਮਿਲੀਆਂ? (ii) ਯੁਵਰਾਜ ਨੂੰ ਕਿੰਨੀਆਂ ਰਬੜਾਂ ਮਿਲੀਆਂ?
 (iii) ਹਰਨੇਕ ਨੇ ਕਿੰਨੀਆਂ ਰਬੜਾਂ ਰੱਖੀਆਂ?

16. ਸਹੀ/ਗਲਤ-



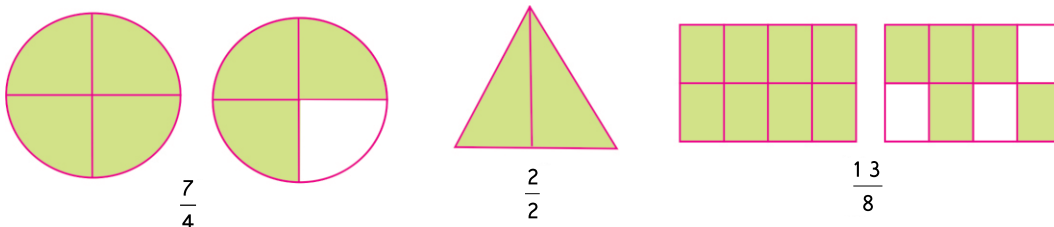
5.4 ਭਿੰਨਾਂ ਦੀਆਂ ਕਿਸਮਾਂ (Types of Fractions)

ਉਚਿਤ ਭਿੰਨ (Proper Fraction):- ਜਿਨ੍ਹਾਂ ਭਿੰਨਾਂ ਵਿੱਚ ਅੰਸ਼, ਹਰ ਤੋਂ ਛੋਟਾ ਹੁੰਦਾ ਹੈ, ਉਚਿਤ ਭਿੰਨਾਂ ਅਖਵਾਉਂਦੀਆਂ ਹਨ।



ਇਹ ਉਚਿਤ ਭਿੰਨਾਂ ਹਨ।

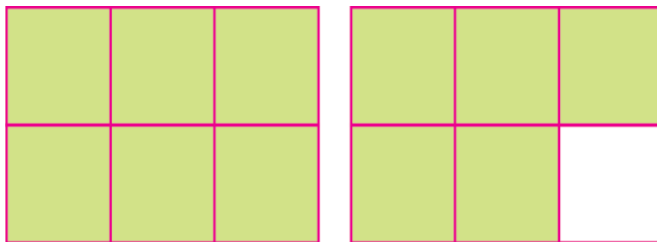
ਅਣਉਚਿਤ ਭਿੰਨ (Improper Fraction):- ਜਿਨ੍ਹਾਂ ਭਿੰਨਾਂ ਵਿੱਚ ਅੰਸ਼, ਹਰ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਜਾਂ ਵੱਡਾ ਹੁੰਦਾ ਹੈ, ਅਣਉਚਿਤ ਭਿੰਨਾਂ ਅਖਵਾਉਂਦੀਆਂ ਹਨ।



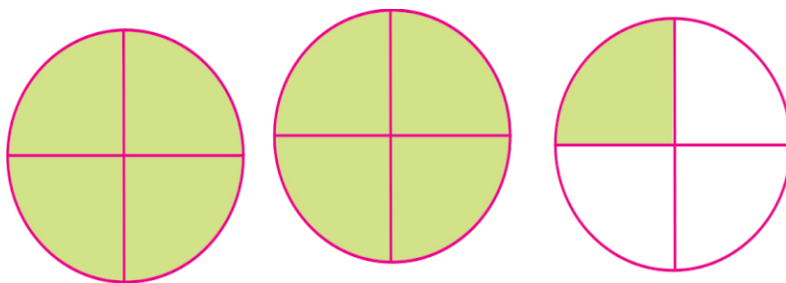
* ਅਣਉਚਿਤ ਭਿੰਨਾਂ ਨੂੰ ਮਿਸ਼ਰਿਤ ਭਿੰਨਾਂ ਵਿੱਚ ਬਦਲਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।

ਮਿਸ਼ਰਿਤ ਭਿੰਨ (Mixed Fraction):- ਇੱਕ ਭਿੰਨ ਜੋ ਕਿ ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਅਤੇ ਉਚਿਤ ਭਿੰਨ ਦਾ ਸੁਮੇਲ ਹੁੰਦੀ ਹੈ, ਮਿਸ਼ਰਿਤ ਭਿੰਨ ਅਖਵਾਉਂਦੀ ਹੈ।

ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੀਆਂ ਮਿਸ਼ਰਿਤ ਭਿੰਨਾਂ ਹਨ-



ਇਹ ਹੈ $\frac{11}{6} = 1 + \frac{5}{6}$ ਜਿਸਨੂੰ $1\frac{5}{6}$ ਲਿਖਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।



ਇਹ ਹੈ $\frac{9}{4} = 2 + \frac{1}{4}$ ਅਤੇ ਇਸਨੂੰ $2\frac{1}{4}$ ਲਿਖਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।

5.4.1. ਅਣਉਚਿਤ ਭਿੰਨਾਂ ਨੂੰ ਮਿਸ਼ਰਿਤ ਭਿੰਨਾਂ ਵਿੱਚ ਬਦਲਣਾ

ਪਗ 1 - ਅਣਉਚਿਤ ਭਿੰਨ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰੋ।

ਪਗ 2 - ਅੰਸ਼ ਨੂੰ ਹਰ ਨਾਲ ਭਾਗ ਕਰੋ ਅਤੇ ਭਾਗਫਲ ਤੇ ਬਾਕੀ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰੋ।

ਪਗ 3. ਮਿਸ਼ਰਿਤ ਭਿੰਨ ਨੂੰ ਇਸ ਪ੍ਰਕਾਰ ਲਿਖੋ-

ਭਾਗਫਲ $\frac{\text{ਬਾਕੀ}}{\text{ਹਰ}}$ ਜਾਂ ਭਾਗਫਲ $\frac{\text{ਬਾਕੀ}}{\text{ਭਾਜਕ}}$

5.4.2. ਮਿਸ਼ਰਿਤ ਭਿੰਨਾਂ ਨੂੰ ਅਣਉਚਿਤ ਭਿੰਨਾਂ ਵਿੱਚ ਬਦਲਣਾ

ਪਗ 1- ਮਿਸ਼ਰਿਤ ਭਿੰਨ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰੋ ਜੋ ਕਿ

ਭਾਗਫਲ $\frac{\text{ਬਾਕੀ}}{\text{ਭਾਜਕ}}$ ਜਾਂ $(\text{ਭਾਗਫਲ}) + \frac{\text{ਬਾਕੀ}}{\text{ਭਾਜਕ}}$ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਹੈ

ਪਗ 2- ਭਿੰਨ ਲਿਖੋ ਜਿਸਦਾ ਅੰਸ਼ (ਭਾਗਫਲ \times ਭਾਜਕ + ਬਾਕੀ) ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੈ ਅਤੇ ਹਰ, ਪਗ 1 ਵਿੱਚ ਦਿੱਤਾ ਭਾਜਕ ਹੀ ਹੈ।

ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ, ਅਣਉਚਿਤ ਭਿੰਨ = $\frac{\text{ਭਾਗਫਲ} \times \text{ਹਰ} + \text{ਬਾਕੀ}}{\text{ਹਰ}}$

ਉਦਾਹਰਨ 10: ਹੇਠ ਦਿੱਤੀਆਂ ਭਿੰਨਾਂ ਨੂੰ ਉਚਿਤ ਅਤੇ ਅਣਉਚਿਤ ਭਿੰਨਾਂ ਵਿੱਚ ਵਰਗੀਕਰਨ ਕਰੋ।

$$\frac{2}{5}, \frac{7}{8}, \frac{11}{5}, \frac{6}{11}, \frac{9}{4}, \frac{5}{13}, \frac{6}{6}$$

ਹੱਲ - ਉਚਿਤ ਭਿੰਨਾਂ: $\frac{2}{5}, \frac{7}{8}, \frac{6}{11}, \frac{5}{13}$

ਅਣਉਚਿਤ ਭਿੰਨਾਂ: $\frac{11}{5}, \frac{9}{4}, \frac{6}{6}$

ਉਦਾਹਰਨ 11: ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੀ ਹਰੇਕ ਭਿੰਨ ਨੂੰ ਮਿਸ਼ਰਿਤ ਭਿੰਨ ਵਿੱਚ ਬਦਲੋ:

$$(i) \frac{16}{5} \quad (ii) \frac{19}{4} \quad (iii) \frac{28}{3}$$

ਹੱਲ - (i) $\frac{16}{5}$

$$\begin{array}{r} \text{ਭਾਜਕ } 5 \overline{) 16} \text{ } 3 \text{ ਭਾਗਫਲ} \\ - 15 \\ \hline 1 \text{ ਬਾਕੀ} \end{array}$$

$$\begin{aligned} \therefore \text{ਮਿਸ਼ਰਿਤ ਭਿੰਨ} &= \text{ਭਾਗਫਲ} \frac{\text{ਬਾਕੀ}}{\text{ਭਾਜਕ}} \\ &= 3\frac{1}{5} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ਬਦਲਵੀਂ ਵਿਧੀ :-} \quad \frac{16}{5} &= \frac{5+5+5+1}{5} = \frac{5}{5} + \frac{5}{5} + \frac{5}{5} + \frac{1}{5} \\ &= 1 + 1 + 1 + \frac{1}{5} = 3\frac{1}{5} \end{aligned}$$

$$(ii) \frac{19}{4}$$

$$\begin{array}{r} \text{ਭਾਜਕ } 4 \overline{) 19} \text{ } 4 \text{ ਭਾਗਫਲ} \\ - 16 \\ \hline 3 \text{ ਬਾਕੀ} \end{array}$$

$$\begin{aligned} \therefore \text{ਮਿਸ਼ਰਿਤ ਭਿੰਨ} &= \text{ਭਾਗਫਲ} \frac{\text{ਬਾਕੀ}}{\text{ਭਾਜਕ}} \\ &= 4\frac{3}{4} \end{aligned}$$

$$(iii) \frac{28}{3}$$

$$\begin{array}{r} \text{ਭਾਜਕ } 3 \overline{) 28} \text{ (9 ਭਾਗਫਲ} \\ \underline{- 27} \\ 1 \text{ ਬਾਕੀ} \end{array}$$

$$\therefore \text{ ਮਿਸ਼ਰਿਤ ਭਿੰਨ } = \text{ ਭਾਗਫਲ } \frac{\text{ਬਾਕੀ}}{\text{ਭਾਜਕ}}$$

$$= 9\frac{1}{3}$$

ਉਦਾਹਰਨ 12: ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੀਆਂ ਮਿਸ਼ਰਿਤ ਭਿੰਨਾਂ ਨੂੰ ਅਣਉਚਿਤ ਭਿੰਨਾਂ ਵਿੱਚ ਬਦਲੋ-

$$(i) \ 5\frac{3}{4} \quad (ii) \ 7\frac{2}{5} \quad (iii) \ 8\frac{2}{7}$$

ਹੱਲ - (i) $5\frac{3}{4} = \frac{5 \times 4 + 3}{4} = \frac{20 + 3}{4} = \frac{23}{4}$

(ii) $7\frac{2}{5} = \frac{7 \times 5 + 2}{5} = \frac{35 + 2}{5} = \frac{37}{5}$

(iii) $8\frac{2}{7} = \frac{8 \times 7 + 2}{7} = \frac{56 + 2}{7} = \frac{58}{7}$

ਅਭਿਆਸ 5.2

1. ਹੇਠ ਦਿੱਤੀਆਂ ਭਿੰਨਾਂ ਦਾ ਉਚਿਤ ਅਤੇ ਅਣਉਚਿਤ ਭਿੰਨਾਂ ਵਿੱਚ ਵਰਗੀਕਰਣ ਕਰੋ।

$$\frac{5}{4}, \frac{9}{13}, \frac{6}{11}, \frac{3}{2}, \frac{5}{2}, \frac{6}{6}, \frac{7}{9}, \frac{2}{15}, \frac{4}{17}, \frac{7}{8}$$

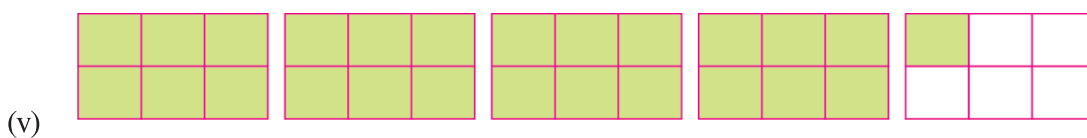
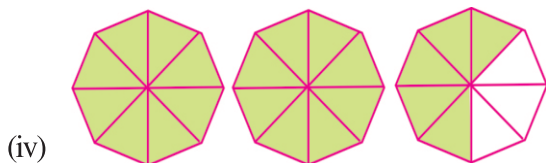
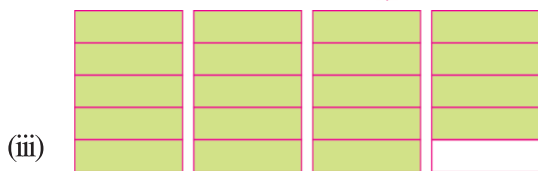
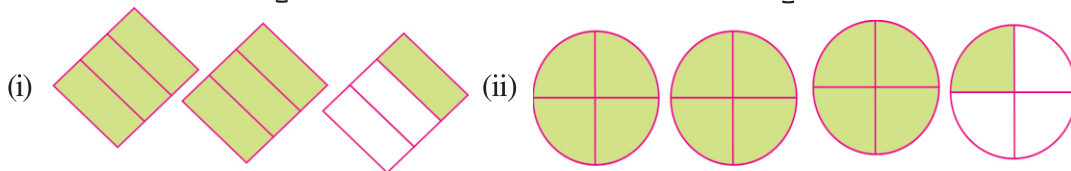
2. ਹੇਠ ਦਿੱਤੀ ਹਰੇਕ ਭਿੰਨ ਨੂੰ ਮਿਸ਼ਰਿਤ ਭਿੰਨ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਦਰਸਾਓ, ਚਿੱਤਰ ਰਾਹੀਂ ਵੀ ਦਰਸਾਓ।

$$(i) \ \frac{27}{5} \quad (ii) \ \frac{13}{4} \quad (iii) \ \frac{43}{8} \quad (iv) \ \frac{51}{7} \quad (v) \ \frac{20}{3}$$

3. ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੀਆਂ ਮਿਸ਼ਰਿਤ ਭਿੰਨਾਂ ਨੂੰ ਅਣਉਚਿਤ ਭਿੰਨਾਂ ਵਿੱਚ ਦਰਸਾਓ।

$$(i) \ 2\frac{1}{3} \quad (ii) \ 5\frac{2}{7} \quad (iii) \ 4\frac{3}{5} \quad (iv) \ 3\frac{3}{4} \quad (v) \ 9\frac{5}{8}$$

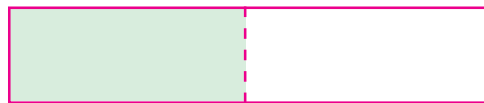
4. ਛਾਇਆ-ਅੰਕਿਤ ਭਾਗ ਨੂੰ ਅਣਉਚਿਤ ਭਿੰਨਾਂ ਅਤੇ ਮਿਸ਼ਰਿਤ ਭਿੰਨ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਦਰਸਾਉ।



5.5 ਤੁੱਲ ਭਿੰਨਾਂ (Equivalent Fractions)

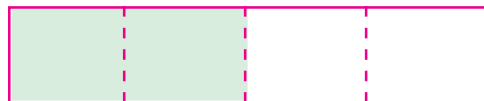
- ਕਾਗਜ਼ ਦੇ ਟੁੱਕੜੇ ਨੂੰ ਦੋ ਬਰਾਬਰ ਭਾਗਾਂ ਵਿੱਚ ਮੋੜੋ।
ਕਾਗਜ਼ ਨੂੰ ਖੋਲੋ। ਇੱਕ ਭਾਗ ਨੂੰ ਰੰਗ ਕਰੋ।

ਹਰੇਕ ਭਾਗ ਕਾਗਜ਼ ਦਾ $\frac{1}{2}$ ਹਿੱਸਾ ਦਰਸਾਉਂਦਾ ਹੈ।



- ਹੁਣ, ਇਸਨੂੰ ਫਿਰ ਮੋੜੋ ਅਤੇ ਫਿਰ ਖੋਲੋ।

$\frac{1}{2}$ ਰੰਗਦਾਰ ਭਾਗ, ਹੁਣ ਕਾਗਜ਼ ਦੇ $\frac{2}{4}$ ਭਾਗ ਨੂੰ ਦਰਸਾਉਂਦਾ ਹੈ।



- ਹੁਣ, ਇਸਨੂੰ ਫਿਰ ਮੋੜੋ ਅਤੇ ਫਿਰ ਖੋਲੋ।

ਰੰਗਦਾਰ ਭਾਗ ਹੁਣ ਕਾਗਜ਼ ਦੇ $\frac{4}{8}$ ਭਾਗਾਂ ਨੂੰ ਦਰਸਾਉਂਦਾ ਹੈ।



ਉਪਰੋਕਤ ਤੋਂ ਅਸੀਂ ਇਹ ਵੇਖਦੇ ਹਾਂ ਕਿ $\frac{1}{2}, \frac{2}{4}$ ਅਤੇ $\frac{4}{8}$ ਸਾਰੇ ਹੀ ਕਾਗਜ਼ ਦੇ ਇੱਕੋ ਭਾਗ ਨੂੰ ਦਰਸਾਉਂਦੇ ਹਨ।

ਅਜਿਹੀਆਂ ਭਿੰਨਾਂ ਤੁੱਲ ਭਿੰਨਾਂ ਅਖਵਾਉਂਦੀਆਂ ਹਨ।

- ਤੁੱਲ ਭਿੰਨਾਂ ਉਹ ਭਿੰਨਾਂ ਹਨ ਜੋ ਕਿ ਇੱਕ ਹੀ ਮੁੱਲ ਨੂੰ ਦਰਸਾਉਂਦੀਆਂ ਹਨ।

ਉਪਰੋਕਤ ਕਿਰਿਆ ਨੂੰ ਵੇਖੋ, ਸਾਡੇ ਕੋਲ $\frac{1}{2}, \frac{2}{4}, \frac{4}{8}$ ਤੁੱਲ ਭਿੰਨਾਂ ਹਨ।

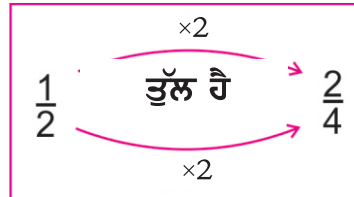
$\frac{2}{4}$ ਦਾ ਅੰਸ਼ ਅਤੇ ਹਰ, $\frac{1}{2}$ ਦੇ ਅੰਸ਼ ਅਤੇ ਹਰ ਦਾ ਦੁੱਗਣਾ ਹੈ।

$$\text{ਭਾਵ } \frac{2}{4} = \frac{1 \times 2}{2 \times 2}$$

ਇਸੇ ਤਰ੍ਹਾਂ, $\frac{4}{8}$ ਦਾ ਅੰਸ਼ ਅਤੇ ਹਰ, $\frac{1}{2}$ ਦੇ ਅੰਸ਼ ਅਤੇ ਹਰ ਦਾ ਚਾਰ ਗੁਣਾ ਹੈ।

$$\text{ਭਾਵ } \frac{4}{8} = \frac{1 \times 4}{2 \times 4}$$

ਅਸੀਂ ਵੇਖਦੇ ਹਾਂ ਕਿ $\frac{1}{2}$ ਦੇ ਅੰਸ਼ ਅਤੇ ਹਰ ਨੂੰ ਕ੍ਰਮਵਾਰ 2 ਅਤੇ 4 ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕਰਨ 'ਤੇ $\frac{2}{4}, \frac{4}{8}$ ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।



ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਕਿਸੇ ਭਿੰਨ ਦੇ ਅੰਸ਼ ਅਤੇ ਹਰ ਨੂੰ ਇੱਕ ਹੀ ਸੰਖਿਆ (ਸਿਫਰ ਤੋਂ ਇਲਾਵਾ) ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕਰਨ 'ਤੇ ਤੁੱਲ ਭਿੰਨ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕੀਤੀ ਜਾ ਸਕਦੀ ਹੈ।

$$\text{ਅੱਗੋਂ } \frac{2}{4} = \frac{2 \div 2}{4 \div 2} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{4}{8} = \frac{4 \div 4}{8 \div 4} = \frac{1}{2}$$

ਅਸੀਂ ਵੇਖਦੇ ਹਾਂ ਕਿ $\frac{2}{4}, \frac{4}{8}$ ਹਰੇਕ ਦੇ ਅੰਸ਼ ਅਤੇ ਹਰ ਨੂੰ ਉਨ੍ਹਾਂ ਦੇ ਸਾਂਝੇ ਗੁਣਨਖੰਡ ਭਾਵ ਕ੍ਰਮਵਾਰ 2 ਅਤੇ 4 ਨਾਲ

ਭਾਗ ਕਰਨ 'ਤੇ ਤੁੱਲ ਭਿੰਨ $\frac{1}{2}$ ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੁੰਦੀ ਹੈ।

ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਇੱਕ ਦਿੱਤੀ ਹੋਈ ਭਿੰਨ ਦੇ ਅੰਸ਼ ਅਤੇ ਹਰ ਨੂੰ ਉਨ੍ਹਾਂ ਦੇ ਸਾਂਝੇ ਗੁਣਨਖੰਡ (1 ਤੋਂ ਇਲਾਵਾ) ਨਾਲ ਭਾਗ ਕਰਨ 'ਤੇ ਤੁੱਲ ਭਿੰਨ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕੀਤੀ ਜਾ ਸਕਦੀ ਹੈ।

ਉਪਰੋਕਤ ਚਰਚਾ ਤੋਂ, ਅਸੀਂ ਦਿੱਤੀ ਹੋਈ ਭਿੰਨ ਦੀ, ਤੁੱਲ ਭਿੰਨ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹਾਂ।

* ਇਸਦੇ ਅੰਸ਼ ਅਤੇ ਹਰ ਨੂੰ ਇਕੋ ਸੰਖਿਆ (0 ਤੋਂ ਇਲਾਵਾ) ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕਰਨ 'ਤੇ

* ਇਸਦੇ ਅੰਸ਼ ਅਤੇ ਹਰ ਨੂੰ ਉਨ੍ਹਾਂ ਦੇ ਸਾਂਝੇ ਗੁਣਨਖੰਡ (1 ਤੋਂ ਇਲਾਵਾ) ਨਾਲ ਭਾਗ ਕਰਨ 'ਤੇ

ਉਦਾਹਰਨ 13: ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੀਆਂ ਭਿੰਨਾਂ ਦੀਆਂ ਤਿੰਨ ਤੁੱਲ ਭਿੰਨਾਂ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰੋ।

$$(i) \frac{2}{5} \quad (ii) \frac{3}{4} \quad (iii) \frac{7}{9}$$

ਹੱਲ - (i) $\frac{2}{5}$ ਦੀਆਂ ਤੁੱਲ ਭਿੰਨਾਂ ਹਨ :

$$\frac{2 \times 2}{5 \times 2} = \frac{4}{10}; \frac{2 \times 3}{5 \times 3} = \frac{6}{15}; \frac{2 \times 4}{5 \times 4} = \frac{8}{20}$$

(ii) $\frac{3}{4}$ ਦੀਆਂ ਤੁੱਲ ਭਿੰਨਾਂ ਹਨ :

$$\frac{3 \times 2}{4 \times 2} = \frac{6}{8} ; \frac{3 \times 3}{4 \times 3} = \frac{9}{12} ; \frac{3 \times 4}{4 \times 4} = \frac{12}{16}$$

(iii) $\frac{7}{9}$ ਦੀਆਂ ਤੁੱਲ ਭਿੰਨਾਂ ਹਨ :

$$\frac{7 \times 2}{9 \times 2} = \frac{14}{18} ; \frac{7 \times 3}{9 \times 3} = \frac{21}{27} ; \frac{7 \times 4}{9 \times 4} = \frac{28}{36}$$

ਉਦਾਹਰਨ 14: ਸਭ ਤੋਂ ਛੋਟੀ ਤੁੱਲ ਭਿੰਨ (ਸਰਲਤਮ ਰੂਪ) ਲਿਖੋ।

(i) $\frac{9}{15}$ (ii) $\frac{24}{32}$ (iii) $\frac{60}{75}$ (iv) $\frac{20}{36}$ (v) $\frac{56}{84}$

ਹੱਲ - (i) $\frac{9}{15} = \frac{9 \div 3}{15 \div 3} = \frac{3}{5}$

(ਅੰਸ਼ ਅਤੇ ਹਰ ਨੂੰ 9 ਅਤੇ 15 ਦੇ ਮ.ਸ.ਵ. ਭਾਵ 3 ਨਾਲ ਭਾਗ)

(ii) $\frac{24}{32} = \frac{24 \div 8}{32 \div 8} = \frac{3}{4}$

(ਅੰਸ਼ ਅਤੇ ਹਰ ਨੂੰ 24 ਅਤੇ 32 ਦੇ ਮ.ਸ.ਵ. ਭਾਵ 8 ਨਾਲ ਭਾਗ)

(iii) $\frac{60}{75} = \frac{60 \div 15}{75 \div 15} = \frac{4}{5}$

(ਅੰਸ਼ ਅਤੇ ਹਰ ਨੂੰ 60 ਅਤੇ 75 ਦੇ ਮ.ਸ.ਵ. ਭਾਵ 15 ਨਾਲ ਭਾਗ)

(iv) $\frac{20}{36} = \frac{20 \div 4}{36 \div 4} = \frac{5}{9}$

(ਅੰਸ਼ ਅਤੇ ਹਰ ਨੂੰ 20 ਅਤੇ 36 ਦੇ ਮ.ਸ.ਵ. ਭਾਵ 4 ਨਾਲ ਭਾਗ)

(v) $\frac{56}{84} = \frac{56 \div 28}{84 \div 28} = \frac{2}{3}$

(ਅੰਸ਼ ਅਤੇ ਹਰ ਨੂੰ 56 ਅਤੇ 84 ਦੇ ਮ.ਸ.ਵ. ਭਾਵ 28 ਨਾਲ ਭਾਗ)

ਇੱਕ ਭਿੰਨ ਨੂੰ ਨਿਊਨਤਮ ਪਦ ਜਾਂ ਸਰਲਤਮ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਆਖਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਜਦੋਂ ਇਸਦੇ ਅੰਸ਼ ਅਤੇ ਹਰ ਵਿੱਚ ਕੋਈ ਵੀ ਸਾਂਝਾ ਗੁਣਨਖੰਡ (1 ਤੋਂ ਇਲਾਵਾ) ਨਾ ਹੋਵੇ।

5.4.1 ਤੁੱਲ ਭਿੰਨਾਂ ਦੀ ਜਾਂਚ (ਤਿਰਛੀ ਗੁਣਾ ਰਾਹੀਂ)

ਦਿੱਤੀਆਂ ਹੋਈਆਂ ਭਿੰਨਾਂ ਤੁੱਲ ਹੁੰਦੀਆਂ ਹਨ ਜੇਕਰ ਪਹਿਲੀ ਦੇ ਅੰਸ਼ ਅਤੇ ਦੂਸਰੀ ਦੇ ਹਰ ਦਾ ਗੁਣਨਫਲ, ਪਹਿਲੀ ਦੇ ਹਰ ਅਤੇ ਦੂਸਰੀ ਦੇ ਅੰਸ਼ ਦੇ ਗੁਣਨਫਲ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੋਵੇ। ਉਦਾਹਰਨ ਦੇ ਲਈ

$$\frac{2}{7} \quad \times \quad \frac{6}{21}$$

$$2 \times 21 = 42 \text{ ਅਤੇ } 6 \times 7 = 42$$

ਦੋਵੇਂ ਤਿਰਛੇ ਗੁਣਨਫਲ ਸਮਾਨ ਹਨ।

ਇਸ ਲਈ ਦੋ ਭਿੰਨਾਂ ਤੁੱਲ ਹੁੰਦੀਆਂ ਹਨ ਜੇਕਰ ਉਹਨਾਂ ਦੀ ਤਿਰਛੀ ਗੁਣਾ ਬਰਾਬਰ ਹੋਵੇ।

ਉਦਾਹਰਨ 15: ਕੀ ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੀਆਂ ਭਿੰਨਾਂ ਤੁੱਲ ਹਨ?

(i) $\frac{3}{4}$ ਅਤੇ $\frac{12}{16}$ (ii) $\frac{5}{6}$ ਅਤੇ $\frac{25}{30}$ (iii) $\frac{4}{7}$ ਅਤੇ $\frac{24}{27}$

ਹੱਲ - (i) ਸਾਡੇ ਕੋਲ ਹੈ $\frac{3}{4} \quad \times \quad \frac{12}{16}$

ਤਿਰਛੀ ਗੁਣਾ ਨਾਲ $3 \times 16 = 48$ ਅਤੇ $12 \times 4 = 48$

ਕਿਉਂਕਿ ਦੋਵੇਂ ਗੁਣਨਫਲ ਸਮਾਨ ਹਨ,

ਇਸ ਲਈ ਦਿੱਤੀਆਂ ਹੋਈਆਂ ਭਿੰਨਾਂ ਤੁੱਲ ਹਨ।

(ii) ਸਾਡੇ ਕੋਲ ਹੈ $\frac{5}{6} \quad \times \quad \frac{25}{30}$

ਤਿਰਛੀ ਗੁਣਾ ਨਾਲ $5 \times 30 = 150$ ਅਤੇ $25 \times 6 = 150$

ਕਿਉਂਕਿ ਦੋਵੇਂ ਗੁਣਨਫਲ ਸਮਾਨ ਹਨ,

ਇਸ ਲਈ ਦਿੱਤੀਆਂ ਹੋਈਆਂ ਭਿੰਨਾਂ ਤੁੱਲ ਹਨ।

(iii) ਸਾਡੇ ਕੋਲ ਹੈ $\frac{4}{7} \quad \times \quad \frac{24}{27}$

ਤਿਰਛੀ ਗੁਣਾ ਨਾਲ $4 \times 27 = 108$ ਅਤੇ $24 \times 7 = 168$

ਕਿਉਂਕਿ ਦੋਵੇਂ ਗੁਣਨਫਲ ਸਮਾਨ ਨਹੀਂ ਹਨ,

ਇਸ ਲਈ ਦਿੱਤੀਆਂ ਹੋਈਆਂ ਭਿੰਨਾਂ ਤੁੱਲ ਨਹੀਂ ਹਨ।

ਉਦਾਹਰਨ 16: ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੀਆਂ ਵਿੱਚ \square ਨੂੰ ਸਹੀ ਸੰਖਿਆ ਨਾਲ ਬਦਲੋ।

(i) $\frac{3}{4} = \frac{15}{\square}$ (ii) $\frac{2}{5} = \frac{\square}{30}$ (iii) $\frac{20}{28} = \frac{5}{\square}$

ਹੱਲ - (i) ਅੰਸ਼ਾਂ ਨੂੰ ਵੇਖਣ 'ਤੇ, ਸਾਡੇ ਕੋਲ $15 \div 3 = 5$

ਇਸ ਲਈ ਅਸੀਂ $\frac{3}{4}$ ਦੇ ਅੰਸ਼ ਅਤੇ ਹਰ ਦੋਵਾਂ ਨੂੰ 5 ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕਰਦੇ ਹਾਂ।

$$\text{ਭਾਵ } \frac{3}{4} = \frac{3 \times 5}{4 \times 5} = \frac{15}{20}$$

ਬਦਲਵੀਂ ਵਿਧੀ :- ਅਸੀਂ ਇਸਨੂੰ ਤਿਰਛੀ ਗੁਣਾ ਰਾਹੀਂ ਵੀ ਹੱਲ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹਾਂ।

$$\frac{3}{4} = \frac{15}{\square}$$

ਮੰਨ ਲਓ \square ਵਿੱਚ x ਸਹੀ ਸੰਖਿਆ ਹੈ।

$$\Rightarrow \frac{3}{4} \times \frac{15}{x} \Rightarrow 3 \times x = 15 \times 4$$

$$\Rightarrow x = \frac{15 \times 4}{3} = 20$$

(ii) ਹਰਾਂ ਨੂੰ ਵੇਖਣ 'ਤੇ ਸਾਡੇ ਕੋਲ ਹੈ $30 \div 5 = 6$

ਇਸ ਲਈ, ਅਸੀਂ $\frac{2}{5}$ ਦੇ ਅੰਸ਼ ਅਤੇ ਹਰ ਨੂੰ 6 ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕਰਦੇ ਹਾਂ।

$$\text{ਭਾਵ } \frac{2}{5} = \frac{2 \times 6}{5 \times 6} = \frac{12}{30}$$

(iii) ਅੰਸ਼ਾਂ ਨੂੰ ਵੇਖਣ 'ਤੇ, ਸਾਡੇ ਕੋਲ ਹੈ $20 \div 5 = 4$

ਇਸ ਲਈ, ਅਸੀਂ $\frac{20}{28}$ ਦੇ ਅੰਸ਼ ਅਤੇ ਹਰ ਨੂੰ 4 ਨਾਲ ਭਾਗ ਕਰਦੇ ਹਾਂ।

$$\text{ਭਾਵ } \frac{20}{28} = \frac{20 \div 4}{28 \div 4} = \frac{5}{7}$$

ਉਦਾਹਰਨ 17: (i) $\frac{2}{3}$ ਦੀ ਤੁੱਲ ਭਿੰਨ ਲਿਖੋ ਜਿਸਦਾ ਅੰਸ਼ 16 ਹੋਵੇ।

(ii) $\frac{5}{7}$ ਦੀ ਤੁੱਲ ਭਿੰਨ ਲਿਖੋ ਜਿਸਦਾ ਹਰ 28 ਹੋਵੇ।

(iii) $\frac{30}{45}$ ਦੀ ਤੁੱਲ ਭਿੰਨ ਲਿਖੋ ਜਿਸਦਾ ਅੰਸ਼ 6 ਹੋਵੇ।

ਹੱਲ - (i) ਸਾਨੂੰ $\frac{2}{3}$ ਦੀ ਤੁੱਲ ਭਿੰਨ ਚਾਹੀਦੀ ਹੈ ਜਿਸਦਾ ਅੰਸ਼ 16 ਹੋਵੇ

$$\text{ਜਾਂ } \frac{2}{3} = \frac{16}{\square}$$

ਅੰਸ਼ਾਂ ਨੂੰ ਵੇਖਣ 'ਤੇ, ਸਾਡੇ ਕੋਲ ਹੈ $16 \div 2 = 8$

ਇਸ ਲਈ ਅਸੀਂ $\frac{2}{3}$ ਦੇ ਅੰਸ਼ ਅਤੇ ਹਰ ਨੂੰ 8 ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕਰਦੇ ਹਾਂ।

$$\text{ਭਾਵ } \frac{2}{3} = \frac{2 \times 8}{3 \times 8} = \frac{16}{24}$$

ਇਸ ਪ੍ਰਕਾਰ, $\frac{16}{24}$ ਲੋੜੀਂਦੀ ਤੁੱਲ ਭਿੰਨ ਹੈ।

- (ii) ਸਾਨੂੰ $\frac{5}{7}$ ਦੀ ਤੁੱਲ ਭਿੰਨ ਚਾਹੀਦੀ ਹੈ ਜਿਸਦਾ ਹਰ 28 ਹੋਵੇ

$$\text{ਜਾਂ } \frac{5}{7} = \frac{\square}{28}$$

ਹਰਾਂ ਨੂੰ ਵੇਖਣ 'ਤੇ, ਸਾਡੇ ਕੋਲ ਹੈ $28 \div 7 = 4$

ਇਸ ਲਈ ਅਸੀਂ $\frac{5}{7}$ ਦੇ ਅੰਸ਼ ਅਤੇ ਹਰ ਨੂੰ 4 ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕਰਦੇ ਹਾਂ।

$$\text{ਭਾਵ } \frac{5}{7} = \frac{5 \times 4}{7 \times 4} = \frac{20}{28}$$

ਇਸ ਪ੍ਰਕਾਰ, $\frac{20}{28}$ ਲੋੜੀਂਦੀ ਤੁੱਲ ਭਿੰਨ ਹੈ।

- (iii) ਸਾਨੂੰ $\frac{30}{45}$ ਦੀ ਤੁੱਲ ਭਿੰਨ ਚਾਹੀਦੀ ਹੈ ਜਿਸਦਾ ਅੰਸ਼ 6 ਹੋਵੇ।

$$\text{ਜਾਂ } \frac{30}{45} = \frac{6}{\square}$$

ਅੰਸ਼ਾਂ ਨੂੰ ਵੇਖਣ 'ਤੇ, ਸਾਡੇ ਕੋਲ ਹੈ $30 \div 6 = 5$

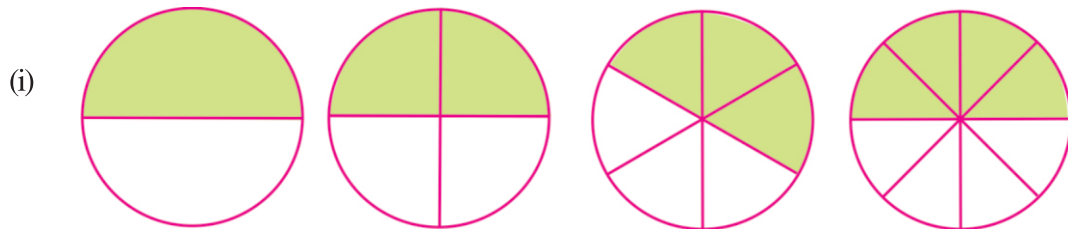
ਇਸ ਲਈ ਅਸੀਂ $\frac{30}{45}$ ਦੇ ਅੰਸ਼ ਅਤੇ ਹਰ ਨੂੰ 5 ਨਾਲ ਭਾਗ ਕਰਦੇ ਹਾਂ।

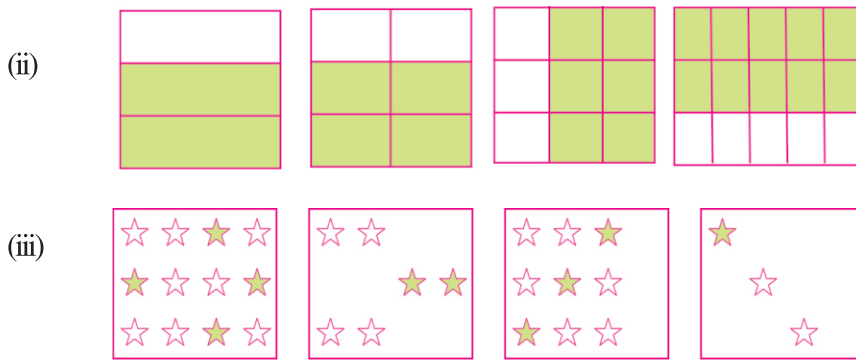
$$\text{ਭਾਵ } \frac{30}{45} = \frac{30 \div 5}{45 \div 5} = \frac{6}{9}$$

ਇਸ ਪ੍ਰਕਾਰ, $\frac{6}{9}$ ਲੋੜੀਂਦੀ ਤੁੱਲ ਭਿੰਨ ਹੈ।

ਅਭਿਆਸ 5.3

1. ਛਾਇਆ ਅੰਕਿਤ ਭਾਗ ਲਈ ਭਿੰਨ ਲਿਖੋ ਅਤੇ ਜਾਂਚ ਕਰੋ ਕਿ ਇਹ ਭਿੰਨਾਂ ਤੁੱਲ ਹਨ ਜਾਂ ਨਹੀਂ?





2. ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੀਆਂ ਭਿੰਨਾਂ ਵਿੱਚੋਂ ਹਰੇਕ ਦੀਆਂ ਚਾਰ ਤੁੱਲ ਭਿੰਨਾਂ ਪਤਾ ਕਰੋ।

(i) $\frac{1}{4}$ (ii) $\frac{3}{5}$ (iii) $\frac{7}{9}$ (iv) $\frac{5}{11}$ (v) $\frac{2}{3}$

3. ਸਭ ਤੋਂ ਛੋਟੀ ਤੁੱਲ ਭਿੰਨ (ਸਰਲਤਮ ਰੂਪ) ਲਿਖੋ।

(i) $\frac{10}{25}$ (ii) $\frac{27}{54}$ (iii) $\frac{48}{72}$ (iv) $\frac{150}{60}$ (v) $\frac{162}{90}$

4. ਕੀ ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੀਆਂ ਭਿੰਨਾਂ ਤੁੱਲ ਹਨ ਜਾਂ ਨਹੀਂ?

(i) $\frac{5}{12}, \frac{25}{60}$ (ii) $\frac{6}{7}, \frac{36}{42}$ (iii) $\frac{7}{9}, \frac{56}{72}$

5. ਹੇਠ ਦਿੱਤੀਆਂ ਵਿੱਚ \square ਨੂੰ ਸਹੀ ਸੰਖਿਆ ਨਾਲ ਬਦਲੋ।

(i) $\frac{2}{7} = \frac{12}{\square}$ (ii) $\frac{5}{8} = \frac{35}{\square}$ (iii) $\frac{24}{36} = \frac{6}{\square}$ (iv) $\frac{30}{48} = \frac{\square}{8}$ (v) $\frac{7}{4} = \frac{42}{\square}$

6. $\frac{3}{5}$ ਦੀ ਤੁੱਲ ਭਿੰਨ ਪਤਾ ਕਰੋ, ਜਿਸਦਾ:

(i) ਅੰਸ਼ 18 (ii) ਹਰ 20 (iii) ਅੰਸ਼ 24 ਹੋਵੇ

7. $\frac{24}{40}$ ਦੀ ਤੁੱਲ ਭਿੰਨ ਪਤਾ ਕਰੋ, ਜਿਸਦਾ:

(i) ਅੰਸ਼ 6 (ii) ਅੰਸ਼ 48 (iii) ਹਰ 20 ਹੋਵੇ

5.6 ਸਮਾਨ, ਅਸਮਾਨ ਭਿੰਨਾਂ ਅਤੇ ਇਕਾਈ ਭਿੰਨਾਂ (Like, Unlike Fractions and Unit Fractions)

ਸਮਾਨ ਭਿੰਨਾਂ (Like Fraction):- ਸਮਾਨ (ਬਰਾਬਰ) ਹਰ ਵਾਲੀਆਂ ਭਿੰਨਾਂ, ਸਮਾਨ ਭਿੰਨਾਂ ਅਖਵਾਉਂਦੀਆਂ ਹਨ।

ਜਿਵੇਂ- $\frac{5}{7}, \frac{1}{7}, \frac{3}{7}$ ਸਮਾਨ ਭਿੰਨਾਂ ਹਨ।

ਅਸਮਾਨ ਭਿੰਨਾਂ (Unlike Fractions):- ਵੱਖ-ਵੱਖ ਹਰ ਵਾਲੀਆਂ ਭਿੰਨਾਂ, ਅਸਮਾਨ ਭਿੰਨਾਂ ਅਖਵਾਉਂਦੀਆਂ ਹਨ।

ਜਿਵੇਂ- $\frac{2}{5}, \frac{3}{4}, \frac{7}{8}$ ਆਦਿ ਅਸਮਾਨ ਭਿੰਨਾਂ ਹਨ।

* **ਇਕਾਈ ਭਿੰਨਾਂ (Unit Fractions):-** ਇੱਕ ਭਿੰਨ ਜਿਸਦਾ ਅੰਸ਼ 1 ਹੋਵੇ, ਇਕਾਈ ਭਿੰਨ ਅਖਵਾਉਂਦੀ ਹੈ।

ਜਿਵੇਂ- $\frac{1}{3}, \frac{1}{2}, \frac{1}{7}, \frac{1}{11}, \frac{1}{8}$ ਆਦਿ।

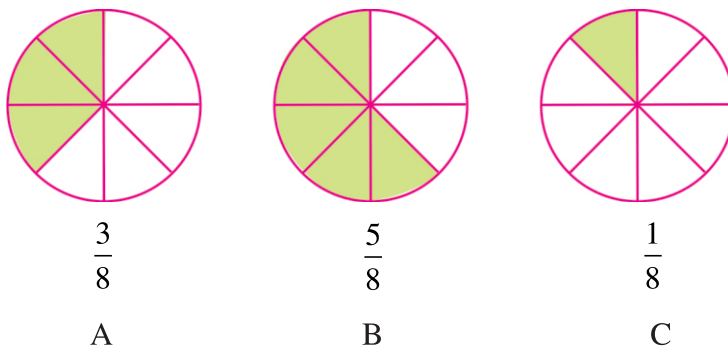
5.7 ਭਿੰਨਾਂ ਦੀ ਤੁਲਨਾ ਅਤੇ ਕ੍ਰਮ (Comparing and Ordering of Fractions)

ਅਸੀਂ ਪ੍ਰਕ੍ਰਿਤਿਕ ਸੰਖਿਆਵਾਂ, ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਅਤੇ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੀ ਤੁਲਨਾ ਕਰਨਾ ਪਹਿਲਾਂ ਹੀ ਸਿੱਖ ਚੁੱਕੇ ਹਾਂ। ਇਥੇ ਅਸੀਂ ਭਿੰਨਾਂ ਦੀ ਤੁਲਨਾ ਕਰਨਾ ਸਿਖਾਂਗੇ, ਜੋ ਕਿ ਤਿੰਨ ਭਾਗਾਂ ਵਿੱਚ ਵੰਡੀ ਹੋਈ ਹੈ-

5.7.1. ਸਮਾਨ ਹਰ ਵਾਲੀਆਂ ਭਿੰਨਾਂ (Fractions with the same Denominator)

ਆਓ ਸਮਾਨ ਹਰ ਵਾਲੀਆਂ ਕੁਝ ਭਿੰਨਾਂ ਵੇਖੀਏ ਜਿਵੇਂ $\frac{3}{8}, \frac{5}{8}, \frac{1}{8}$

ਇਹਨਾਂ ਭਿੰਨਾਂ ਦਾ ਚਿੱਤਰਾਤਮਕ ਨਿਰੂਪਣ ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤਾ ਗਿਆ ਹੈ:



ਚਿੱਤਰਾਂ ਨੂੰ ਵੇਖਣ 'ਤੇ ਅਸੀਂ ਸਿੱਟਾ ਕੱਢਦੇ ਹਾਂ ਕਿ

B ਦਾ ਛਾਇਆ ਅੰਕਿਤ ਭਾਗ $>$ A ਦਾ ਛਾਇਆ ਅੰਕਿਤ ਭਾਗ $>$ C ਦਾ ਛਾਇਆ ਅੰਕਿਤ ਭਾਗ

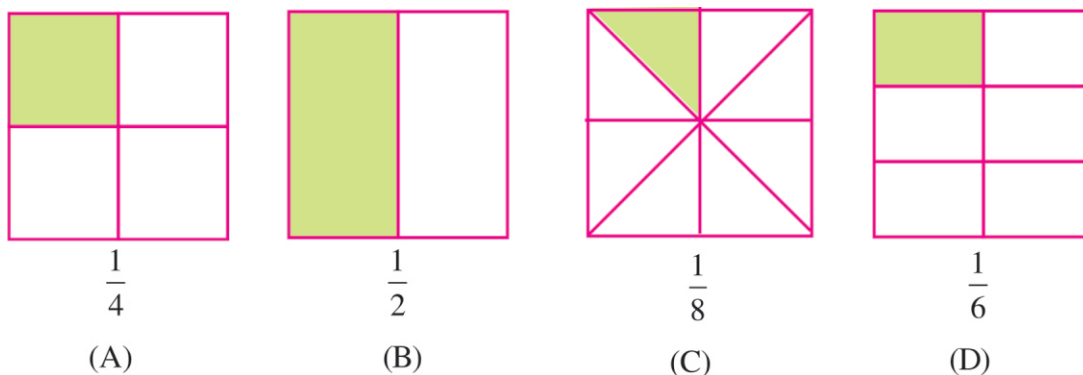
$$\text{ਭਾਵ } \frac{5}{8} > \frac{3}{8} > \frac{1}{8}$$

ਇਸ ਪ੍ਰਕਾਰ, ਜੇਕਰ ਦੋ ਜਾਂ ਵੱਧ ਭਿੰਨਾਂ ਦੇ ਹਰ ਸਮਾਨ ਹਨ, ਤਾਂ ਵੱਡੇ ਅੰਸ਼ ਵਾਲੀ ਭਿੰਨ, ਵੱਡੀ ਭਿੰਨ ਹੁੰਦੀ ਹੈ।

5.7.2 ਸਮਾਨ ਅੰਸ਼ ਵਾਲੀਆਂ ਭਿੰਨਾਂ (Fractions with the same Numerator)

ਆਓ ਸਮਾਨ ਅੰਸ਼ ਵਾਲੀਆਂ ਕੁਝ ਭਿੰਨਾਂ ਵੇਖੀਏ। ਜਿਵੇਂ $\frac{1}{4}, \frac{1}{2}, \frac{1}{8}, \frac{1}{6}$

ਇਹਨਾਂ ਭਿੰਨਾਂ ਦਾ ਚਿੱਤਰਾਤਮਕ ਨਿਰੂਪਣ ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤਾ ਗਿਆ ਹੈ:



B ਦਾ ਛਾਇਆ ਅੰਕਿਤ ਭਾਗ > A ਦਾ ਛਾਇਆ ਅੰਕਿਤ ਭਾਗ > D ਦਾ ਛਾਇਆ ਅੰਕਿਤ ਭਾਗ > C ਦਾ ਛਾਇਆ ਅੰਕਿਤ ਭਾਗ

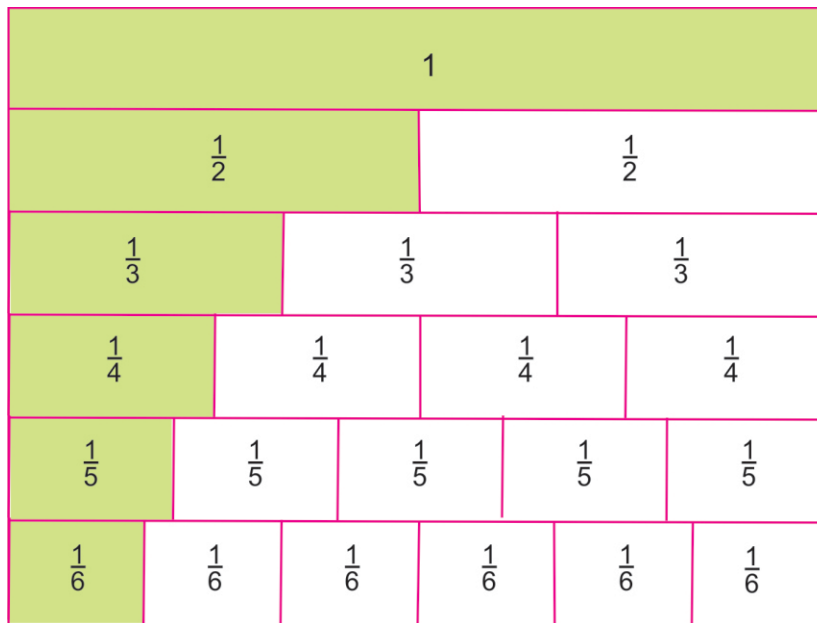
$$\text{ਭਾਵ } \frac{1}{2} > \frac{1}{4} > \frac{1}{6} > \frac{1}{8}$$

ਇਸ ਪ੍ਰਕਾਰ, ਜੇਕਰ ਦੋ ਜਾਂ ਵੱਧ ਭਿੰਨਾਂ ਦੇ ਅੰਸ਼ ਸਮਾਨ ਹਨ, ਤਾਂ ਛੋਟੇ ਹਰ ਵਾਲੀ ਭਿੰਨ, ਵੱਡੀ ਭਿੰਨ ਹੁੰਦੀ ਹੈ।



● ਕਿਰਿਆ ●

ਤੁੱਲ ਭਿੰਨਾਂ ਦਾ ਨਿਰੂਪਨ



ਇਸ ਤਰੀਕੇ ਨਾਲ ਅਸੀਂ ਸਿੱਟਾ ਕੱਢਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਜੇਕਰ ਦੋ ਜਾਂ ਵੱਧ ਭਿੰਨਾਂ ਦੇ ਅੰਸ਼ ਬਰਾਬਰ ਹੋਣ ਤਾਂ ਛੋਟੇ ਹਰ ਵਾਲੀ ਭਿੰਨ ਵੱਡੀ ਹੁੰਦੀ ਹੈ।

$$\text{ਭਾਵ } 1 > \frac{1}{2} > \frac{1}{3} > \frac{1}{4} > \frac{1}{5} > \frac{1}{6}$$

ਇਹ ਕਿਰਿਆ ਚਾਰਟ ਅਤੇ ਰੰਗਾਂ ਦੇ ਪ੍ਰਯੋਗ ਨਾਲ ਵੀ ਕੀਤੀ ਜਾ ਸਕਦੀ ਹੈ।

5.7.3 ਵੱਖ ਵੱਖ ਅੰਸ਼ਾਂ ਅਤੇ ਹਰਾਂ ਵਾਲੀਆਂ ਭਿੰਨਾਂ (Fractions With Different Numerators and Denominators)

ਵੱਖ ਵੱਖ ਅੰਸ਼ਾਂ ਅਤੇ ਹਰਾਂ ਵਾਲੀਆਂ ਭਿੰਨਾਂ ਦੀ ਤੁਲਨਾ ਕਰਨ ਲਈ, ਸਭ ਤੋਂ ਪਹਿਲਾਂ ਅਸੀਂ ਇਹਨਾਂ ਭਿੰਨਾਂ ਨੂੰ ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਪਗਾਂ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਦੇ ਹੋਏ, ਸਮਾਨ ਭਿੰਨਾਂ ਵਿੱਚ ਬਦਲਾਂਗੇ:

ਪਗ 1 - ਭਿੰਨਾਂ ਦੇ ਹਰਾਂ ਦਾ ਲ.ਸ.ਵ. ਪਤਾ ਕਰੋ।

ਪਗ 2 - ਹਰੇਕ ਭਿੰਨ ਨੂੰ ਇਸਦੀ ਤੁੱਲ ਭਿੰਨ ਵਿੱਚ ਬਦਲੋ ਜਿਸਦਾ ਹਰ ਪਗ 1 ਵਿੱਚ ਪ੍ਰਾਪਤ ਲ.ਸ.ਵ. ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੋਵੇ।

ਪਗ 3 - ਸਮਾਨ ਹਰ ਵਾਲੀਆਂ ਤੁੱਲ ਭਿੰਨਾਂ ਦੇ ਅੰਸ਼ਾਂ ਦੀ ਤੁਲਨਾ ਕਰੋ।

ਉਦਾਹਰਨ 18: $\frac{2}{3}$ ਜਾਂ $\frac{5}{6}$ ਵਿੱਚੋਂ ਕਿਹੜੀ ਵੱਡੀ ਹੈ?

ਹੱਲ - ਪਹਿਲਾਂ 3 ਅਤੇ 6 ਦਾ ਲ.ਸ.ਵ. ਪਤਾ ਕਰੋ
ਸਾਡੇ ਕੋਲ 3 ਅਤੇ 6 ਦਾ ਲ.ਸ.ਵ. = 6 ਹੈ
ਹੁਣ ਅਸੀਂ ਦਿੱਤੀ ਹੋਈ ਭਿੰਨ ਨੂੰ ਅਜਿਹੀ
ਭਿੰਨ ਵਿੱਚ ਬਦਲਾਂਗੇ ਜਿਸਦਾ ਹਰ 6 ਹੋਵੇ।

$$\text{ਸਾਡੇ ਕੋਲ ਹੈ } \frac{2}{3} = \frac{2 \times 2}{3 \times 2} = \frac{4}{6} \text{ ਅਤੇ}$$

$$\frac{5}{6} \text{ ਦੂਸਰੀ ਭਿੰਨ ਹੈ। ਸਪੱਸ਼ਟ ਰੂਪ ਵਿੱਚ } \frac{4}{6} < \frac{5}{6}$$

$$\Rightarrow \frac{2}{3} < \frac{5}{6}$$

ਬਦਲਾਵੀਂ ਵਿਧੀ:-

ਅਸੀਂ ਤਿਰਛੀ ਗੁਣਾ ਨਾਲ ਵੀ ਦੋ ਭਿੰਨਾਂ ਦੀ ਤੁਲਨਾ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹਾਂ :

$$\frac{2}{3} \quad \times \quad \frac{5}{6}$$

$$2 \times 6 = 12 \text{ ਅਤੇ } 5 \times 3 = 15$$

$$\text{ਇਸ ਲਈ } 12 < 15 \Rightarrow \frac{2}{3} < \frac{5}{6}$$

ਉਦਾਹਰਨ 19:- ਭਿੰਨਾਂ $\frac{3}{4}$, $\frac{7}{8}$, $\frac{15}{12}$ ਨੂੰ ਘੱਟਦੇ ਕ੍ਰਮ ਵਿੱਚ ਤਰਤੀਬ ਦਿਉ।

ਹੱਲ:- ਸਭ ਤੋਂ ਪਹਿਲਾਂ ਹਰ 4, 8 ਅਤੇ 12 ਦਾ ਲ.ਸ.ਵ. ਪਤਾ ਕਰੋ।

ਹੁਣ ਅਸੀਂ ਦਿੱਤੀਆਂ ਹੋਈਆਂ ਭਿੰਨਾਂ ਨੂੰ ਅਜਿਹੀਆਂ
ਭਿੰਨਾਂ ਵਿੱਚ ਬਦਲਾਂਗੇ ਜਿਨ੍ਹਾਂ ਦਾ ਹਰ 24 ਹੋਵੇ।

$$\text{ਸਾਡੇ ਕੋਲ, } \frac{3}{4} = \frac{3 \times 6}{4 \times 6} = \frac{18}{24}$$

$$\frac{7}{8} = \frac{7 \times 3}{8 \times 3} = \frac{21}{24}$$

$$\text{ਅਤੇ } \frac{15}{12} = \frac{15 \times 2}{12 \times 2} = \frac{30}{24}$$

$$\Rightarrow \frac{21}{24} > \frac{18}{24} > \frac{30}{24}$$

$$\Rightarrow \frac{7}{8} > \frac{3}{4} > \frac{5}{12}$$

3	3, 6
2	1, 2
	1, 1

$\therefore 3 \text{ ਅਤੇ } 6 \text{ ਦਾ ਲ.ਸ.ਵ.} = 3 \times 2 = 6$

2	4, 8, 12
2	2, 4, 6
2	1, 2, 3
3	1, 1, 3
	1, 1, 1

ਲ.ਸ.ਵ. = $2 \times 2 \times 2 \times 3 = 24$

ਉਦਾਹਰਨ 20:- ਭਿੰਨਾਂ $\frac{2}{3}, \frac{5}{9}, \frac{3}{5}, \frac{7}{15}$ ਨੂੰ ਵੱਧਦੇ ਕ੍ਰਮ ਵਿੱਚ ਵਿਵਸਥਿਤ ਕਰੋ।

ਹੱਲ:- ਸਭ ਤੋਂ ਪਹਿਲਾਂ ਹਰ 3, 9, 5, 15 ਦਾ ਲ.ਸ.ਵ. ਪਤਾ ਕਰੋ।

ਹੁਣ ਅਸੀਂ ਦਿੱਤੀਆਂ ਹੋਈਆਂ ਭਿੰਨਾਂ ਨੂੰ ਅਜਿਹੀਆਂ ਭਿੰਨਾਂ ਵਿੱਚ ਬਦਲਦੇ ਹਾਂ, ਜਿਨ੍ਹਾਂ ਦਾ ਹਰ 45 ਹੋਵੇ,

$$\text{ਸਾਡੇ ਕੋਲ, } \frac{2}{3} = \frac{2 \times 15}{3 \times 15} = \frac{30}{45}$$

$$\frac{5}{9} = \frac{5 \times 5}{9 \times 5} = \frac{25}{45}$$

$$\frac{3}{5} = \frac{3 \times 9}{5 \times 9} = \frac{27}{45}$$

$$\frac{7}{15} = \frac{7 \times 3}{15 \times 3} = \frac{21}{45}$$

3	3, 9, 5, 15
3	1, 3, 5, 5
5	1, 1, 5, 5
	1, 1, 1, 1
ਲ.ਸ.ਵ. = $3 \times 3 \times 5 = 45$	

ਵੱਧਦੇ ਕ੍ਰਮ ਵਿੱਚ

$$\Rightarrow \frac{21}{45} < \frac{25}{45} < \frac{27}{45} < \frac{30}{45}$$

$$\Rightarrow \frac{7}{15} < \frac{5}{9} < \frac{3}{5} < \frac{2}{3}$$

ਉਦਾਹਰਨ 21:- ਇੱਕ ਲੜਕਾ ਇੱਕ ਕਿਤਾਬ ਦਾ $\frac{2}{5}$ ਭਾਗ ਪਹਿਲੇ ਦਿਨ ਪੜ੍ਹਦਾ ਹੈ ਅਤੇ ਉਸੇ ਕਿਤਾਬ ਦਾ $\frac{1}{4}$ ਭਾਗ ਦੂਸਰੇ ਦਿਨ ਪੜ੍ਹਦਾ ਹੈ। ਉਸਨੇ ਕਿਸ ਦਿਨ ਕਿਤਾਬ ਦਾ ਵੱਧ ਭਾਗ ਪੜ੍ਹਿਆ?

ਹੱਲ:- ਇੱਥੇ, ਅਸੀਂ ਦੋਵੇਂ ਭਿੰਨਾਂ $\frac{2}{5}$ ਅਤੇ $\frac{1}{4}$ ਦੀ ਤੁਲਨਾ ਕਰਾਂਗੇ ਅਤੇ ਪਤਾ ਕਰਾਂਗੇ ਕਿ ਕਿਹੜਾ ਭਾਗ ਵੱਡਾ ਹੈ,

ਤਿਰਛੀ ਗੁਣਾ ਨਾਲ, $\frac{2}{5}$  $\frac{1}{4}$

$$\textcircled{2} \times 4 = 8 \text{ ਅਤੇ } \textcircled{1} \times 5 = 5$$

$$\text{ਇਸ ਲਈ } 8 > 5 \Rightarrow \frac{2}{5} > \frac{1}{4}$$

ਇਸ ਪ੍ਰਕਾਰ, ਉਸਨੇ ਪਹਿਲੇ ਦਿਨ ਕਿਤਾਬ ਦਾ ਵੱਧ ਭਾਗ ਪੜ੍ਹਿਆ।

ਉਦਾਹਰਨ 22:- ਅਰੁਣ ਨੇ ਇੱਕ ਘੰਟੇ ਦਾ $\frac{3}{4}$ ਹਿੱਸਾ ਅਭਿਆਸ ਕੀਤਾ ਜਦਕਿ ਜਸਪ੍ਰੀਤ ਨੇ ਇੱਕ ਘੰਟੇ ਦਾ $\frac{3}{10}$ ਹਿੱਸਾ ਅਭਿਆਸ ਕੀਤਾ। ਕਿਸਨੇ ਵੱਧ ਸਮਾਂ ਅਭਿਆਸ ਕੀਤਾ?

ਹੱਲ:- ਅਰੁਣ ਨੇ ਅਭਿਆਸ ਕੀਤਾ = ਇੱਕ ਘੰਟੇ ਦਾ $\frac{3}{4}$

ਜਸਪ੍ਰੀਤ ਨੇ ਅਭਿਆਸ ਕੀਤਾ = ਇੱਕ ਘੰਟੇ ਦਾ $\frac{3}{10}$

ਸਪੱਸ਼ਟ ਰੂਪ ਵਿੱਚ, ਦੋਵੇਂ ਭਿੰਨਾਂ ਵਿੱਚ, ਅੰਸ਼ ਸਮਾਨ ਹਨ।

ਇਸ ਲਈ ਛੋਟੇ ਹਰ ਵਾਲੀ ਭਿੰਨ ਵੱਡੀ ਹੈ।

$$\text{ਭਾਵ } \frac{3}{4} > \frac{3}{10}$$

ਇਸ ਪ੍ਰਕਾਰ, ਅਰੁਣ ਨੇ ਵੱਧ ਸਮੇਂ ਲਈ ਲਈ ਅਭਿਆਸ ਕੀਤਾ।

ਬਦਲਵੀਂ ਵਿਧੀ:-

ਅਰੁਣ ਨੇ ਅਭਿਆਸ ਕੀਤਾ = ਇੱਕ ਘੰਟੇ ਦਾ $\frac{3}{4}$

$$= 60 \times \frac{3}{4} \text{ ਮਿੰਟ } [\because 1 \text{ ਘੰਟਾ} = 60 \text{ ਮਿੰਟ}]$$

$$= 45 \text{ ਮਿੰਟ}$$

ਜਸਪ੍ਰੀਤ ਨੇ ਅਭਿਆਸ ਕੀਤਾ = ਇੱਕ ਘੰਟੇ ਦਾ $\frac{3}{10}$

$$= 60 \times \frac{3}{10} \text{ ਮਿੰਟ } [\because 1 \text{ ਘੰਟਾ} = 60 \text{ ਮਿੰਟ}]$$

$$= 18 \text{ ਮਿੰਟ}$$

$$\Rightarrow 45 > 18$$

ਇਸ ਪ੍ਰਕਾਰ ਅਰੁਣ ਨੇ ਵੱਧ ਸਮੇਂ ਲਈ ਅਭਿਆਸ ਕੀਤਾ।

ਅਭਿਆਸ 5.4

1. ਸਮਾਨ ਭਿੰਨਾਂ ਦੇ ਵੱਖਰੇ-ਵੱਖਰੇ ਸਮੂਹ ਪਤਾ ਕਰੋ।

$$\frac{3}{7}, \frac{5}{11}, \frac{2}{7}, \frac{6}{13}, \frac{3}{11}, \frac{1}{11}, \frac{2}{13}, \frac{5}{13}, \frac{6}{7}, \frac{10}{13}$$

2. ਕੋਈ ਵੀ ਤਿੰਨ ਸਮਾਨ ਭਿੰਨਾਂ ਲਿਖੋ।

$$(i) \frac{2}{5} \quad (ii) \frac{1}{4} \quad (iii) \frac{11}{6}$$

3. ਇਕਾਈ ਭਿੰਨਾਂ 'ਤੇ ਚੱਕਰ ਲਗਾਓ।

$$\frac{6}{11}, \frac{2}{3}, \frac{1}{8}, \frac{15}{7}, \frac{1}{9}, \frac{1}{7}, \frac{3}{3}$$

4. ਬਕਸੇ ਵਿੱਚ $>$, $=$, ਜਾਂ $<$ ਭਰੋ।

(i) $\frac{4}{7} \square \frac{6}{7}$ (ii) $\frac{4}{5} \square \frac{3}{5}$ (iii) $\frac{7}{8} \square \frac{0}{8}$ (iv) $\frac{2}{3} \square \frac{5}{3}$ (v) $\frac{5}{13} \square \frac{7}{13}$

5. $>$, $<$ ਜਾਂ $=$ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਕੇ ਤੁਲਨਾ ਕਰੋ।

(i) $\frac{5}{7} \square \frac{5}{9}$ (ii) $\frac{1}{3} \square \frac{1}{2}$ (iii) $\frac{6}{11} \square \frac{6}{13}$ (iv) $\frac{11}{12} \square \frac{11}{17}$ (v) $\frac{7}{13} \square \frac{7}{10}$

6. $>$, $<$ ਜਾਂ $=$ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਕੇ ਤੁਲਨਾ ਕਰੋ।

(i) $\frac{5}{6} \square \frac{2}{5}$ (ii) $\frac{3}{4} \square \frac{1}{3}$ (iii) $\frac{3}{7} \square \frac{5}{9}$ (iv) $\frac{7}{10} \square \frac{4}{5}$ (v) $\frac{7}{7} \square 1$

7. ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੀਆਂ ਭਿੰਨਾਂ ਨੂੰ ਵੱਧਦੇ ਕ੍ਰਮ ਵਿੱਚ ਤਰਤੀਬ ਦਿਉ।

(i) $\frac{7}{10}, \frac{3}{10}, \frac{5}{10}$ (ii) $\frac{6}{7}, \frac{1}{7}, \frac{4}{7}$ (iii) $\frac{5}{8}, \frac{7}{8}, \frac{1}{8}, \frac{3}{8}$ (iv) $\frac{5}{7}, \frac{5}{9}, \frac{5}{3}$
 (v) $\frac{3}{11}, \frac{3}{7}, \frac{3}{13}$ (vi) $\frac{1}{4}, \frac{1}{6}, \frac{5}{12}$ (vii) $\frac{2}{7}, \frac{11}{35}, \frac{9}{14}, \frac{13}{28}$ (viii) $\frac{1}{3}, \frac{4}{9}, \frac{5}{12}, \frac{4}{15}$

8. ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੀਆਂ ਭਿੰਨਾਂ ਨੂੰ ਘੱਟਦੇ ਕ੍ਰਮ ਵਿੱਚ ਤਰਤੀਬ ਦਿਉ।

(i) $\frac{5}{9}, \frac{7}{9}, \frac{1}{9}$ (ii) $\frac{3}{11}, \frac{5}{11}, \frac{2}{11}, \frac{7}{11}$ (iii) $\frac{2}{7}, \frac{2}{13}, \frac{2}{9}$
 (iv) $\frac{1}{5}, \frac{1}{3}, \frac{1}{8}, \frac{1}{2}$ (v) $\frac{1}{6}, \frac{5}{12}, \frac{5}{18}, \frac{2}{3}$ (vi) $\frac{3}{4}, \frac{9}{20}, \frac{11}{15}, \frac{17}{30}$

9. ਸਾਕਸ਼ੀ ਆਪਣੀ ਯਾਤਰਾ ਦਾ $\frac{1}{3}$ ਹਿੱਸਾ ਕਾਰ ਰਾਹੀਂ, $\frac{1}{5}$ ਹਿੱਸਾ ਰਿਕਸ਼ਾ ਰਾਹੀਂ ਅਤੇ $\frac{2}{15}$ ਹਿੱਸਾ ਪੈਦਲ ਤੈਅ ਕਰਦੀ ਹੈ। ਪਤਾ ਕਰੋ ਕਿ ਉਸਨੇ ਆਪਣੀ ਯਾਤਰਾ ਦਾ ਵੱਧ ਹਿੱਸਾ ਕਿਹੜੇ ਸਾਧਨ ਰਾਹੀਂ ਤੈਅ ਕੀਤਾ?

10. ਪਿਤਾ ਨੇ ਆਪਣੀ ਸੰਪਤੀ ਤਿੰਨ ਪੁੱਤਰਾਂ ਵਿੱਚ ਵੰਡੀ। ਸਭ ਤੋਂ ਵੱਡੇ ਪੁੱਤਰ ਨੂੰ $\frac{3}{10}$ ਹਿੱਸਾ ਵਿਚਕਾਰ ਵਾਲੇ ਨੂੰ

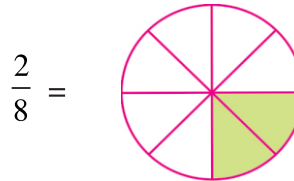
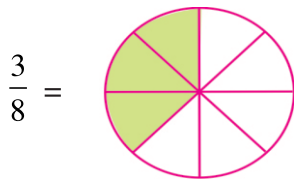
$\frac{1}{6}$ ਹਿੱਸਾ ਅਤੇ ਸਭ ਤੋਂ ਛੋਟੇ ਪੁੱਤਰ ਨੂੰ $\frac{1}{5}$ ਹਿੱਸਾ ਸੰਪਤੀ ਦਾ ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੋਇਆ। ਤਿੰਨਾਂ ਪੁੱਤਰਾਂ ਦੀ ਸੰਪਤੀ ਨੂੰ ਵੱਧਦੇ ਕ੍ਰਮ ਵਿੱਚ ਲਿਖੋ।

5.8 ਭਿੰਨਾਂ ਉਪਰ ਕਿਰਿਆਵਾਂ (Operations on Fractions)

ਪਿਛਲੇ ਭਾਗ ਵਿੱਚ, ਅਸੀਂ ਸਮਾਨ, ਅਸਮਾਨ ਭਿੰਨਾਂ ਅਤੇ ਉਨ੍ਹਾਂ ਦੀ ਤੁਲਨਾ ਬਾਰੇ ਸਿੱਖਿਆ। ਇਸ ਹਿੱਸੇ ਵਿੱਚ, ਅਸੀਂ ਭਿੰਨਾਂ ਦੀ ਜੋੜ ਅਤੇ ਘਟਾਓ ਬਾਰੇ ਸਿੱਖਾਂਗੇ। ਇਹਨਾਂ ਕ੍ਰਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਕਰਨ ਲਈ, ਅਸੀਂ ਕਈ ਵਿਧੀਆਂ/ਢੰਗ ਵਰਤਦੇ ਹਾਂ:-

5.8.1 ਸਮਾਨ ਭਿੰਨਾਂ ਦੀ ਜੋੜ ਅਤੇ ਘਟਾਓ

- **ਜੋੜ :-** ਦਿੱਤੀ ਤਸਵੀਰ ਵੱਲ ਵੇਖੋ, ਇੱਕ ਚੱਕਰ ਵਿੱਚ 8 ਭਾਗ ਹਨ। ਆਓ $\frac{3}{8} + \frac{2}{8}$ ਨੂੰ ਨਿਰੂਪਿਤ ਕਰੀਏ।



ਛਾਇਆ-ਅੰਕਿਤ ਭਾਗ-1 : 8 ਵਿੱਚੋਂ 3 ਹਿੱਸਿਆਂ ਨੂੰ ਹਰਾ ਰੰਗ ਕੀਤਾ ਗਿਆ।

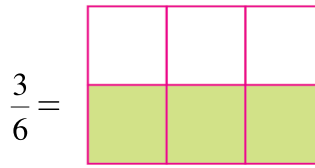
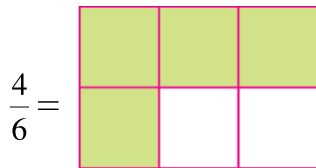
ਛਾਇਆ-ਅੰਕਿਤ ਭਾਗ-2 : 8 ਵਿੱਚੋਂ 2 ਹਿੱਸਿਆਂ ਨੂੰ ਹਰਾ ਰੰਗ ਕੀਤਾ ਗਿਆ।

ਛਾਇਆ ਅੰਕਿਤ ਭਾਗਾਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ ਕਰਨ 'ਤੇ 8 ਵਿੱਚੋਂ 5 ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੁੰਦੇ ਹਨ ਭਾਵ $\frac{5}{8}$

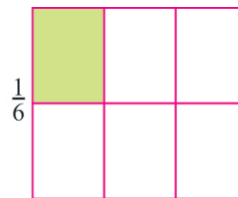
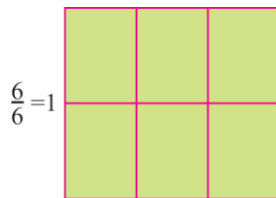
ਭਾਵ $\frac{3}{8} + \frac{2}{8} = \frac{5}{8}$



- ਆਉ $\frac{4}{6} + \frac{3}{6}$ ਭਾਵ ਨੂੰ ਨਿਰੂਪਿਤ ਕਰੀਏ।



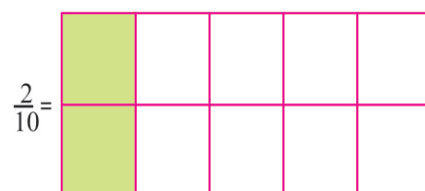
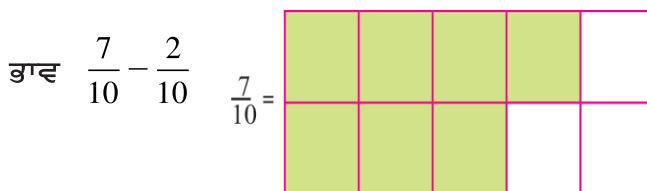
ਛਾਇਆ ਭਾਗ 1 - 6 ਵਿੱਚੋਂ 4 ਖਾਨਿਆਂ ਨੂੰ ਹਰੇ ਰੰਗ ਨਾਲ ਰੰਗਿਆ ਗਿਆ।



ਛਾਇਆ ਭਾਗ 2 - ਇੱਥੇ, ਅਸੀਂ 6 ਵਿੱਚੋਂ 3 ਭਾਗਾਂ ਨੂੰ ਛਾਇਆ ਅੰਕਿਤ ਕਰਨਾ ਹੈ, ਪਰ ਸਾਡੇ ਕੋਲ 2 ਖਾਨੇ ਬਚੇ ਹਨ ਅਤੇ ਅਸੀਂ 2 ਤੋਂ ਵੱਧ ਨੂੰ ਛਾਇਆ ਅੰਕਿਤ ਨਹੀਂ ਕਰ ਸਕਦੇ। ਇਸ ਲਈ 2 ਭਾਗਾਂ ਨੂੰ ਛਾਇਆ-ਅੰਕਿਤ ਕਰਨ ਤੋਂ ਬਾਅਦ ਅਸੀਂ ਉਸੇ ਆਕਾਰ ਦੀ 6 ਭਾਗਾਂ ਵਾਲੀ ਇੱਕ ਹੋਰ ਆਕ੍ਰਿਤੀ ਬਣਾਉਂਦੇ ਹਾਂ ਅਤੇ ਬਾਕੀ 1 ਭਾਗ ਨੂੰ ਇਸ ਆਕ੍ਰਿਤੀ ਵਿੱਚ ਛਾਇਆ ਅੰਕਿਤ ਕਰਦੇ ਹਾਂ।

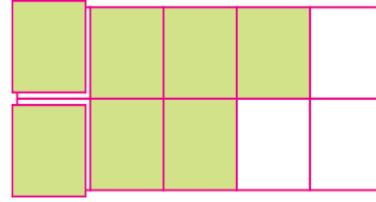
ਭਾਵ $\frac{4}{6} + \frac{3}{6} = \frac{7}{6} = 1\frac{1}{6}$

- ਸਮਾਨ ਭਿੰਨਾਂ ਦੀ ਘਟਾਓ:-** ਆਉ $\frac{7}{10}$ ਵਿੱਚੋਂ $\frac{2}{10}$ ਘਟਾਈਏ



ਪਹਿਲੇ ਡੱਬੇ ਵਿੱਚ (ਚਿੱਤਰ ਵਿੱਚ ਦਿਖਾਏ ਅਨੁਸਾਰ)

- 10 ਵਿੱਚੋਂ 7 ਭਾਗਾਂ ਨੂੰ ਛਾਇਆ-ਅੰਕਿਤ ਕਰੋ
ਇਸੇ ਤਰ੍ਹਾਂ ਦੂਜੇ ਡੱਬੇ (ਚਿੱਤਰ ਵਿੱਚ ਦਿਖਾਏ ਅਨੁਸਾਰ)
10 ਵਿੱਚੋਂ 2 ਨੂੰ ਛਾਇਆ-ਅੰਕਿਤ ਕਰੋ।



- 10 ਵਿੱਚੋਂ 2 ਛਾਇਆ ਅੰਕਿਤ ਭਾਗ ਵੱਖ ਕਰੋ।
ਹੁਣ, ਬਾਕੀ ਛਾਇਆ ਅੰਕਿਤ ਭਾਗ 5 ਹਨ।

$$\text{ਇਸ ਲਈ } \frac{7}{10} - \frac{2}{10} = \frac{5}{10}$$

ਇਸ ਪ੍ਰਕਾਰ, ਦੋ ਜਾਂ ਦੋ ਤੋਂ ਵੱਧ ਸਮਾਨ ਭਿੰਨਾਂ ਦਾ ਜੋੜ ਅਤੇ ਅੰਤਰ ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਤਰੀਕੇ ਨਾਲ ਪਤਾ ਕੀਤਾ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ:-

ਪਗ 1 - ਸਾਰੀਆਂ ਭਿੰਨਾਂ ਦੇ ਅੰਸ਼ਾਂ ਨੂੰ ਜੋੜੋ/ਘਟਾਓ।

ਪਗ 2 - ਸਾਰੀਆਂ ਭਿੰਨਾਂ ਦਾ ਸਾਂਝਾ ਹਰ ਰੱਖੋ।

ਪਗ 1 - ਭਿੰਨ ਨੂੰ ਇਸ ਪ੍ਰਕਾਰ ਲਿਖੋ $\frac{\text{ਅੰਸ਼ਾਂ ਦਾ ਜੋੜ/ਘਟਾਓ}}{\text{ਸਾਂਝਾ ਹਰ}}$

ਉਦਾਹਰਨ 23: ਸਰਲ ਕਰੋ।

$$(i) \frac{3}{10} + \frac{4}{10}$$

$$(ii) \frac{5}{11} + \frac{2}{11} + \frac{1}{11}$$

$$(iii) \frac{5}{14} + \frac{8}{14} + \frac{2}{14}$$

$$(iv) \frac{5}{8} - \frac{3}{8}$$

$$(v) \frac{4}{7} + \frac{5}{7} - \frac{6}{7}$$

$$(vi) \frac{8}{9} - \frac{2}{9} - \frac{3}{9}$$

ਹੱਲ:- (i) $\frac{3}{10} + \frac{4}{10} = \frac{3+4}{10} = \frac{7}{10}$

$$(ii) \frac{5}{11} + \frac{2}{11} + \frac{1}{11} = \frac{5+2+1}{11} = \frac{8}{11}$$

$$(iii) \frac{5}{14} + \frac{8}{14} + \frac{2}{14} = \frac{5+8+2}{14} = \frac{15}{14}$$

$$(iv) \frac{5}{8} - \frac{3}{8} = \frac{5-3}{8} = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$$

$$\left[\frac{2}{8} = \frac{2 \div 2}{8 \div 2} = \frac{1}{4} \right]$$

$$(v) \frac{4}{7} + \frac{5}{7} - \frac{6}{7} = \frac{4+5-6}{7} = \frac{3}{7}$$

$$(vi) \frac{8}{9} - \frac{2}{9} - \frac{3}{9} = \frac{8-2-3}{9} = \frac{3}{9}$$

5.8.2 ਅਸਮਾਨ ਭਿੰਨਾਂ ਦਾ ਜੋੜ/ਘਟਾਓ (Addition/Subtraction of Unlike Fractions)

ਪਿਛਲੇ ਭਾਗ ਵਿੱਚ, ਅਸੀਂ ਸਮਾਨ ਭਿੰਨਾਂ ਦਾ ਜੋੜ ਅਤੇ ਘਟਾਓ ਸਿੱਖਿਆ ਹੈ। ਇਸ ਭਾਗ ਵਿੱਚ, ਅਸੀਂ ਅਸਮਾਨ ਭਿੰਨਾਂ ਦਾ ਜੋੜ ਅਤੇ ਘਟਾਓ ਸਿੱਖਾਂਗੇ। ਸਭ ਤੋਂ ਪਹਿਲਾਂ ਅਸੀਂ ਅਸਮਾਨ ਭਿੰਨਾਂ ਨੂੰ ਸਮਾਨ ਭੁੱਲ ਭਿੰਨਾਂ ਵਿੱਚ ਬਦਲਦੇ ਹਾਂ ਅਤੇ ਫਿਰ ਜੋੜ ਜਾਂ ਘਟਾਓ ਕਰਦੇ ਹਾਂ। ਅਸੀਂ ਇਹਨਾਂ ਪਗਾਂ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਦੇ ਹਾਂ:-

ਪਗ 1 - ਹਰਾਂ ਦਾ ਲ.ਸ.ਵ. ਪਤਾ ਕਰੋ।

ਪਗ 2 - ਹਰੇਕ ਭਿੰਨ ਨੂੰ ਅਜਿਹੀ ਭੁੱਲ ਭਿੰਨ ਵਿੱਚ ਬਦਲੋ ਜਿਸਦਾ ਹਰ, ਪਹਿਲੇ ਪਗ ਵਿੱਚ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕੀਤੇ ਗਏ ਲ.ਸ.ਵ. ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੋਵੇ।

ਪਗ 3 - ਸਮਾਨ ਭਿੰਨਾਂ ਦੀ ਤਰ੍ਹਾਂ ਲੋੜ ਅਨੁਸਾਰ ਜੋੜ ਜਾਂ ਘਟਾਓ ਕਰੋ।
ਆਓ ਹੇਠ ਦਿੱਤੀ ਉਦਾਹਰਨ ਰਾਹੀਂ ਸਮਝੀਏ:-

ਉਦਾਹਰਨ 24:- $\frac{2}{3}$ ਅਤੇ $\frac{3}{10}$ ਨੂੰ ਜੋੜੋ।

ਹੱਲ:- $\frac{2}{3}$ ਅਤੇ $\frac{3}{10}$, ਨੂੰ ਜੋੜਨ ਲਈ, ਅਸੀਂ ਹਰਾਂ 3 ਅਤੇ 10 ਦਾ ਲ.ਸ.ਵ. = 30 ਲੈਂਦੇ ਹਾਂ।

ਦਿੱਤੀਆਂ ਭਿੰਨਾਂ ਨੂੰ ਹਰ 30 ਵਾਲੀਆਂ ਭੁੱਲ ਭਿੰਨਾਂ ਵਿੱਚ ਬਦਲਦੇ ਹਾਂ

$$\frac{2}{3} = \frac{2 \times 10}{3 \times 10} = \frac{20}{30} \text{ ਅਤੇ } \frac{3}{10} = \frac{3 \times 3}{10 \times 3} = \frac{9}{30}$$

$$\text{ਇਸ ਪ੍ਰਕਾਰ } \frac{2}{3} + \frac{3}{10} = \frac{20}{30} + \frac{9}{30} = \frac{20+9}{30} = \frac{29}{30}$$

ਬਦਲਵੀਂ ਵਿਧੀ:-
$$\frac{(\text{ਪਹਿਲੀ ਭਿੰਨ}) \times \text{ਲ.ਸ.ਵ.} + (\text{ਦੂਸਰੀ ਭਿੰਨ}) \times \text{ਲ.ਸ.ਵ.}}{\text{ਹਰਾਂ ਦਾ ਲ.ਸ.ਵ.}}$$

$$\text{ਭਾਵ } \frac{\frac{2}{3} \times 30 + \frac{3}{10} \times 30}{30} = \frac{2 \times 10 + 3 \times 3}{30} = \frac{20+9}{30} = \frac{29}{30}$$

ਬਦਲਵੀਂ ਵਿਧੀ:- ਤਿਰਛੀ ਗੁਣਾ ਵਿਧੀ

$$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times d + b \times c}{b \times d}$$

$$\text{ਇਸ ਪ੍ਰਕਾਰ } \frac{2}{3} + \frac{3}{10} = \frac{2 \times 10 + 3 \times 3}{3 \times 10} = \frac{20+9}{30} = \frac{29}{30}$$

ਇਹ ਉਦੋਂ ਲਾਗੂ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਜਦੋਂ ਹਰਾਂ ਵਿੱਚ ਕੋਈ ਸਾਂਝਾ ਗੁਣਨਖੰਡ ਨਾ ਹੋਵੇ।

ਉਦਾਹਰਨ 25:- $\frac{5}{6} + \frac{1}{4}$ ਨੂੰ ਜੋੜੋ।

ਹੱਲ:- $\frac{5}{6} + \frac{1}{4}$, ਨੂੰ ਜੋੜਨ ਲਈ, ਅਸੀਂ ਹਰਾਂ 6 ਅਤੇ 4 ਦਾ ਲ.ਸ.ਵ. = 12 ਲੈਂਦੇ ਹਾਂ।

ਹੁਣ ਅਸੀਂ ਦਿੱਤੀਆਂ ਭਿੰਨਾਂ ਨੂੰ ਹਰ 12 ਵਾਲੀਆਂ ਭੁੱਲ ਭਿੰਨਾਂ ਵਿੱਚ ਬਦਲਦੇ ਹਾਂ

$$\frac{5}{6} = \frac{5 \times 2}{6 \times 2} = \frac{10}{12} \text{ ਅਤੇ } \frac{1}{4} = \frac{1 \times 3}{4 \times 3} = \frac{3}{12}$$

$$\text{ਇਸ ਪ੍ਰਕਾਰ } \frac{5}{6} + \frac{1}{4} = \frac{10}{12} + \frac{3}{12} = \frac{10+3}{12} = \frac{13}{12}$$

2	6, 4
3, 2	
ਲ.ਸ.ਵ. = $2 \times 3 \times 2 = 12$	

ਬਦਲਵੀਂ ਵਿਧੀ:- $\frac{(\text{ਪਹਿਲੀ ਭਿੰਨ}) \times \text{ਲ.ਸ.ਵ.} + (\text{ਦੂਸਰੀ ਭਿੰਨ}) \times \text{ਲ.ਸ.ਵ.}}{\text{ਹਰਾਂ ਦਾ ਲ.ਸ.ਵ.}}$

$$\text{ਭਾਵ } \frac{\left[\frac{5}{6} \times 12\right] + \left[\frac{1}{4} \times 12\right]}{12} = \frac{10 + 3}{12} = \frac{13}{12}$$

ਉਦਾਹਰਨ 26:- $3\frac{1}{4} + 2\frac{4}{5}$ ਨੂੰ ਜੋੜੋ।

ਹੱਲ:- ਮਿਸ਼ਰਿਤ ਭਿੰਨਾਂ ਨੂੰ ਅਣਉਚਿਤ ਭਿੰਨਾਂ ਵਿੱਚ ਬਦਲੋ

$$\begin{aligned}\text{ਭਾਵ } 3\frac{1}{4} + 2\frac{4}{5} &= \frac{13}{4} + \frac{14}{5} \\ &= \frac{13 \times 5}{4 \times 5} + \frac{14 \times 4}{5 \times 4} = \frac{65}{20} + \frac{56}{20} \\ &= \frac{65 + 56}{20} = \frac{121}{20} = 6\frac{1}{20}\end{aligned}$$

ਬਦਲਵੀਂ ਵਿਧੀ:-

$$\begin{aligned}&3\frac{1}{4} + 2\frac{4}{5} \\ &= 3 + \frac{1}{4} + 2 + \frac{4}{5} = 5 + \left[\frac{1}{4} + \frac{4}{5}\right] \\ &= 5 + \left(\frac{1 \times 5}{4 \times 5} + \frac{4 \times 4}{5 \times 4}\right) \\ &= 5 + \left(\frac{5}{20} + \frac{16}{20}\right) \\ &= 5 + \left(\frac{21}{20}\right) = 5 + \left(1\frac{1}{20}\right) \\ &= 5 + 1 + \frac{1}{20} = 6 + \frac{1}{20} = 6\frac{1}{20}\end{aligned}$$

[\because 4 ਅਤੇ 5 ਦਾ ਲ.ਸ.ਵ. 20 ਹੈ, ਇਸ ਲਈ ਹਰੇਕ ਭਿੰਨ ਨੂੰ ਹਰ 20 ਵਾਲੀ ਭੁੱਲ ਭਿੰਨ ਵਿੱਚ ਬਦਲੋ]

$$\begin{array}{r} \because 20 \overline{)121} \quad 6 \\ \underline{-120} \\ 1 \end{array}$$

ਹਰ 20 ਵਾਲੀਆਂ ਭੁੱਲ ਭਿੰਨਾਂ ਵਿੱਚ ਬਦਲੋ।

$$\begin{array}{r} \because 20 \overline{)21} \quad 1 \\ \underline{-20} \\ 1 \end{array}$$

ਉਦਾਹਰਨ 27: ਸਰਲ ਕਰੋ।

(i) $\frac{3}{4} - \frac{5}{8}$ (ii) $\frac{2}{3} - \frac{1}{4}$

ਹੱਲ:- (i) $\frac{3}{4} - \frac{5}{8}$

$\frac{3}{4}$ ਅਤੇ $\frac{5}{8}$ ਦੀ ਘਟਾਓ ਲਈ, ਅਸੀਂ ਹਰਾਂ 4 ਅਤੇ 8 ਦਾ ਲ.ਸ.ਵ. (= 8) ਲੈਂਦੇ ਹਾਂ।

ਹੁਣ ਹਰ 8 ਵਾਲੀਆਂ ਤੁੱਲ ਭਿੰਨਾਂ:

$$\frac{3}{4} = \frac{3 \times 2}{4 \times 2} = \frac{6}{8} \quad \text{ਅਤੇ} \quad \frac{5}{8}$$

$$\text{ਇਸ ਪ੍ਰਕਾਰ, } \frac{3}{4} - \frac{5}{8} = \frac{6}{8} - \frac{5}{8} = \frac{6-5}{8} = \frac{1}{8}$$

2	4, 8
2	2, 4
	1, 2

ਲ.ਸ.ਵ. = $2 \times 2 \times 2 = 8$

(ii) $\frac{2}{3} - \frac{1}{4}$

$\frac{2}{3}$ ਅਤੇ $\frac{1}{4}$ ਦੀ ਘਟਾਓ ਕਰਨ ਲਈ, ਅਸੀਂ ਹਰਾਂ 3 ਅਤੇ 4 ਦਾ ਲ.ਸ.ਵ. (= 12) ਲੈਂਦੇ ਹਾਂ

$$\text{ਇਸ ਲਈ } \frac{2}{3} - \frac{1}{4} = \frac{2 \times 4}{3 \times 4} - \frac{1 \times 3}{4 \times 3}$$

$$= \frac{8}{12} - \frac{3}{12} = \frac{8-3}{12} = \frac{5}{12}$$

ਉਦਾਹਰਨ 28:- $4\frac{3}{5}$ ਵਿੱਚੋਂ $1\frac{1}{2}$ ਘਟਾਓ।

ਹੱਲ:- (i) $4\frac{3}{5} - 1\frac{1}{2}$

ਪਹਿਲਾਂ ਮਿਸ਼ਰਿਤ ਭਿੰਨਾਂ ਨੂੰ ਅਣਉਚਿਤ ਭਿੰਨਾਂ ਵਿੱਚ ਬਦਲੋ।

$$\text{ਭਾਵ } 4\frac{3}{5} - 1\frac{1}{2} = \frac{23}{5} - \frac{3}{2}$$

$$= \frac{23 \times 2}{5 \times 2} - \frac{3 \times 5}{2 \times 5}$$

$$= \frac{46}{10} - \frac{15}{10} = \frac{46-15}{10}$$

$$= \frac{31}{10} = 3\frac{1}{10}$$

[\because 5 ਅਤੇ 2 ਦਾ ਲ.ਸ.ਵ. 10 ਹੈ, ਇਸ ਲਈ ਹਰੇਕ ਭਿੰਨ ਨੂੰ ਹਰ 10 ਵਾਲੀ ਤੁੱਲ ਭਿੰਨ ਵਿੱਚ ਬਦਲੋ]

$$\begin{array}{r} \because 10 \overline{) 31} \text{ } 3 \\ \underline{-30} \\ 1 \end{array}$$

ਬਦਲਵੀਂ ਵਿਧੀ:- $4\frac{3}{5} - 1\frac{1}{2} = (4 - 1) + \left(\frac{3}{5} - \frac{1}{2}\right)$

$$= 3 + \left(\frac{3 \times 2}{5 \times 2} - \frac{1 \times 5}{2 \times 5} \right) = 3 + \left(\frac{6}{10} - \frac{5}{10} \right)$$

$$= 3 + \frac{1}{10} = 3 \frac{1}{10}$$

ਉਦਾਹਰਨ 29: ਸਰਲ ਕਰੋ।

(i) $\frac{2}{3} + \frac{3}{8} - \frac{5}{6}$ (ii) $\frac{3}{5} + \frac{7}{10} - \frac{1}{4}$ (iii) $\frac{5}{12} - \frac{1}{6} + \frac{4}{15}$

ਹੱਲ:- (i) $\frac{2}{3} + \frac{3}{8} - \frac{5}{6}$

ਸਭ ਤੋਂ ਪਹਿਲਾਂ 3, 8 ਅਤੇ 6 ਦਾ ਲ.ਸ.ਵ. (= 24) ਲਵੋ, ਫਿਰ ਹਰੇਕ ਭਿੰਨ ਨੂੰ ਹਰ 24 ਵਾਲੀ ਭੁੱਲ ਭਿੰਨ ਵਿੱਚ ਬਦਲੋ।

$$\therefore \frac{2}{3} + \frac{3}{8} - \frac{5}{6} = \frac{2 \times 8}{3 \times 8} + \frac{3 \times 3}{8 \times 3} - \frac{5 \times 4}{6 \times 4}$$

$$= \frac{16}{24} + \frac{9}{24} - \frac{20}{24} = \frac{16 + 9 - 20}{24} = \frac{5}{24}$$

3	3, 8, 6
2	1, 8, 2
2	1, 4, 1
	1, 2, 1

ਲ.ਸ.ਵ. = $3 \times 2 \times 4 = 24$

(ii) $\frac{3}{5} + \frac{7}{10} - \frac{1}{4}$

ਸਭ ਤੋਂ ਪਹਿਲਾਂ 5, 10 ਅਤੇ 4 ਦਾ ਲ.ਸ.ਵ. (= 20) ਲਵੋ, ਫਿਰ ਹਰੇਕ ਭਿੰਨ ਨੂੰ ਹਰ 20 ਵਾਲੀ ਭੁੱਲ ਭਿੰਨ ਵਿੱਚ ਬਦਲੋ।

$$\therefore \frac{3}{5} + \frac{7}{10} - \frac{1}{4} = \frac{3 \times 4}{5 \times 4} + \frac{7 \times 2}{10 \times 2} - \frac{1 \times 5}{4 \times 5}$$

$$= \frac{12}{20} + \frac{14}{20} - \frac{5}{20} = \frac{12 + 14 - 5}{20} = \frac{21}{20}$$

2	5, 10, 4
5	5, 5, 2
	1, 1, 2

ਲ.ਸ.ਵ. = $2 \times 5 \times 2 = 20$

(iii) $\frac{5}{12} - \frac{1}{6} + \frac{4}{15}$

ਹਰ ਦਾ ਲ.ਸ.ਵ. = 60

$$= \frac{5 \times 5}{12 \times 5} - \frac{1 \times 10}{6 \times 10} + \frac{4 \times 4}{15 \times 4}$$

$$= \frac{25}{60} - \frac{10}{60} + \frac{16}{60} = \frac{25 - 10 + 16}{60} = \frac{31}{60}$$

2	12, 6, 15
3	6, 3, 15
	2, 1, 5

ਲ.ਸ.ਵ. = $2 \times 3 \times 2 \times 5 = 60$

5.8.3 ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਨਾਲ ਭਿੰਨ ਦਾ ਜੋੜ ਜਾਂ ਘਟਾਓ

ਇਸ ਭਾਗ ਵਿੱਚ, ਅਸੀਂ ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਨਾਲ ਭਿੰਨ ਦਾ ਜੋੜ ਜਾਂ ਘਟਾਓ ਸਿੱਖਾਂਗੇ। ਅਸੀਂ ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਦੇ ਹਰ ਵਿੱਚ 1 ਲਿਖ ਕੇ ਇਸਨੂੰ ਭਿੰਨ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਪ੍ਰਗਟ ਕਰਦੇ ਹਾਂ।

ਉਦਾਹਰਨ 30: ਸਰਲ ਕਰੋ।

$$(i) 4 + \frac{2}{3} \quad (ii) 2 - \frac{5}{6}$$

ਹੱਲ:- (i) $4 + \frac{2}{3} = \frac{4}{1} + \frac{2}{3} = \frac{4 \times 3}{1 \times 3} + \frac{2}{3}$

$$= \frac{4 \times 3 + 2 \times 1}{3} = \frac{12 + 2}{3} = \frac{14}{3} = 4\frac{2}{3}$$

ਬਦਲਵੀਂ ਵਿਧੀ:- ਜੋੜ ਵਿੱਚ, ਅਸੀਂ ਇਸ ਨੂੰ ਸਿੱਧਾ ਵੀ ਲਿਖ ਸਕਦੇ ਹਾਂ

ਭਾਵ $4 + \frac{2}{3} = 4\frac{2}{3}$

$$(ii) 2 - \frac{5}{6} = \frac{2}{1} - \frac{5}{6}$$

$$= \frac{2 \times 6}{1 \times 6} - \frac{5}{6} = \frac{12}{6} - \frac{5}{6}$$

$$= \frac{12 - 5}{6} = \frac{7}{6} = 1\frac{1}{6}$$

(\because 1 ਅਤੇ 3 ਦਾ ਲ.ਸ.ਵ. 3 ਹੈ।)

$$\begin{array}{r} 6 \overline{) 7} 1 \\ -6 \\ \hline 1 \end{array}$$

ਉਦਾਹਰਨ 31:- ਸੋਫੀਆ ਸਵੇਰ ਵੇਲੇ $\frac{3}{8}$ ਕਿ.ਮੀ ਦੌੜੀ ਅਤੇ ਸ਼ਾਮ ਵੇਲੇ $2\frac{7}{10}$ ਕਿ.ਮੀ ਦੌੜੀ। ਉਹ ਉਸ ਦਿਨ ਕਿੰਨਾ ਦੌੜੀ?

ਹੱਲ:- ਸੋਫੀਆ ਜਿੰਨਾ ਕੁੱਲ ਦੂਰੀ ਤੱਕ ਦੌੜੀ = $\frac{3}{8} + 2\frac{7}{10}$

$$= \frac{3}{8} + \frac{27}{10}$$

$$= \frac{3 \times 5}{8 \times 5} + \frac{27 \times 4}{10 \times 4}$$

$$= \frac{15}{40} + \frac{108}{40} = \frac{15 + 108}{40} = \frac{123}{40} = 3\frac{3}{40}$$

\therefore ਸੋਫੀਆ ਉਸ ਦਿਨ $3\frac{3}{40}$ ਕਿ.ਮੀ ਦੌੜੀ।

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 8, 10} \\ 4, 5 \end{array}$$

8 ਅਤੇ 10 ਦਾ ਲ.ਸ.ਵ. = $2 \times 4 \times 5 = 40$

$$\begin{array}{r} \because 40 \overline{) 123} 3 \\ -120 \\ \hline 3 \end{array}$$

ਉਦਾਹਰਨ 32:- ਇੱਕ $3\frac{3}{4}$ ਮੀਟਰ ਲੰਬਾ ਤਾਰ ਦਾ ਟੁਕੜਾ ਦੋ ਹਿੱਸਿਆਂ ਵਿੱਚ ਕੱਟਿਆ ਗਿਆ। ਦੋਵਾਂ ਵਿੱਚੋਂ ਇੱਕ

ਟੁਕੜਾ $2\frac{5}{6}$ ਮੀਟਰ ਲੰਬਾ ਹੈ ਤਾਂ ਦੂਸਰਾ ਟੁਕੜਾ ਕਿੰਨਾ ਲੰਬਾ ਹੈ?

ਹੱਲ:- ਦੂਸਰੇ ਟੁਕੜੇ ਦੀ ਲੰਬਾਈ = $3\frac{3}{4} - 2\frac{5}{6}$

$$= \frac{15}{4} - \frac{17}{6} \quad (\because 4 \text{ ਅਤੇ } 6 \text{ ਦਾ ਲ.ਸ.ਵ.} = 12)$$

$$= \frac{15 \times 3}{4 \times 3} - \frac{17 \times 2}{6 \times 2} = \frac{45}{12} - \frac{34}{12} = \frac{45 - 34}{12} = \frac{11}{12}$$

ਇਸ ਲਈ, ਦੂਸਰੇ ਟੁਕੜੇ ਦੀ ਲੰਬਾਈ $\frac{11}{12}$ ਮੀਟਰ ਹੈ।

ਉਦਾਹਰਨ 33:- ਪੰਕਜ ਨੇ ਇੱਕ ਕਾਪੀ ₹ $11\frac{1}{2}$ ਵਿੱਚ, ਇੱਕ ਪੈਨਸਿਲ ₹ $2\frac{3}{4}$ ਵਿੱਚ ਅਤੇ ਰੰਗਾਂ ਦੀ ਡੱਬੀ ₹ $3\frac{1}{4}$ ਵਿੱਚ ਖਰੀਦੀ। ਉਸਨੇ ਕਿੰਨੇ ਰੁਪਏ ਖਰਚ ਕੀਤੇ?

ਹੱਲ:- ਕੁੱਲ ਰੁਪਏ ਜੋ ਉਸਨੇ ਖਰਚ ਕੀਤੇ = $11\frac{1}{2} + 2\frac{3}{4} + 3\frac{1}{4}$

$$= \frac{23}{2} + \frac{11}{4} + \frac{13}{4} \quad (\because 2, 4, 5 \text{ ਦਾ ਲ.ਸ.ਵ.} = 20)$$

$$= \frac{23 \times 2}{2 \times 2} + \frac{11}{4} + \frac{13}{4}$$

$$= \frac{46}{4} + \frac{11}{4} + \frac{13}{4} = \frac{46 + 11 + 13}{4}$$

$$= \frac{70}{4} = \frac{35}{2} = 17\frac{1}{2}$$

ਉਸਨੇ ਕੁੱਲ ₹ $17\frac{1}{2}$ ਖਰਚ ਕੀਤੇ।

$$\begin{array}{r} 20 \overline{) 413} \quad (20 \\ -400 \\ \hline 13 \end{array}$$

ਅਭਿਆਸ 5.5

1. ਹੇਠ ਲਿਖਿਆਂ ਨੂੰ ਜੋੜੋ।

- | | | | |
|---------------------------------|--|---|---|
| (i) $\frac{3}{7} + \frac{2}{7}$ | (ii) $\frac{2}{11} + \frac{4}{11}$ | (iii) $\frac{6}{13} + \frac{5}{13}$ | (iv) $\frac{5}{14} + \frac{9}{14} + \frac{3}{14}$ |
| (v) $\frac{1}{4} + \frac{2}{3}$ | (vi) $\frac{1}{6} + \frac{5}{12}$ | (vii) $\frac{3}{10} + \frac{4}{15}$ | (viii) $\frac{3}{8} + \frac{1}{4}$ |
| (ix) $\frac{5}{9} + 4$ | (x) $\frac{4}{7} + \frac{2}{3} + \frac{5}{21}$ | (xi) $\frac{3}{4} + \frac{7}{12} + \frac{2}{3}$ | (xii) $\frac{3}{5} + \frac{1}{3}$ |

2. ਹੇਠ ਲਿਖਿਆਂ ਨੂੰ ਘਟਾਓ।

- (i) $\frac{5}{9} - \frac{2}{9}$ (ii) $\frac{6}{17} - \frac{3}{17}$ (iii) $\frac{7}{10} - \frac{3}{10}$ (iv) $\frac{11}{13} - \frac{6}{13} - \frac{2}{13}$
- (v) $\frac{5}{12} - \frac{1}{4}$ (vi) $\frac{3}{5} - \frac{2}{10}$ (vii) $\frac{6}{7} - \frac{2}{3}$ (viii) $\frac{5}{6} - \frac{1}{4}$
- (ix) $\frac{8}{3} - \frac{5}{9}$ (x) $2 - \frac{1}{7}$ (xi) $\frac{13}{7} - \frac{3}{4} - \frac{1}{14}$ (xii) $\frac{17}{24} - \frac{5}{16} - \frac{1}{3}$

3. ਹੇਠ ਲਿਖਿਆਂ ਨੂੰ ਸਰਲ ਕਰੋ।

- (i) $4\frac{2}{5} + 2\frac{1}{5}$ (ii) $5\frac{3}{4} + 2\frac{1}{6}$ (iii) $6\frac{1}{2} + 2\frac{2}{3}$ (iv) $4\frac{3}{4} - 1\frac{5}{6}$
- (v) $2\frac{7}{10} - 1\frac{2}{15}$ (vi) $5 - 3\frac{1}{2}$ (vii) $7 + \frac{7}{4} + 5\frac{1}{6}$ (viii) $2\frac{1}{8} + 1\frac{1}{2} - \frac{7}{16}$
- (ix) $5\frac{2}{3} + 6 - 3\frac{1}{4}$ (x) $2 - \frac{7}{16}$ (xi) $6 + 1\frac{1}{2}$ (xii) $2\frac{5}{6} - 3\frac{5}{8} + 2$

4. ਲੋਹੇ ਦਾ $6\frac{2}{3}$ ਮੀਟਰ ਲੰਬਾ ਇੱਕ ਪਾਇਪ ਦੇ ਹਿੱਸਿਆਂ ਵਿੱਚ ਕੱਟਿਆ ਗਿਆ। ਇੱਕ ਟੁੱਕੜਾ $4\frac{3}{7}$ ਮੀਟਰ ਲੰਬਾ ਹੈ। ਦੂਸਰੇ ਟੁੱਕੜੇ ਦੀ ਲੰਬਾਈ ਕੀ ਹੈ?

5. ਅਸ਼ੋਕ ਨੇ $\frac{7}{10}$ ਕਿ.ਗ੍ਰਾ. ਅੰਬ ਖਰੀਦੇ ਅਤੇ ਤਰੁਣ ਨੇ $\frac{11}{15}$ ਕਿ.ਗ੍ਰਾ. ਸੇਬ ਖਰੀਦੇ। ਉਹਨਾਂ ਨੇ ਕੁੱਲ ਕਿੰਨੇ ਕਿ.ਗ੍ਰਾ. ਫਲ ਖਰੀਦੇ?

6. ਅਵੀ ਨੇ ਆਪਣੇ ਘਰ ਦੇ ਕੰਮ ਦਾ $\frac{3}{5}$ ਸ਼ਨੀਵਾਰ ਨੂੰ ਕੀਤਾ ਅਤੇ ਉਸੇ ਕੰਮ ਦਾ $\frac{1}{10}$ ਐਤਵਾਰ ਨੂੰ ਕੀਤਾ। ਉਸਨੇ ਹਫ਼ਤੇ ਦੇ ਅੰਤਲੇ ਦੋ ਦਿਨਾਂ ਵਿੱਚ ਕੁੱਲ ਕਿੰਨਾ ਕੰਮ ਕੀਤਾ?

7. ਚਰਨ ਨੇ ਆਪਣੇ ਜੇਬ ਖਰਚ ਦਾ $\frac{1}{4}$ ਹਿੱਸਾ ਫਿਲਮ ਵੇਖਣ 'ਤੇ ਅਤੇ $\frac{3}{8}$ ਹਿੱਸਾ ਨਵੇਂ ਪੈਂਨ ਖਰੀਦਨ ਲਈ ਅਤੇ $\frac{1}{8}$ ਹਿੱਸਾ ਇੱਕ ਪੈਂਸਿਲ ਖਰੀਦਨ ਲਈ ਖਰਚ ਕੀਤਾ। ਉਸਨੇ ਆਪਣੇ ਜੇਬ ਖਰਚੇ ਦਾ ਕਿੰਨਾ ਹਿੱਸਾ ਖਰਚ ਕੀਤਾ?

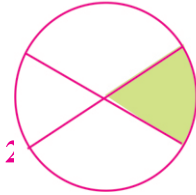
8. ਸਿਮਰ ਸਕੂਲ ਤੋਂ 4 ਕਿ.ਮੀ. ਦੀ ਦੂਰੀ 'ਤੇ ਰਹਿੰਦਾ ਹੈ। ਪ੍ਰਭਜੋਤ, ਸਿਮਰ ਦੀ ਸਕੂਲ ਤੋਂ ਦੂਰੀ ਤੋਂ $\frac{2}{3}$ ਕਿ.ਮੀ. ਘੱਟ ਦੂਰੀ 'ਤੇ ਰਹਿੰਦਾ ਹੈ। ਪ੍ਰਭਜੋਤ ਸਕੂਲ ਤੋਂ ਕਿੰਨੀ ਦੂਰੀ 'ਤੇ ਰਹਿੰਦਾ ਹੈ?



● ਬਹੁ ਵਿਕਲਪੀ ਪ੍ਰਸ਼ਨ ●

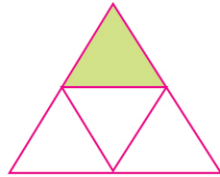
1. ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੀਆਂ ਵਿੱਚੋਂ ਕਿਹੜੀ ਉਚਿਤ ਭਿੰਨ ਨਹੀਂ ਹੈ?

(a)



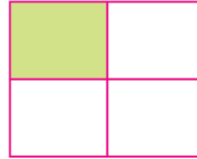
(a) $\frac{5}{5}$

(b)



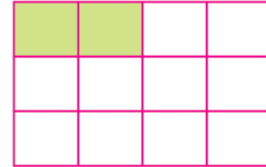
(b) $\frac{12}{11}$

(c)



(c) $\frac{7}{9}$

(d)



(d) 7

3. ਹੇਠ ਦਿੱਤੀਆਂ ਵਿੱਚੋਂ ਕਿਹੜੀ ਮਿਸ਼ਰਤ ਭਿੰਨ ਹੈ?

(a) $\frac{5}{8}$

(b) $2\frac{3}{4}$

(c) $\frac{7}{11}$

(d) $\frac{15}{16}$

4. ਭਿੰਨਾਂ, ਜਿੰਨ੍ਹਾਂ ਦਾ ਅੰਸ਼ 1 ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਭਿੰਨਾਂ ਅਖਵਾਉਂਦੀਆਂ ਹਨ।

(a) ਸਮਾਨ

(b) ਅਸਮਾਨ

(c) ਇਕਾਈ

(d) ਉਚਿਤ

5. ਭਿੰਨਾਂ, ਜਿੰਨ੍ਹਾਂ ਦੇ ਹਰ ਸਮਾਨ ਹੁੰਦੇ ਹਨ ਭਿੰਨਾਂ ਅਖਵਾਉਂਦੀਆਂ ਹਨ।

(a) ਉਚਿਤ

(b) ਇਕਾਈ

(c) ਅਣਉਚਿਤ

(d) ਸਮਾਨ

6. ਵੱਖ ਵੱਖ ਹਰ ਵਾਲੀਆਂ ਭਿੰਨਾਂ ਭਿੰਨਾਂ ਅਖਵਾਉਂਦੀਆਂ ਹਨ।

(a) ਅਸਮਾਨ

(b) ਸਮਾਨ

(c) ਅਣਉਚਿਤ

(d) ਇਕਾਈ

7. 8 ਘੰਟਿਆਂ ਨੂੰ 1 ਦਿਨ ਦੀ ਭਿੰਨ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਦਰਸਾਓ।

(a) $\frac{2}{3}$

(b) $\frac{1}{3}$

(c) $\frac{8}{1}$

(d) $\frac{1}{8}$

8. ₹ 20 ਦਾ $\frac{2}{5}$ ਪਤਾ ਕਰੋ।

(a) ₹ 8

(b) ₹ 10

(c) ₹ 12

(d) ₹ 40

9. $\frac{19}{4}$ ਨੂੰ ਮਿਸ਼ਰਤ ਭਿੰਨ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਲਿਖੋ।

(a) $3\frac{4}{5}$

(b) $4\frac{4}{3}$

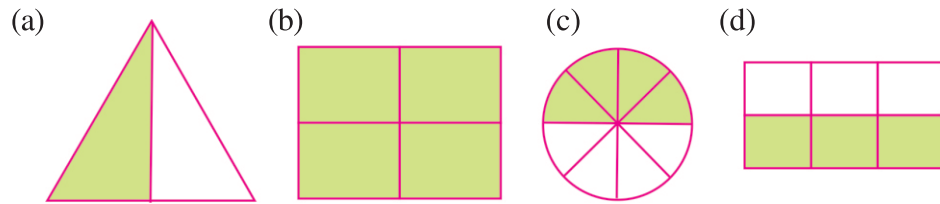
(c) $4\frac{3}{4}$

(d) $5\frac{1}{4}$

10. $7\frac{2}{3} = \dots\dots\dots$

- (a) $\frac{17}{3}$ (b) $\frac{23}{3}$ (c) $\frac{13}{3}$ (d) $\frac{42}{3}$

11. ਹੇਠ ਦਿੱਤੀਆਂ ਆਕ੍ਰਿਤੀਆਂ ਵਿੱਚੋਂ ਕਿਹੜੀ ਅਣਉਚਿਤ ਭਿੰਨ ਨੂੰ ਦਰਸਾਉਂਦੀ ਹੈ।



12. ਹੇਠ ਲਿਖਿਆਂ ਵਿੱਚੋਂ ਕਿਹੜੀ ਭਿੰਨ $\frac{5}{7}$ ਦੀ ਤੁੱਲ ਹੈ?

- (a) $\frac{25}{49}$ (b) $\frac{20}{35}$ (c) $\frac{35}{49}$ (d) $\frac{35}{28}$

13. $\frac{5}{8} = \frac{20}{\square}$ ਵਿੱਚ \square ਨੂੰ ਸਹੀ ਸੰਖਿਆ ਨਾਲ ਬਦਲੋ।

- (a) 32 (b) 24 (c) 40 (d) 16

14. ਹੇਠ ਦਿੱਤੀਆਂ ਵਿੱਚੋਂ ਕਿਹੜੀਆਂ ਭਿੰਨਾਂ ਵੱਧਦੇ ਕ੍ਰਮ ਵਿੱਚ ਹਨ?

- (a) $\frac{2}{3}, \frac{2}{7}, \frac{2}{5}$ (b) $\frac{2}{3}, \frac{2}{5}, \frac{2}{7}$
(c) $\frac{2}{7}, \frac{2}{3}, \frac{2}{5}$ (d) $\frac{2}{7}, \frac{2}{5}, \frac{2}{3}$

15. ਹੇਠ ਦਿੱਤੀਆਂ ਵਿੱਚੋਂ ਕਿਹੜੀਆਂ ਭਿੰਨਾਂ ਘੱਟਦੇ ਕ੍ਰਮ ਵਿੱਚ ਹਨ?

- (a) $\frac{1}{8}, \frac{1}{3}, \frac{1}{9}$ (b) $\frac{1}{3}, \frac{1}{8}, \frac{1}{9}$
(c) $\frac{1}{8}, \frac{1}{9}, \frac{1}{3}$ (d) $\frac{1}{3}, \frac{1}{9}, \frac{1}{8}$

16. $\frac{4}{6} + \frac{3}{6} = \dots\dots\dots$

- (a) $\frac{7}{12}$ (b) $\frac{7}{8}$ (c) $1\frac{1}{6}$ (d) $1\frac{1}{12}$

17. $\frac{4}{9} + \frac{5}{9} - \frac{2}{9} = \dots\dots\dots$

- (a) $\frac{7}{9}$ (b) $\frac{7}{18}$ (c) $\frac{11}{9}$ (d) $\frac{5}{9}$

18. $\frac{2}{3} + \frac{1}{6} = \dots\dots\dots$

- (a) $\frac{3}{9}$ (b) $\frac{5}{6}$ (c) $\frac{7}{6}$ (d) $\frac{5}{9}$

19. $4 - \frac{1}{3} = \dots\dots\dots$

- (a) $4\frac{1}{3}$ (b) $3\frac{1}{3}$ (c) $4\frac{2}{3}$ (d) $3\frac{2}{3}$



● ਸਿੱਖਣ ਦੇ ਪਰਿਵਾਸ ●

ਇਸ ਅਧਿਆਇ ਦੀ ਪੁਰਨਤਾ ਦੇ ਬਾਅਦ ਹੁਣ, ਵਿਦਿਆਰਥੀ :

- ਵੱਖ ਵੱਖ ਭਿੰਨਾਂ ਨੂੰ ਅਤੇ ਉਹਨਾਂ ਦੇ ਚਿੱਤਰਾਤਮਕ ਨਿਰੂਪਣ ਨੂੰ ਪਹਿਚਾਨਣ ਦੇ ਯੋਗ ਹਨ।
- ਭਿੰਨਾਂ ਦੀ ਰੋਜ਼ਾਨਾ ਜੀਵਨ ਵਿੱਚ ਵਰਤੋਂ ਕਰਨ ਦੇ ਯੋਗ ਹਨ।
- ਵੱਖ-ਵੱਖ ਇਕਾਈਆਂ ਜਿਵੇਂ ਰੁਪਏ, ਲੰਬਾਈ ਅਤੇ ਤਾਪਮਾਨ, ਵਿੱਚ ਭਿੰਨਾਂ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਦੇ ਯੋਗ ਹਨ।



ਉੱਤਰਮਾਲਾ

ਅਭਿਆਸ 5.1

1. (i) $\frac{1}{4}$ (ii) $\frac{5}{8}$ (iii) $\frac{4}{9}$ (iv) $\frac{5}{8}$ (v) $\frac{7}{16}$ (vi) $\frac{3}{3}$ (vii) $\frac{2}{5}$ (viii) $\frac{4}{7}$

3. (i) $\frac{3}{4}$ (ii) $\frac{7}{10}$ (iii) $\frac{1}{4}$ (iv) $\frac{5}{8}$ (v) $\frac{3}{12}$

4. (i) $\frac{5}{9}$ (ii) $\frac{2}{11}$ (iii) $\frac{6}{7}$

5. (i) ਅੰਸ਼ = 2, ਹਰ = 3 (ii) ਅੰਸ਼ = 1, ਹਰ = 4 (iii) ਅੰਸ਼ = 5, ਹਰ = 11
(iv) ਅੰਸ਼ = 9, ਹਰ = 13 (v) ਅੰਸ਼ = 17, ਹਰ = 16

6. (i) $\frac{1}{7}$ (ii) $\frac{40}{60}$ ਜਾਂ $\frac{2}{3}$ (iii) $\frac{15}{24}$ ਜਾਂ $\frac{5}{8}$ (iv) $\frac{2}{12}$ ਜਾਂ $\frac{1}{6}$ (v) $\frac{45}{100}$ ਜਾਂ $\frac{9}{20}$

7. (i) $\frac{12}{25}$ (ii) $\frac{9}{25}$ (iii) $\frac{8}{25}$ 8. $\frac{24}{42}$ ਜਾਂ $\frac{4}{7}$, $\frac{18}{42}$ ਜਾਂ $\frac{3}{7}$ 9. $\frac{6}{13}$, $\frac{7}{13}$

10. (i) $\frac{2}{10}$ ਜਾਂ $\frac{1}{5}$ (ii) $\frac{3}{10}$ (iii) $\frac{4}{10}$ ਜਾਂ $\frac{2}{5}$ (iv) ਸਿਧਾਰਥ

11. ਸੇਬ = $\frac{12}{24}$ ਜਾਂ $\frac{1}{2}$, ਸੰਤਰੇ = $\frac{7}{24}$, ਅਮਰੂਦ = $\frac{5}{24}$

12. ਦਿਸ਼ਮੀਤ = 15, ਬਲਕੀਰਤ = 5

14. (i) 12 ਕਿਤਾਬਾਂ (ii) 20 ਪੈਨ (iii) 6 ਕਾਪੀਆਂ (iv) 12 ਸੇਬ (v) 21 ਪੈਨਸਿਲਾਂ

15. (i) 18 (ii) 8 (iii) 10

16. (i) ਗਲਤ (ii) ਸਹੀ (iii) ਸਹੀ (iv) ਸਹੀ

ਅਭਿਆਸ 5.2

1. ਉਚਿਤ ਭਿੰਨਾਂ :- $\frac{9}{13}, \frac{6}{11}, \frac{7}{9}, \frac{2}{15}, \frac{4}{17}, \frac{7}{8}$ ਅਣਉਚਿਤ ਭਿੰਨਾਂ :- $\frac{5}{4}, \frac{3}{2}, \frac{5}{2}, \frac{6}{6}$

2. (i) $5\frac{2}{5}$ (ii) $3\frac{1}{4}$ (iii) $5\frac{3}{8}$ (iv) $7\frac{2}{7}$ (v) $6\frac{2}{3}$

3. (i) $\frac{7}{3}$ (ii) $\frac{37}{7}$ (iii) $\frac{23}{5}$ (iv) $\frac{15}{4}$ (v) $\frac{77}{8}$

4. (i) $\frac{7}{3}, 2\frac{1}{3}$ (ii) $\frac{13}{4}, 3\frac{1}{4}$ (iii) $\frac{19}{5}, 3\frac{4}{5}$ (iv) $\frac{21}{8}, 2\frac{5}{8}$ (v) $\frac{25}{6}, 4\frac{1}{6}$

ਅਭਿਆਸ 5.3

1. (i) $\frac{1}{2}, \frac{2}{4}, \frac{3}{6}, \frac{4}{8}$; ਹਾਂ (ii) $\frac{2}{3}, \frac{4}{6}, \frac{6}{9}, \frac{10}{15}$; ਹਾਂ (iii) $\frac{4}{12}, \frac{2}{6}, \frac{3}{9}, \frac{1}{3}$ ਹਾਂ

2. (i) $\frac{1}{4} = \frac{2}{8} = \frac{3}{12} = \frac{4}{16} = \frac{5}{20}$ (ii) $\frac{3}{5} = \frac{6}{10} = \frac{9}{15} = \frac{12}{20} = \frac{15}{25}$

(ii) $\frac{7}{9} = \frac{14}{18} = \frac{21}{27} = \frac{28}{36} = \frac{35}{45}$ (iv) $\frac{5}{11} = \frac{10}{22} = \frac{15}{33} = \frac{20}{44} = \frac{25}{55}$

(v) $\frac{2}{3} = \frac{4}{6} = \frac{6}{9} = \frac{8}{12} = \frac{10}{15}$

3. (i) $\frac{2}{5}$ (ii) $\frac{1}{2}$ (iii) $\frac{2}{3}$ (iv) $\frac{5}{2}$ (v) $\frac{9}{5}$

4. (i) ਹਾਂ (ii) ਹਾਂ (iii) ਹਾਂ

5. (i) 42 (ii) 56 (iii) 9 (iv) 5 (v) 24

6. (i) $\frac{18}{30}$ (ii) $\frac{12}{20}$ (iii) $\frac{24}{40}$ 7. (i) $\frac{6}{10}$ (ii) $\frac{48}{80}$ (iii) $\frac{12}{20}$

ਅਭਿਆਸ 5.4

1. $\frac{3}{7}, \frac{2}{7}, \frac{6}{7}; \frac{5}{11}, \frac{3}{11}, \frac{1}{11}; \frac{6}{13}, \frac{2}{13}, \frac{5}{13}, \frac{10}{13};$ 3. $\frac{1}{8}, \frac{1}{9}, \frac{1}{7}$
4. (i) < (ii) > (iii) > (iv) < (v) <
 5. (i) > (ii) < (iii) > (iv) > (v) <
 6. (i) > (ii) > (iii) < (iv) < (v) =
7. (i) $\frac{3}{10}, \frac{5}{10}, \frac{7}{10}$ (ii) $\frac{1}{7}, \frac{4}{7}, \frac{6}{7}$ (iii) $\frac{1}{8}, \frac{3}{8}, \frac{5}{8}, \frac{7}{8}$ (iv) $\frac{5}{9}, \frac{5}{7}, \frac{5}{3}$
 (v) $\frac{3}{13}, \frac{3}{11}, \frac{3}{7}$ (vi) $\frac{1}{6}, \frac{1}{4}, \frac{5}{12}$ (vii) $\frac{2}{7}, \frac{11}{35}, \frac{13}{28}, \frac{8}{14}$ (viii) $\frac{4}{15}, \frac{1}{3}, \frac{5}{12}, \frac{4}{9}$
 (ix) $\frac{3}{16}, \frac{3}{8}, \frac{7}{12}, \frac{2}{3}$ (x) $\frac{2}{9}, \frac{7}{12}, \frac{11}{18}, \frac{5}{6}$
8. (i) $\frac{7}{9}, \frac{5}{9}, \frac{1}{9}$ (ii) $\frac{7}{11}, \frac{5}{11}, \frac{3}{11}, \frac{2}{11}$ (iii) $\frac{2}{7}, \frac{2}{9}, \frac{2}{13}$ (iv) $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{5}, \frac{1}{8}$
 (v) $\frac{2}{3}, \frac{5}{12}, \frac{5}{18}, \frac{1}{6}$ (vi) $\frac{3}{4}, \frac{11}{15}, \frac{17}{30}, \frac{9}{20}$ 9. ਕਾਰ ਰਾਹੀਂ 10. $\frac{1}{6}, \frac{1}{5}, \frac{3}{10}$

ਅਭਿਆਸ 5.5

1. (i) $\frac{5}{7}$ (ii) $\frac{6}{11}$ (iii) $\frac{11}{13}$ (iv) $\frac{17}{14}$ (v) $\frac{11}{12}$ (vi) $\frac{7}{12}$ (vii) $\frac{17}{30}$
 (viii) $\frac{5}{8}$ (ix) $\frac{41}{9}$ (x) $\frac{31}{21}$ (xi) 2 (xii) $\frac{14}{15}$
2. (i) $\frac{1}{3}$ (ii) $\frac{3}{17}$ (iii) $\frac{2}{5}$ (iv) $\frac{3}{13}$ (v) $\frac{1}{6}$ (vi) $\frac{2}{5}$ (vii) $\frac{4}{21}$
 (viii) $\frac{7}{12}$ (ix) $\frac{19}{9}$ (x) $\frac{13}{7}$ (xi) $\frac{29}{28}$ (xii) $\frac{1}{16}$
3. (i) $6\frac{3}{5}$ (ii) $7\frac{11}{12}$ (iii) $9\frac{1}{6}$ (iv) $2\frac{11}{12}$ (v) $1\frac{17}{30}$ (vi) $1\frac{1}{2}$ (vii) $13\frac{11}{12}$
 (viii) $3\frac{3}{16}$ (ix) $8\frac{5}{12}$ (x) $1\frac{9}{16}$ (xi) $7\frac{1}{2}$ (xii) $1\frac{5}{24}$
4. $2\frac{5}{21}$ ਮੀ. 5. $1\frac{13}{30}$ ਕਿ. ਗ੍ਰਾ. 6. $\frac{7}{10}$ 7. $\frac{3}{4}$ 8. $3\frac{1}{3}$ ਕਿ.ਮੀ.

ਬਹੁ ਵਿਕਲਪੀ ਪ੍ਰਸ਼ਨ

1. a 2. c 3. b 4. c 5. d 6. a 7. b 8. a 9. c 10. b
 11. b 12. c 13. a 14. d 15. b 16. c 17. a 18. b 19. d





6

ਦਸ਼ਮਲਵ (DECIMALS)



ਉਦੇਸ਼

ਇਸ ਅਧਿਆਇ ਵਿੱਚ ਤੁਸੀਂ ਸਿੱਖੋਗੇ

- ਦਸ਼ਮਲਵ ਸਥਾਨਾਂ ਬਾਰੇ ਸਮਝਣਾ।
- ਦਸ਼ਮਲਵ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੇ ਜੋੜ ਅਤੇ ਘਟਾਓ ਬਾਰੇ ਸਮਝਣਾ।
- ਲੰਬਾਈ, ਧਾਰਨ ਸਮਰੱਥਾ ਅਤੇ ਭਾਰ ਆਦਿ ਵਿੱਚ ਦਸ਼ਮਲਵ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਨਾ।
- ਰੋਜ਼ਾਨਾ ਜਿੰਦਗੀ ਦੀਆਂ ਸਮੱਸਿਆਵਾਂ ਵਿੱਚ ਦਸ਼ਮਲਵ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਨਾ।

6.1 ਜਾਣ-ਪਛਾਣ (Introduction)

ਦਸ਼ਮਲਵ ਸ਼ਬਦ ਲਾਤਿਨੀ ਭਾਸ਼ਾ ਦੇ ਸ਼ਬਦ ‘ਡੇਕਮ’ ਤੋਂ ਲਿਆ ਗਿਆ ਹੈ ਜਿਸ ਦਾ ਅਰਥ ਹੈ ‘10’। ਅਸੀਂ ਦਸ਼ਮਲਵ ਬਾਰੇ ਪਹਿਲੀਆਂ ਜਮਾਤਾਂ ਵਿੱਚ ਪੜ੍ਹ ਚੁੱਕੇ ਹਾਂ। ਇਸ ਜਮਾਤ ਵਿੱਚ, ਅਸੀਂ ਦਸ਼ਮਲਵ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਸਥਾਨਕ ਮੁੱਲ ਸਾਰਣੀ ਦੇ ਦਸ਼ਮਲਵ ਭਿੰਨਾਂ ਦੇ ਵਿਸਥਾਰ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਅਤੇ ਦਸ਼ਮਲਵ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੇ ਜੋੜ ਅਤੇ ਘਟਾਓ ਬਾਰੇ ਪੜ੍ਹਾਂਗੇ।

6.2 ਦਸ਼ਮਲਵ ਅਤੇ ਭਿੰਨਾਂ ਦਾ ਰੂਪਾਂਤਰਣ (Conversion of decimals and fractions)

ਪਿਛਲੇ ਭਾਗ ਵਿੱਚ, ਅਸੀਂ ਦਸ਼ਮਲਵ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਪੜ੍ਹਨ ਅਤੇ ਲਿਖਣ ਬਾਰੇ ਅਤੇ ਉਨ੍ਹਾਂ ਦੇ ਵਿਸਥਾਰਿਤ ਰੂਪ ਬਾਰੇ ਸਿੱਖਿਆ ਹੈ। ਹੁਣ ਅਸੀਂ ਦਸ਼ਮਲਵ ਨੂੰ ਭਿੰਨਾਂ ਵਿੱਚ ਬਦਲਣ ਬਾਰੇ ਸਿੱਖਾਂਗੇ ਅਤੇ ਉਲਟ।

6.2.1 ਦਸ਼ਮਲਵ ਨੂੰ ਭਿੰਨਾਂ ਵਿੱਚ (Decimals into fractions)

ਇੱਕ ਦਸ਼ਮਲਵ ਸੰਖਿਆ 2.3 ਲਓ ਜਿਸਨੂੰ ਇਸ ਪ੍ਰਕਾਰ ਲਿਖ ਸਕਦੇ ਹਾਂ।

$$\begin{aligned} 2.3 &= 2 + .3 = 2 + \frac{3}{10} \\ &= \frac{20}{10} + \frac{3}{10} = \frac{20+3}{10} = \frac{23}{10} \end{aligned}$$

$$\text{ਭਾਵ } 2.3 = \frac{2.3}{1} = \frac{23}{10}$$

$$2.3 = \frac{23}{10} = \frac{\text{ਸੰਖਿਆ ਬਿਨਾਂ ਦਸ਼ਮਲਵ ਦੇ}}{\text{ਦਸ਼ਮਲਵ ਦੀ ਜਗ੍ਹਾ 1 ਅਤੇ ਦਸ਼ਮਲਵ ਤੋਂ ਬਾਦ ਜਿੰਨੇ ਅੰਕ ਹਨ ਉਨ੍ਹੇ ਹੀ ਗਿਣਤੀ ਵਿੱਚ ਸਿਫਰ}}$$

ਉਦਾਹਰਨ 1. ਹੇਠ ਲਿਖੀਆਂ ਦਸ਼ਮਲਵ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਭਿੰਨਾਂ ਵਿੱਚ ਬਦਲੋ ਅਤੇ ਇਸ ਨੂੰ ਨਿਊਨਤਮ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਲਿਖੋ।

- (i) 2.5 (ii) 1.52 (iii) .006 (iv) 24.6 (v) 4.32

ਹੱਲ :

- (i) 2.5

$$2.5 = \frac{25}{10} = \frac{25 \div 5}{10 \div 5} = \frac{5}{2} \quad (25 \text{ ਤੇ } 10 \text{ ਦਾ ਮ.ਸ.ਵ.} = 5)$$

ਇਥੇ, ਭਿੰਨ ਦਾ ਅੰਸ਼ ਦਸ਼ਮਲਵ ਤੋਂ ਬਿਨਾਂ ਦਿੱਤੀ ਸੰਖਿਆ ਹੈ, ਭਾਵ 25

ਅਤੇ 2.5 ਵਿੱਚ ਦਸ਼ਮਲਵ ਤੋਂ ਬਾਅਦ ਅੰਕਾਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ 1 ਹੈ। ਇਸ ਲਈ ਭਿੰਨ ਦਾ ਹਰ 1 ਅਤੇ ਇਸ ਨਾਲ 1 ਸਿਫਰ (ਭਾਵ 10 ਹੈ) ਹੈ।

- (ii) 1.52

$$1.52 = \frac{152}{100} = \frac{152 \div 4}{100 \div 4} \quad (152 \text{ ਤੇ } 100 \text{ ਦਾ ਮ.ਸ.ਵ. } 4 \text{ ਹੈ})$$

$$= \frac{38}{25}$$

ਇਥੇ, ਭਿੰਨ ਦਾ ਅੰਸ਼ ਦਸ਼ਮਲਵ ਤੋਂ ਬਿਨਾਂ ਦਿੱਤੀ ਗਈ ਸੰਖਿਆ ਹੈ, ਭਾਵ 152

ਅਤੇ 1.52 ਵਿੱਚ ਦਸ਼ਮਲਵ ਤੋਂ ਬਾਅਦ ਅੰਕਾਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ 2 ਹੈ। ਇਸ ਲਈ ਭਿੰਨ ਦਾ ਹਰ 1 ਅਤੇ ਉਸ ਨਾਲ 2 ਸਿਫਰਾਂ (ਭਾਵ 100) ਹਨ।

$$(iii) .006 = \frac{6}{1000} = \frac{6 \div 2}{1000 \div 2} \quad (6 \text{ ਤੇ } 1000 \text{ ਦਾ ਮ.ਸ.ਵ. } 2 \text{ ਹੈ})$$

$$= \frac{3}{500}$$

$$(iv) 24.6 = \frac{246}{10} = \frac{246 \div 2}{10 \div 2} \quad (246 \text{ ਤੇ } 10 \text{ ਦਾ ਮ.ਸ.ਵ. } 2 \text{ ਹੈ})$$

$$= \frac{123}{5}$$

$$(v) 4.32 = \frac{432}{100} = \frac{432 \div 4}{100 \div 4} \quad (432 \text{ ਤੇ } 100 \text{ ਦਾ ਮ.ਸ.ਵ. } 4 \text{ ਹੈ})$$

$$= \frac{108}{25}$$

6.4.2 ਭਿੰਨਾਂ ਨੂੰ ਦਸ਼ਮਲਵ ਵਿੱਚ ਬਦਲਣਾ (Fractions into decimals)

ਜਿਵੇਂ ਕਿ ਅਸੀਂ ਪਿਛਲੇ ਭਾਗਾਂ ਵਿੱਚ ਸਿੱਖ ਚੁੱਕੇ ਹਾਂ ਕਿ ਭਿੰਨਾਂ ਜਿਨ੍ਹਾਂ ਦੇ ਹਰ ਵਿੱਚ 10, 100, ਜਾਂ 1000 ਹੋਵੇ ਉਹਨਾਂ ਨੂੰ ਅਸਾਨੀ ਨਾਲ ਦਸ਼ਮਲਵ ਵਿੱਚ ਬਦਲਿਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ।

ਉਦਾਹਰਨ ਲਈ $\frac{43}{10} = 4.3$; $\frac{125}{100} = 1.25$; $\frac{65}{1000} = 0.065$

$$\frac{2143}{1000} = 2.143 \quad \frac{619}{100} = 6.19 \text{ ਆਦਿ}$$

ਭਿੰਨਾਂ, ਜਿਨ੍ਹਾਂ ਦੇ ਹਰ ਵਿੱਚ 10,100 ਜਾਂ 1000 ਹੋਵੇ ਉਹਨਾਂ ਨੂੰ ਦਸ਼ਮਲਵ ਵਿੱਚ ਬਦਲਣ ਲਈ, ਅੰਸ਼ ਵਿੱਚ (ਸੱਜੇ ਤੋਂ ਖੱਬੇ ਪਾਸੇ ਵੱਲ) ਦਸ਼ਮਲਵ ਉਨੇ ਅੰਕ ਛੱਡ ਕੇ ਹੀ ਲਗਾਇਆ ਜਾਵੇ ਜਿਨ੍ਹਾਂ ਕਿ ਹਰ ਵਿੱਚ ਸਿਫ਼ਰ ਹਨ।

ਪਰ ਕੁੱਝ ਭਿੰਨਾਂ ਦੇ ਹਰ ਵਿੱਚ 10,100 ਤੇ 1000 ਤੋਂ ਇਲਾਵਾ ਹੋਰ ਵੀ ਕੋਈ ਸੰਖਿਆ ਹੁੰਦੀ ਹੈ, ਉਹਨਾਂ ਭਿੰਨਾਂ ਨੂੰ ਤੁੱਲ ਭਿੰਨਾਂ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰਕੇ ਜਾਂ ਭਾਗ ਵਿਧੀ ਰਾਹੀਂ ਅਜਿਹੀਆਂ ਭਿੰਨਾਂ ਵਿੱਚ ਬਦਲਿਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ ਜਿਨ੍ਹਾਂ ਦਾ ਹਰ 10,100 ਜਾਂ 1000 ਹੋਵੇ।

ਇਸ ਜਮਾਤ ਵਿੱਚ ਅਸੀਂ ਸਿਰਫ਼ ਉਨ੍ਹਾਂ ਭਿੰਨਾਂ ਬਾਰੇ ਸਿੱਖਾਂਗੇ ਜਿਨ੍ਹਾਂ ਦੇ ਹਰ 2 ਜਾਂ 5 ਜਾਂ ਦੋਵਾਂ ਦੇ ਗੁਣਜ ਹੋਣ।

ਤੁੱਲ ਭਿੰਨ ਵਿਧੀ (Equivalent Fraction Method)

⇒ ਉਦਾਹਰਨ ਲਈ $\frac{3}{5}$ ਲਓ।

ਇੱਥੇ ਹਰ 5 ਹੈ। ਇਸ ਲਈ ਸਾਨੂੰ ਇਸਨੂੰ 10, 100 ਜਾਂ 1000 ਵਿੱਚ ਬਦਲਣ ਦੀ ਲੋੜ ਹੈ, ਅਸੀਂ ਜਾਣਦੇ ਹਾਂ ਕਿ 5 ਨੂੰ 2 ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕਰਨ 'ਤੇ ਸਾਨੂੰ 10 ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

$$\therefore \frac{3}{5} = \frac{3 \times 2}{5 \times 2} = \frac{6}{10} = 0.6$$

ਹੁਣ $\frac{5}{4}$ ਲਓ। ਇਸਦਾ ਹਰ 4 ਹੈ, ਇਸ ਲਈ ਸਾਨੂੰ ਇਸਨੂੰ 10, 100 ਜਾਂ 1000 ਵਿੱਚ ਬਦਲਣ ਦੀ ਲੋੜ ਹੈ। ਅਸੀਂ ਜਾਣਦੇ ਹਾਂ ਕਿ 4 ਨੂੰ 25 ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕਰਨ 'ਤੇ ਸਾਨੂੰ 100 ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

$$\therefore \frac{5}{4} = \frac{5 \times 25}{4 \times 25} = \frac{125}{100} = 1.25$$

ਭਾਗ ਵਿਧੀ (Division Method)

ਉੱਪਰ ਦਿੱਤੀ ਵਿਧੀ ਅਜਿਹੇ ਬਹੁਤ ਸਾਰੇ ਹਾਲਤਾਂ ਵਿੱਚ ਮੁਸ਼ਕਿਲ ਹੋ ਜਾਂਦੀ ਹੈ ਜਦੋਂ ਹਰ 8,16 ਜਾਂ 43 ਆਦਿ ਹੋਵੇ। ਇਸ ਲਈ ਸਾਡੇ ਕੋਲ ਇੱਕ ਦੂਜੀ ਵਿਧੀ, ਭਾਗ ਵਿਧੀ ਹੈ, ਜੋ ਕਿ ਬਹੁਤ ਅਸਾਨ ਹੈ।

ਉਦਾਹਰਨ ਲਈ $\frac{27}{8}$ ਲਓ,

ਅਸੀਂ ਜਾਣਦੇ ਹਾਂ ਇੱਥੇ ਭਾਜ = 27

ਅਤੇ ਭਾਜਕ = 8

ਪਗ 1. 27 ਨੂੰ 8 ਨਾਲ ਭਾਗ ਕਰਨ 'ਤੇ ਅਸੀਂ ਜਾਣਦੇ

ਹਾਂ ਕਿ ਭਾਗਫਲ 'ਤੇ ਬਾਕੀ ਕ੍ਰਮਵਾਰ 3 ਤੇ 3 ਹੋਵੇਗਾ।

ਪਗ 2. ਭਾਜ ਵਿੱਚ . ਦਸ਼ਮਲਵ ਲਗਾਓ ਅਤੇ ਇਸਦੇ ਸੱਜੇ ਪਾਸੇ ਸਿਫ਼ਰ ਲਿਖੋ।

$$\text{ਭਾਵ } 27 = 27.0$$

ਪਗ 3. 27.0 ਵਿੱਚੋਂ 0 ਨੂੰ ਹੇਠਾਂ ਬਾਕੀ 3 ਨਾਲ ਲੈ ਕੇ ਆਓ ਜਿਸ ਨਾਲ 30 ਬਣ ਜਾਵੇ।

$$\begin{array}{r} 3 \\ 8 \overline{)27} \\ \underline{-24} \\ 3 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3 \\ 8 \overline{)27.0} \\ \underline{-24} \\ 30 \end{array}$$

ਪਗ 4. ਭਾਗਫਲ ਵਿੱਚ 3 ਤੋਂ ਬਾਅਦ ਦਸ਼ਮਲਵ ਲਗਾਓ ਭਾਵ 3

ਪਗ 5. ਹੁਣ 30 ਨੂੰ 8 ਨਾਲ ਭਾਗ ਕਰੋ, ਤਾਂ ਸਾਨੂੰ ਭਾਗਫਲ 3 ਅਤੇ ਬਾਕੀ 6 ਮਿਲਦਾ ਹੈ

$$\text{ਭਾਵ } \frac{27}{8} = 3.375$$

ਪਗ 6. ਇੱਕ ਹੋਰ 0 ਪਿੱਛੇ ਲਗਾਉ ਅਤੇ ਫਿਰ ਭਾਗ ਕਰੋ। ਇਹ ਪ੍ਰਕਿਰਿਆ ਉਦੋਂ ਤੱਕ ਦੁਹਰਾਉ ਜਦੋਂ ਤੱਕ ਬਾਕੀ 0 ਹੋ ਜਾਏ।

$$\begin{array}{r} 3.375 \\ 8 \overline{) 27.000} \\ \underline{-24} \downarrow \\ 3 0 \\ \underline{-24} \\ 6 0 \\ \underline{-56} \\ 4 0 \\ \underline{-40} \\ 0 \end{array}$$

ਆਉ ਕੁੱਝ ਉਦਾਹਰਨਾਂ ਲਈਏ

ਉਦਾਹਰਨ 2. ਹੇਠ ਲਿਖੀਆਂ ਭਿੰਨਾਂ ਨੂੰ ਤੁੱਲ ਭਿੰਨ ਵਿਧੀ ਰਾਹੀਂ ਦਸ਼ਮਲਵ ਵਿੱਚ ਬਦਲੋ।

$$(i) \frac{5}{10} \quad (ii) \frac{423}{100} \quad (iii) \frac{9}{1000} \quad (iv) \frac{15}{2} \quad (v) \frac{12}{25} \quad (vi) \frac{23}{20}$$

ਹੱਲ : (i) $\frac{5}{10} = .5$ ਜਾਂ 0.5 (ਇੱਥੇ ਹਰ 10 ਹੈ)

(ii) $\frac{423}{100} = 4.23$ (ਇੱਥੇ ਹਰ 100 ਹੈ)

(iii) $\frac{9}{1000} = .009$ ਜਾਂ 0.009 (ਇੱਥੇ ਹਰ 1000 ਹੈ)

(iv) $\frac{15}{2}$
ਇੱਥੇ ਹਰ 2 ਹੈ, ਅਜਿਹੀ ਤੁੱਲ ਭਿੰਨ ਜਿਸਦਾ ਹਰ 10 ਹੋਵੇ ਵਿੱਚ ਬਦਲਣ ਲਈ, ਅਸੀਂ ਇਸ ਨੂੰ 5 ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕਰਦੇ ਹਾਂ।

$$\therefore \frac{15}{2} = \frac{15 \times 5}{2 \times 5} = \frac{75}{10} = 7.5$$

(v) $\frac{12}{25}$
ਇੱਥੇ ਹਰ 25 ਹੈ।
ਅਜਿਹੀ ਤੁੱਲ ਭਿੰਨ, ਜਿਸ ਦਾ ਹਰ 100 ਹੋਵੇ ਵਿੱਚ ਬਦਲਣ ਲਈ 4 ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕਰਦੇ ਹਾਂ।

$$\therefore \frac{12}{25} = \frac{12 \times 4}{25 \times 4} = \frac{48}{100} = .48 \text{ ਜਾਂ } 0.48$$

(vi) $\frac{23}{20}$
ਇੱਥੇ ਹਰ 20 ਹੈ।
ਅਜਿਹੀ ਤੁੱਲ ਭਿੰਨ, ਜਿਸ ਦਾ ਹਰ 100 ਹੋਵੇ ਵਿੱਚ ਬਦਲਣ ਲਈ 5 ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕਰਦੇ ਹਾਂ।

$$\therefore \frac{23}{20} = \frac{23 \times 5}{20 \times 5} = \frac{115}{100} = 1.15$$

ਉਦਾਹਰਨ 3. ਹੇਠਾਂ ਲਿਖੀਆਂ ਭਿੰਨਾਂ ਨੂੰ ਭਾਗ ਵਿਧੀ ਰਾਹੀਂ ਦਸ਼ਮਲਵ ਵਿੱਚ ਬਦਲੋ।

(i) $\frac{13}{2}$ (ii) $\frac{34}{5}$ (iii) $\frac{47}{4}$ (iv) $\frac{21}{8}$ (v) $\frac{18}{25}$

ਹੱਲ : (i) $\frac{13}{2} = 6.5$

$$\begin{array}{r} 6.5 \\ 2 \overline{)13.0} \\ \underline{-12} \downarrow \\ 1.0 \\ \underline{-1.0} \\ 0 \end{array}$$

(ii) $\frac{34}{5} = 6.8$

$$\begin{array}{r} 6.8 \\ 5 \overline{)34.0} \\ \underline{-30} \downarrow \\ 4.0 \\ \underline{-4.0} \\ 0 \end{array}$$

(iii) $\frac{47}{4} = 11.75$

$$\begin{array}{r} 11.75 \\ 4 \overline{)47.00} \\ \underline{-4} \\ 7 \\ \underline{-4} \\ 3.0 \\ \underline{-2.8} \\ 2.0 \\ \underline{-2.0} \\ 0 \end{array}$$

(iv) $\frac{21}{8} = 2.625$

$$\begin{array}{r} 2.625 \\ 8 \overline{)21.000} \\ \underline{-16} \\ 5.0 \\ \underline{-4.8} \\ 2.0 \\ \underline{-1.6} \\ 4.0 \\ \underline{-4.0} \\ 0 \end{array}$$

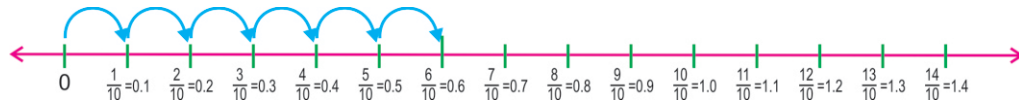
$$(v) \frac{18}{25} = 0.72$$

$$\begin{array}{r} 0.72 \\ 25 \overline{) 18.00} \\ \underline{-0} \\ 18 \\ \underline{-17} \\ 50 \\ \underline{-50} \\ 0 \end{array}$$

6.3 ਦਸ਼ਮਲਵ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਸੰਖਿਆ ਰੇਖਾ 'ਤੇ ਦਰਸਾਉਣਾ (Representation of Decimals on Number line)

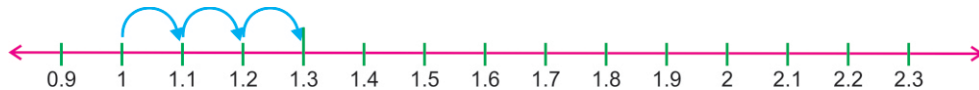
ਅਸੀਂ ਪ੍ਰਾਕ੍ਰਿਤਕ ਸੰਖਿਆਵਾਂ, ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਅਤੇ ਭਿੰਨਾਂ ਨੂੰ ਸੰਖਿਆ ਰੇਖਾ 'ਤੇ ਦਰਸਾਉਣਾ ਸਿੱਖ ਲਿਆ ਹੈ। ਇੱਥੇ ਅਸੀਂ ਦਸ਼ਮਲਵ ਨੂੰ ਸੰਖਿਆ ਰੇਖਾ 'ਤੇ ਦਰਸਾਉਣਾ ਸਿੱਖਾਂਗੇ। ਦਸ਼ਮਲਵ ਨੂੰ ਭਿੰਨਾਂ ਦੀ ਤਰ੍ਹਾਂ ਹੀ ਦਰਸਾਇਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।

- * ਆਉਂ .6 ਜਾਂ $\frac{6}{10}$ ਨੂੰ ਸੰਖਿਆ ਰੇਖਾ 'ਤੇ ਦਰਸਾਈਏ। ਭਿੰਨ $\frac{6}{10}$, 1 ਤੋਂ ਛੋਟੀ ਹੈ ਪਰ 0 ਤੋਂ ਵੱਡੀ ਹੈ। ਇਸ ਲਈ ਅਸੀਂ ਸੰਖਿਆ ਰੇਖਾ ਉੱਪਰ 0 ਤੋਂ 1 ਦੀ ਦੂਰੀ ਨੂੰ 10 ਬਰਾਬਰ ਭਾਗਾਂ ਵਿੱਚ ਵੰਡਾਂਗੇ ਅਤੇ 0 ਤੋਂ ਸੱਜੇ ਪਾਸੇ ਵੱਲ 6 ਪਗ ਗਿਣਾਂਗੇ।



ਕਿਉਂਕਿ $\frac{6}{10} = 0.6$, 0.6 ਸੰਖਿਆ ਰੇਖਾ 'ਤੇ ਉਹੀ ਬਿੰਦੂ ਨੂੰ ਦਰਸਾਉਂਦਾ ਹੈ ਜੋ ਕਿ $\frac{6}{10}$ ਹੈ।

- * ਹੁਣ ਅਸੀਂ 1.3 ਨੂੰ ਸੰਖਿਆ ਰੇਖਾ 'ਤੇ ਦਰਸਾਉਂਦੇ ਹਾਂ। ਅਸੀਂ ਜਾਣਦੇ ਹਾਂ ਕਿ $1.3 = 1 + .3$ ਭਾਵ $1 + 3$ ਦੱਸਵੇਂ 1 ਤੋਂ ਵੱਧ ਹਨ ਪਰ 2 ਤੋਂ ਘੱਟ। ਇਸ ਲਈ, ਅਸੀਂ 1 ਤੋਂ ਸ਼ੁਰੂ ਕਰਦੇ ਹਾਂ ਅਤੇ ਸੱਜੇ ਪਾਸੇ ਵੱਲ 3 ਕਦਮ ਗਿਣਦੇ ਹਾਂ।



ਉਦਾਹਰਨ 4. ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਦਸ਼ਮਲਵਾਂ ਨੂੰ ਸੰਖਿਆ ਰੇਖਾ 'ਤੇ ਦਰਸਾਓ।

- (i) 0.4 (ii) 2.8 (iii) 4.5

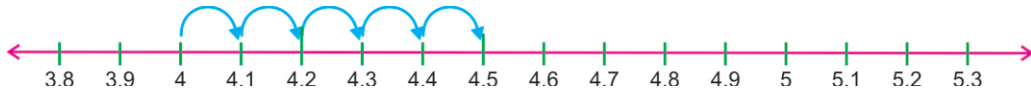
ਹੱਲ : (i) 0.4, '0' ਤੇ '1' ਦੇ ਵਿਚਕਾਰ ਸਥਿਤ ਹੈ।



- (ii) 2.8, '2' ਤੇ '3' ਦੇ ਵਿਚਕਾਰ ਸਥਿਤ ਹੈ।



(iii) 4.5, '4' ਤੇ '5' ਦੇ ਵਿਚਕਾਰ ਸਥਿਤ ਹੈ।



6.4 ਸਮਾਨ ਅਤੇ ਅਸਮਾਨ ਦਸ਼ਮਲਵ (Like and Unlike decimals)

ਜਿਵੇਂ ਕਿ ਅਸੀਂ ਜਾਣਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਕਿਸੇ ਦਸ਼ਮਲਵ ਸੰਖਿਆ ਦੇ ਦਸ਼ਮਲਵ ਹਿੱਸੇ ਵਿੱਚ ਅੰਕਾਂ ਦੀ ਸੰਖਿਆ, ਦਸ਼ਮਲਵ ਸਥਾਨਾਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ ਦੱਸਦੀ ਹੈ।

- ਉਦਾਹਰਨ ਲਈ * 5.34 ਦੇ ਦੋ ਦਸ਼ਮਲਵ ਸਥਾਨ ਹਨ।
- * 4.156 ਦੇ ਤਿੰਨ ਦਸ਼ਮਲਵ ਸਥਾਨ ਹਨ।
- * 42.01 ਦੇ ਦੋ ਦਸ਼ਮਲਵ ਸਥਾਨ ਹਨ।

ਸਮਾਨ ਦਸ਼ਮਲਵ : ਉਹ ਦਸ਼ਮਲਵ ਜਿਨ੍ਹਾਂ ਵਿੱਚ ਦਸ਼ਮਲਵ ਸਥਾਨਾਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ ਬਰਾਬਰ ਹੁੰਦੀ ਹੈ, ਉਹ ਸਮਾਨ ਦਸ਼ਮਲਵ ਅਖਵਾਉਂਦੇ ਹਨ। ਉਦਾਹਰਨ ਲਈ 2.56, 42.01, 1.68, 2.30 ਸਮਾਨ ਦਸ਼ਮਲਵ ਹਨ, ਕਿਉਂਕਿ ਇਨ੍ਹਾਂ ਵਿੱਚ ਹਰੇਕ ਦੇ ਦੋ ਦਸ਼ਮਲਵ ਸਥਾਨ ਹਨ।

ਅਸਮਾਨ ਦਸ਼ਮਲਵ : ਉਹ ਦਸ਼ਮਲਵ ਜਿਨ੍ਹਾਂ ਵਿੱਚ ਦਸ਼ਮਲਵ ਸਥਾਨਾਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ ਬਰਾਬਰ ਨਹੀਂ ਹੁੰਦੀ, ਉਹ ਅਸਮਾਨ ਦਸ਼ਮਲਵ ਅਖਵਾਉਂਦੇ ਹਨ। ਉਦਾਹਰਨ ਲਈ 2.1, 3.14, 42.356 ਅਸਮਾਨ ਦਸ਼ਮਲਵ ਹਨ, ਕਿਉਂਕਿ ਇਨ੍ਹਾਂ ਵਿੱਚ ਕ੍ਰਮਵਾਰ ਇੱਕ, ਦੋ, ਤਿੰਨ, ਦਸ਼ਮਲਵ ਸਥਾਨ ਹਨ।

ਹੁਣ, ਅਸਮਾਨ ਦਸ਼ਮਲਵ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਦਸ਼ਮਲਵ ਸੰਖਿਆ ਦੇ ਅੰਤ ਵਿੱਚ ਸਿਫਰਾਂ ਲਗਾ ਕੇ ਸਮਾਨ ਦਸ਼ਮਲਵ ਸੰਖਿਆ ਵਿੱਚ ਬਦਲੋ, ਤਾਂ ਜੋ ਹਰੇਕ ਵਿੱਚ ਦਸ਼ਮਲਵ ਤੋਂ ਬਾਅਦ ਬਰਾਬਰ ਅੰਕ ਹੋਣ।

ਜਿਵੇਂ ਕਿ $2.1 = 2.100$; $3.14 = 3.140$; 42.356 ਸਮਾਨ ਦਸ਼ਮਲਵ ਹਨ।

ਇੱਕ ਦਸ਼ਮਲਵ ਦੇ ਸੱਜੇ ਪਾਸੇ ਅੰਤ ਵਿੱਚ ਸਿਫਰਾਂ ਲਗਾਉਣ ਨਾਲ ਇਸ ਦੇ ਮੁੱਲ ਦੇ ਵਿੱਚ ਕੋਈ ਬਦਲਾਅ ਨਹੀਂ ਹੁੰਦਾ।

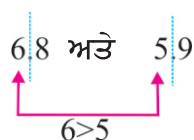
ਜਿਵੇਂ ਕਿ $2.5 = 2.50 = 2.500$

6.5 ਦਸ਼ਮਲਵਾਂ ਦੀ ਤੁਲਨਾ ਕਰਨਾ (Comparing Decimals)

ਦਸ਼ਮਲਵਾਂ ਦੀ ਤੁਲਨਾ ਕਰਨ ਲਈ ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਪੱਗ ਅਪਣਾਏ ਜਾਂਦੇ ਹਨ :

- 1 : ਅਸਮਾਨ ਦਸ਼ਮਲਵਾਂ ਨੂੰ ਸਮਾਨ ਦਸ਼ਮਲਵਾਂ ਵਿੱਚ ਬਦਲੋ।
- 2 : ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਭਾਗ ਦੀ ਤੁਲਨਾ ਕਰੋ। ਜਿਸ ਸੰਖਿਆ ਦਾ ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਭਾਗ ਜ਼ਿਆਦਾ ਹੈ ਉਹ ਦਸ਼ਮਲਵ ਸੰਖਿਆ ਵੱਡੀ ਹੈ।

ਉਦਾਹਰਨ



ਇੱਥੇ 6 ਤੇ 5 ਕ੍ਰਮਵਾਰ ਦਸ਼ਮਲਵ ਦੀਆਂ ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਹਨ ਅਤੇ $6 > 5$

$\therefore 6.8 > 5.9$

- 3 : ਜੇਕਰ ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਦਾ ਭਾਗ ਬਰਾਬਰ ਹੈ ਤਾਂ ਦੱਸਵੇਂ ਸਥਾਨ ਦੇ ਅੰਕਾਂ ਦੀ ਤੁਲਨਾ ਕਰੋ, ਉਹ ਦਸ਼ਮਲਵ ਸੰਖਿਆ ਜਿਸਦਾ ਦਸਵਾਂ ਭਾਗ ਵੱਡਾ ਹੋਵੇ, ਵੱਡੀ ਹੁੰਦੀ ਹੈ।

ਉਦਾਹਰਨ (i) 0.3 ਅਤੇ 0.5 ਦੀ ਤੁਲਨਾ ਕਰੋ।

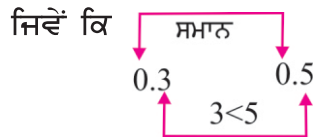
$0.3 = \frac{3}{10}$ ਭਾਵ 10 ਵਿੱਚੋਂ 3 ਭਾਗਾਂ ਨੂੰ ਛਾਇਆ-ਅੰਕਿਤ ਕੀਤਾ ਗਿਆ ਹੈ।



ਅਤੇ $0.5 = \frac{5}{10}$ ਭਾਗ 10 ਵਿੱਚੋਂ 5 ਭਾਗਾਂ ਨੂੰ ਛਾਇਆ-ਅੰਕਿਤ ਕੀਤਾ ਗਿਆ ਹੈ।



$$\therefore 0.5 > 0.3$$



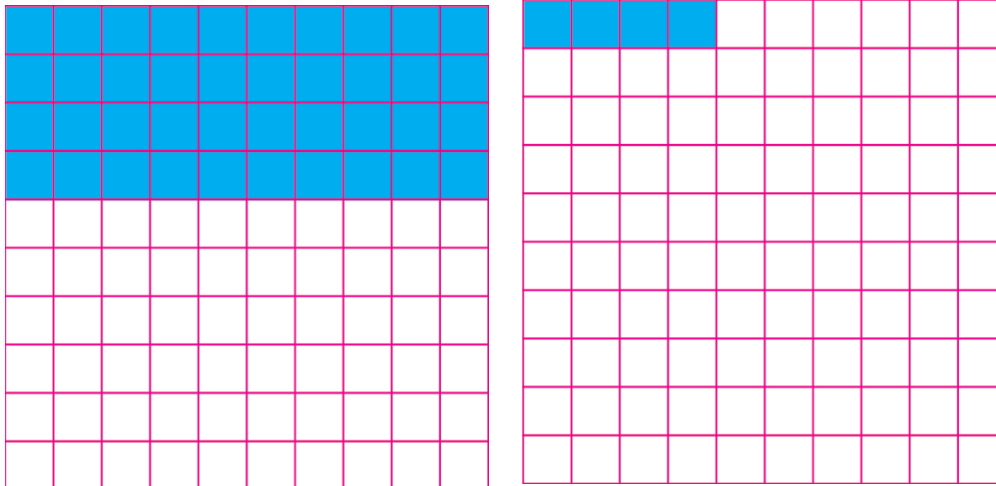
$$\therefore 0.3 < 0.5 \text{ ਜਾਂ } 0.5 > 0.3$$

(ii) ਹੁਣ 0.4 ਅਤੇ 0.04 ਦੀ ਤੁਲਨਾ ਕਰੋ।

$0.4 = \frac{4}{10} = \frac{40}{100}$ ਭਾਵ 100 ਵਿੱਚੋਂ 40 ਭਾਗਾਂ ਨੂੰ ਛਾਇਆ-ਅੰਕਿਤ ਕੀਤਾ ਗਿਆ ਹੈ।

ਅਤੇ $0.04 = \frac{4}{100}$ ਭਾਵ 100 ਵਿੱਚੋਂ 4 ਭਾਗਾਂ ਨੂੰ ਛਾਇਆ-ਅੰਕਿਤ ਕੀਤਾ ਗਿਆ ਹੈ।

$$\text{ਹੁਣ } 40 > 4$$



$$\text{ਇਸ ਲਈ } \frac{40}{100} > \frac{4}{100} \text{ ਜਾਂ } 0.4 > 0.04$$

4 : ਜੇਕਰ ਦੋਸਵੇਂ ਸਥਾਨ ਵਿੱਚ ਅੰਕ ਸਮਾਨ ਹਨ ਤਾਂ ਸੋਵੇਂ ਸਥਾਨ ਦੇ ਅੰਕਾਂ ਦੀ ਤੁਲਨਾ ਕਰੋ ਅਤੇ ਇਸੇ ਕ੍ਰਮ ਵਿੱਚ ਚੱਲਦਾ ਰਹੇਗਾ।

ਉਦਾਹਰਨ 5. ਕਿਹੜਾ ਵੱਡਾ ਹੈ?

(i) 1.4 ਅਤੇ 0.5

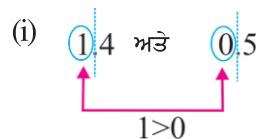
(ii) 3.18 ਅਤੇ 13.28

(iii) 4.3 ਅਤੇ 4.03

(iv) 5.168 ਅਤੇ 5.169

(v) 24.3 ਅਤੇ 24.31

ਹੱਲ :



ਕਿਉਂਕਿ $1 > 0$, ਇਸ ਲਈ $1.4 > 0.5$

(ii) $\begin{array}{c} \textcircled{3}18 \text{ ਅਤੇ } \textcircled{13}28 \\ \hline 3 < 13 \end{array}$

ਕਿਉਂਕਿ $3 < 13$, ਇਸ ਲਈ $3.18 < 13.28$

(iii) $\begin{array}{c} \text{ਸਮਾਨ} \\ \text{4}\textcircled{3}0 \text{ ਅਤੇ } \text{4}\textcircled{0}3 \\ \hline 3 > 0 \end{array}$

(4.3 ਨੂੰ 4.30 ਵਿੱਚ ਬਦਲੋ)

ਕਿਉਂਕਿ ਪੂਰਨ ਭਾਗ ਬਰਾਬਰ ਹਨ। ਇਸ ਲਈ ਦੱਸਵੇਂ ਭਾਗ ਦੇ ਅੰਕਾਂ ਦੀ ਤੁਲਨਾ ਕਰਨ 'ਤੇ, $3 > 0$ ਹੈ।

$\Rightarrow 4.3 > 4.03$

(iv) $\begin{array}{c} 5.16\textcircled{8} \text{ ਅਤੇ } 5.16\textcircled{9} \\ \hline \text{ਸਮਾਨ} \quad \text{ਸਮਾਨ} \quad \text{ਸਮਾਨ} \quad 8 < 9 \end{array}$

ਹਜ਼ਾਰਵੇਂ ਸਥਾਨ ਦੇ ਅੰਕਾਂ ਦੀ ਤੁਲਨਾ ਕਰਨ 'ਤੇ $8 < 9$.

$\Rightarrow 5.169 > 5.168$

(v) $\begin{array}{c} 24.3\textcircled{0} \text{ ਅਤੇ } 24.3\textcircled{1} \\ \hline \text{ਸਮਾਨ} \quad \text{ਸਮਾਨ} \quad \text{ਸਮਾਨ} \quad 0 < 1 \end{array}$

ਸੌਵੇਂ ਭਾਗ ਦੇ ਅੰਕਾਂ ਦੀ ਤੁਲਨਾ ਕਰਨ 'ਤੇ, $0 < 1$

$\Rightarrow 24.31 > 24.3$

ਅਭਿਆਸ 6.1

1. ਹੇਠ ਲਿਖੀਆਂ ਦਸ਼ਮਲਵਾਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਭਿੰਨਾਂ ਵਿੱਚ ਬਦਲੋ ਅਤੇ ਇਨ੍ਹਾਂ ਨੂੰ ਨਿਊਨਤਮ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਲਿਖੋ।

(i) 1.4 (ii) 2.25 (iii) 18.6 (iv) 4.04 (v) 21.6

2. ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਭਿੰਨਾਂ ਨੂੰ ਦਸ਼ਮਲਵ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਵਿੱਚ ਬਦਲੋ।

(i) $\frac{7}{100}$ (ii) $\frac{12}{10}$ (iii) $\frac{215}{100}$ (iv) $\frac{18}{1000}$ (v) $\frac{245}{10}$

3. ਹੇਠ ਲਿਖੀਆਂ ਭਿੰਨਾਂ ਨੂੰ ਤੁੱਲ ਭਿੰਨ ਵਿਧੀ ਨਾਲ ਦਸ਼ਮਲਵ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਵਿੱਚ ਬਦਲੋ।

(i) $\frac{5}{2}$ (ii) $\frac{3}{4}$ (iii) $\frac{28}{5}$ (iv) $\frac{135}{20}$ (v) $\frac{17}{4}$

4. ਹੇਠ ਲਿਖੀਆਂ ਭਿੰਨਾਂ ਨੂੰ ਲੰਬੀ ਭਾਗ ਵਿਧੀ ਰਾਹੀਂ ਦਸ਼ਮਲਵ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਵਿੱਚ ਬਦਲੋ।

(i) $\frac{17}{2}$ (ii) $\frac{33}{4}$ (iii) $\frac{76}{5}$ (iv) $\frac{24}{25}$ (v) $\frac{5}{8}$

5. ਹੇਠ ਲਿਖੀਆਂ ਦਸ਼ਮਲਵ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਸੰਖਿਆ ਰੇਖਾ 'ਤੇ ਦਰਸਾਉ।

(i) 0.7 (ii) 1.6 (iii) 3.7 (iv) 6.3 (v) 5.4

6. ਦਿੱਤੇ ਦਸ਼ਮਲਵਾਂ ਵਿਚਕਾਰ 3 ਦਸ਼ਮਲਵ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਲਿਖੋ।

(i) 1.2 ਅਤੇ 1.6 (ii) 2.8 ਅਤੇ 3.2 (iii) 5 ਅਤੇ 5.5

7. ਕਿਹੜੀ ਸੰਖਿਆ ਵੱਡੀ ਹੈ:

(i) 0.4 ਜਾਂ 0.7 (ii) 2.6 ਜਾਂ 2.5 (iii) 1.23 ਜਾਂ 1.32
 (iv) 12.3 ਜਾਂ 12.4 (v) 18.35 ਜਾਂ 18.3 (vi) 12 ਜਾਂ 1.2
 (vii) 5.06 ਜਾਂ 5.061 (viii) 2.34 ਜਾਂ 23.3 (ix) 13.08 ਜਾਂ 13.078
 (x) 2.3 ਜਾਂ 2.03

8. ਦਿੱਤੀਆਂ ਦਸ਼ਮਲਵ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਵੱਧਦੇ ਕ੍ਰਮ ਵਿੱਚ ਲਿਖੋ।

(i) 2.5, 2, 1.8, 1.9 (ii) 3.4, 4.3, 3.1, 1.3 (iii) 1.24, 1.2, 1.42, 1.8

9. ਦਿੱਤੀਆਂ ਦਸ਼ਮਲਵ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਘੱਟਦੇ ਕ੍ਰਮ ਵਿੱਚ ਲਿਖੋ।

(i) 4.1, 4.01, 4.12, 4.2 (ii) 1.3, 1.03, 1.003, 13 (iii) 8.02, 8.2, 8.1, 8.002

6.6 ਰੋਜ਼ਾਨਾ ਜੀਵਨ ਵਿੱਚ ਦਸ਼ਮਲਵ ਦੀ ਵਰਤੋਂ (Use of decimals in daily life)

ਦਸ਼ਮਲਵ ਸਾਡੀ ਰੋਜ਼ਾਨਾ ਜ਼ਿੰਦਗੀ ਵਿੱਚ ਧਨ, ਭਾਰ ਅਤੇ, ਸਮਰੱਥਾ ਆਦਿ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਬਹੁਤ ਮਹੱਤਵਪੂਰਨ ਹਨ। ਇਸ ਭਾਗ ਵਿੱਚ, ਅਸੀਂ ਦਸ਼ਮਲਵ ਦੀ ਸਾਡੀ ਰੋਜ਼ਾਨਾ ਜ਼ਿੰਦਗੀ ਦੇ ਵੱਖ-ਵੱਖ ਖੇਤਰਾਂ ਵਿੱਚ ਵਰਤੋਂ ਬਾਰੇ ਸਿੱਖਾਂਗੇ।

6.6.1 ਮੁਦਰਾ ਜਾਂ ਧਨ (Currency or Money)

ਪੈਸਿਆਂ ਨੂੰ ਰੁਪਏ ਵਿੱਚ ਬਦਲਣਾ

ਭਾਰਤ ਵਿੱਚ, ਧਨ ਰੁਪਏ ਅਤੇ ਪੈਸਿਆਂ ਵਿੱਚ ਦਰਸਾਇਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।

ਜਿੱਥੇ $100 \text{ ਪੈਸੇ} = ₹1$

ਇਸ ਲਈ 1 ਪੈਸਾ ਇੱਕ ਰੁਪਏ ਦਾ 100ਵਾਂ ਭਾਗ ਹੈ।

ਭਾਵ $1 \text{ ਪੈਸਾ} = ₹ \frac{1}{100} = ₹ 0.01$

ਇਸੇ ਤਰ੍ਹਾਂ $2 \text{ ਪੈਸੇ} = ₹ \frac{2}{100} = ₹ 0.02$

$5 \text{ ਪੈਸੇ} = ₹ \frac{5}{100} = ₹ 0.05$

$$45 \text{ ਪੈਸੇ} = ₹ \frac{45}{100} = ₹0.45$$

ਆਉ ਕੁੱਝ ਉਦਾਹਰਨਾਂ ਲਈਏ।

ਉਦਾਹਰਨ 6: ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੀ ਧਨ ਰਾਸ਼ੀ ਨੂੰ ਦਸ਼ਮਲਵ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਕੇ ਰੁਪਇਆਂ ਵਿੱਚ ਲਿਖੋ।

- (i) 60 ਪੈਸੇ (ii) 125 ਪੈਸੇ (iii) 5 ਰੁਪਏ 50 ਪੈਸੇ
(iv) 18 ਰੁਪਏ 99 ਪੈਸੇ (v) 25 ਰੁਪਏ 5 ਪੈਸੇ

ਹੱਲ : (i) 60 ਪੈਸੇ = ₹ $\frac{60}{100}$ = ₹0.60 (\because 1 ਪੈਸਾ = ₹ $\frac{1}{100}$)

(ii) 125 ਪੈਸੇ = ₹ $\frac{125}{100}$ = ₹1.25 (\because 1 ਪੈਸਾ = ₹ $\frac{1}{100}$)

(iii) 5 ਰੁਪਏ 50 ਪੈਸੇ
= 5 ਰੁਪਏ + 50 ਪੈਸੇ
= ₹5 + ₹ $\frac{50}{100}$ = ₹5 + ₹ 0.50 = ₹ 5.50 (\because 1 ਪੈਸਾ = ₹ $\frac{1}{100}$)

(iv) 18 ਰੁਪਏ 99 ਪੈਸੇ
= 18 ਰੁਪਏ + 99 ਪੈਸੇ
= ₹18 + ₹ $\frac{99}{100}$ (\because 1 ਪੈਸਾ = ₹ $\frac{1}{100}$)
= ₹18 + ₹0.99 = ₹18.99

(v) 25 ਰੁਪਏ 5 ਪੈਸੇ
= 25 ਰੁਪਏ + 5 ਪੈਸੇ
= ₹25 + ₹ $\frac{5}{100}$ (\because 1 ਪੈਸਾ = ₹ $\frac{1}{100}$)
= ₹25 + ₹0.05 = ₹25.05

6.6.2 ਲੰਬਾਈ ਜਾਂ ਦੂਰੀ (Length or Distance)

ਸੈਂਟੀਮੀਟਰ ਨੂੰ ਮੀਟਰ ਵਿੱਚ ਬਦਲਣਾ

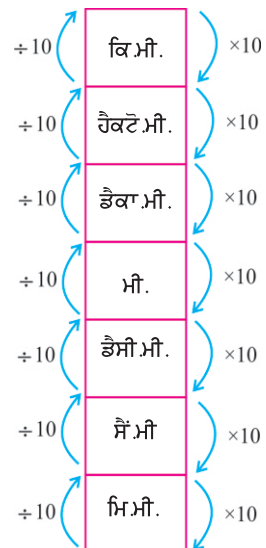
ਅਸੀਂ ਜਾਣਦੇ ਹਾਂ ਕਿ 100 ਸੈ.ਮੀ = 1 ਮੀ.

$$1 \text{ ਸੈ.ਮੀ} = \frac{1}{100} \text{ ਮੀ.} = 0.01 \text{ ਮੀ.}$$

ਇਸੇ ਤਰ੍ਹਾਂ $2 \text{ ਸੈ.ਮੀ} = \frac{2}{100} \text{ ਮੀ.} = 0.02 \text{ ਮੀ.}$

$$7 \text{ ਸੈ.ਮੀ} = \frac{7}{100} \text{ ਮੀ.} = 0.07 \text{ ਮੀ.}$$

$$35 \text{ ਸੈ.ਮੀ} = \frac{35}{100} \text{ ਮੀ.} = 0.35 \text{ ਮੀ.}$$



ਉਦਾਹਰਨ 7. ਦਸ਼ਮਲਵ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਕੇ ਮੀਟਰ ਵਿੱਚ ਬਦਲੋ।

- (i) 4 ਸੈ.ਮੀ (ii) 185 ਸੈ.ਮੀ (iii) 3ਮੀ 32 ਸੈ.ਮੀ

ਹੱਲ : (i) $4\text{ਸੈ.ਮੀ} = \frac{4}{100}\text{ਮੀ.} = 0.04\text{ਮੀ.}$ ($\because 1\text{ਸੈ.ਮੀ} = \frac{1}{100}\text{ਮੀ.}$)

(ii) $185\text{ਸੈ.ਮੀ} = \frac{185}{100}\text{ਮੀ.} = 1.85\text{ਮੀ.}$ ($\because 1\text{ਸੈ.ਮੀ} = \frac{1}{100}\text{ਮੀ.}$)

(iii) $3\text{ਮੀ. } 32\text{ਸੈ.ਮੀ} = 3\text{ਮੀ.} + 32\text{ਸੈ.ਮੀ}$
 $= 3\text{ਮੀ.} + \frac{32}{100}\text{ਮੀ.}$ ($\because 1\text{ਸੈ.ਮੀ} = \frac{1}{100}\text{ਮੀ.}$)
 $= 3\text{ਮੀ.} + 0.32\text{ਮੀ.} = 3.32\text{ਮੀ.}$

ਮਿਲੀਮੀਟਰ ਨੂੰ ਸੈਂਟੀਮੀਟਰ ਵਿੱਚ ਬਦਲਣਾ

ਅਸੀਂ ਜਾਣਦੇ ਹਾਂ ਕਿ $10\text{ ਮਿ.ਮੀ} = 1\text{ ਸੈ.ਮੀ}$

$$\Rightarrow 1\text{ ਮਿ.ਮੀ.} = \frac{1}{10}\text{ਸੈ.ਮੀ.} = 0.1\text{ ਸੈ.ਮੀ.}$$

ਇਸੇ ਤਰ੍ਹਾਂ $3\text{ ਮਿ.ਮੀ.} = \frac{3}{10}\text{ਸੈ.ਮੀ.} = 0.3\text{ ਸੈ.ਮੀ.}$

$$8\text{ ਮਿ.ਮੀ.} = \frac{8}{10}\text{ਸੈ.ਮੀ.} = 0.8\text{ ਸੈ.ਮੀ.}$$

ਉਦਾਹਰਨ 8. ਦਸ਼ਮਲਵ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਕੇ ਸੈਂਟੀਮੀਟਰ ਵਿੱਚ ਬਦਲੋ:

- (i) 5 ਮਿ.ਮੀ. (ii) 28 ਮਿ.ਮੀ. (iii) 5 ਸੈ.ਮੀ. 3 ਮਿ.ਮੀ.

ਹੱਲ : (i) $5\text{ਮਿ.ਮੀ.} = \frac{5}{10}\text{ਸੈ.ਮੀ.} = 0.5\text{ਸੈ.ਮੀ.}$ ($1\text{ਮਿ.ਮੀ.} = \frac{1}{10}\text{ਸੈ.ਮੀ.}$)

(ii) $28\text{ਮਿ.ਮੀ.} = \frac{28}{10}\text{ਸੈ.ਮੀ.} = 2.8\text{ਸੈ.ਮੀ.}$ ($1\text{ਮਿ.ਮੀ.} = \frac{1}{10}\text{ਸੈ.ਮੀ.}$)

(iii) $5\text{ਸੈ.ਮੀ. } 3\text{ਮਿ.ਮੀ.} = 5\text{ਸੈ.ਮੀ.} + 3\text{ਮਿ.ਮੀ.}$
 $= 5\text{ਸੈ.ਮੀ.} + \frac{3}{10}\text{ਸੈ.ਮੀ.}$
 $= 5\text{ਸੈ.ਮੀ.} + 0.3\text{ਸੈ.ਮੀ.} = 5.3\text{ਸੈ.ਮੀ.}$

ਮੀਟਰ ਨੂੰ ਕਿਲੋਮੀਟਰ ਵਿੱਚ ਬਦਲਣਾ

- ਅਸੀਂ ਜਾਣਦੇ ਹਾਂ ਕਿ $1000\text{ ਮੀ.} = 1\text{ ਕਿ.ਮੀ.}$

$$\Rightarrow 1\text{ਮੀ.} = \frac{1}{1000}\text{ਕਿ.ਮੀ.} = 0.001\text{ਕਿ.ਮੀ.}$$

ਇਸੇ ਤਰ੍ਹਾਂ $42\text{ਮੀ.} = \frac{42}{1000}\text{ਕਿ.ਮੀ.} = 0.042\text{ ਕਿ.ਮੀ.}$

$$180\text{ਮੀ.} = \frac{180}{1000}\text{ਕਿ.ਮੀ.} = 0.180\text{ ਕਿ.ਮੀ.}$$

ਉਦਾਹਰਨ 9. ਦਸ਼ਮਲਵ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਕੇ ਕਿਲੋਮੀਟਰ ਵਿੱਚ ਬਦਲੋ।

- (i) 35 ਮੀਟਰ (ii) 1250 ਮੀਟਰ (iii) 5 ਕਿ.ਮੀ. 45 ਮੀਟਰ

ਹੱਲ :

$$\begin{aligned} \text{(i)} \quad 35 \text{ ਮੀ.} &= \frac{35}{1000} \text{ ਕਿ.ਮੀ.} = 0.035 \text{ ਕਿ.ਮੀ.} & (1 \text{ ਮੀ.} &= \frac{1}{1000} \text{ ਕਿ.ਮੀ.}) \\ \text{(ii)} \quad 1250 \text{ ਮੀ.} &= \frac{1250}{1000} \text{ ਕਿ.ਮੀ.} = 1.250 \text{ ਕਿ.ਮੀ.} & (1 \text{ ਮੀ.} &= \frac{1}{1000} \text{ ਕਿ.ਮੀ.}) \\ \text{(iii)} \quad 5 \text{ ਕਿ.ਮੀ. } 45 \text{ ਮੀ.} &= 5 \text{ ਕਿ.ਮੀ.} + 45 \text{ ਮੀ.} \\ &= 5 \text{ ਕਿ.ਮੀ.} + \frac{45}{1000} \text{ ਕਿ.ਮੀ.} & [\because 1 \text{ ਮੀ.} &= \frac{1}{1000} \text{ ਕਿ.ਮੀ.}] \\ &= 5 \text{ ਕਿ.ਮੀ.} + 0.045 \text{ ਕਿ.ਮੀ.} = 5.045 \text{ ਕਿ.ਮੀ.} \end{aligned}$$

6.6.3 ਭਾਰ (Weight)

ਗ੍ਰਾਮਾਂ ਨੂੰ ਕਿਲੋਗ੍ਰਾਮਾਂ ਵਿੱਚ ਬਦਲਣਾ

ਅਸੀਂ ਜਾਣਦੇ ਹਾਂ $1000 \text{ ਗ੍ਰਾਮ} = 1 \text{ ਕਿ.ਗ੍ਰਾ.}$

$$1 \text{ ਗ੍ਰਾਮ} = \frac{1}{1000} \text{ ਕਿ.ਗ੍ਰਾ.} = 0.001 \text{ ਕਿ.ਗ੍ਰਾ.}$$

ਇਸੇ ਤਰ੍ਹਾਂ $8 \text{ ਗ੍ਰਾਮ} = \frac{8}{1000} \text{ ਕਿ.ਗ੍ਰਾ.} = 0.008 \text{ ਕਿ.ਗ੍ਰਾ.}$

ਇਸੇ ਤਰ੍ਹਾਂ $72 \text{ ਗ੍ਰਾਮ} = \frac{72}{1000} \text{ ਕਿ.ਗ੍ਰਾ.} = 0.072 \text{ ਕਿ.ਗ੍ਰਾ.}$

$$430 \text{ ਗ੍ਰਾਮ} = \frac{430}{1000} \text{ ਕਿ.ਗ੍ਰਾ.} = 0.430 \text{ ਕਿ.ਗ੍ਰਾ.}$$

ਉਦਾਹਰਨ 10. ਦਸ਼ਮਲਵ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਕੇ ਕਿਲੋਗ੍ਰਾਮ ਵਿੱਚ ਬਦਲੋ।

- (i) 3 ਗ੍ਰਾਮ (ii) 765 ਗ੍ਰਾਮ (iii) 4 ਕਿ.ਗ੍ਰਾ. 80 ਗ੍ਰਾਮ

ਹੱਲ :

$$\begin{aligned} \text{(i)} \quad 3 \text{ ਗ੍ਰਾਮ} &= \frac{3}{1000} \text{ ਕਿ.ਗ੍ਰਾ.} = 0.003 \text{ ਕਿ.ਗ੍ਰਾ.} & (\because 1 \text{ ਗ੍ਰਾਮ} &= \frac{1}{1000} \text{ ਕਿ.ਗ੍ਰਾ.}) \\ \text{(ii)} \quad 765 \text{ ਗ੍ਰਾਮ} &= \frac{765}{1000} \text{ ਕਿ.ਗ੍ਰਾ.} = 0.765 \text{ ਕਿ.ਗ੍ਰਾ.} & (\because 1 \text{ ਗ੍ਰਾਮ} &= \frac{1}{1000} \text{ ਕਿ.ਗ੍ਰਾ.}) \\ \text{(iii)} \quad 4 \text{ ਕਿ.ਗ੍ਰਾ. } 80 \text{ ਗ੍ਰਾਮ} &= 4 \text{ ਕਿ.ਗ੍ਰਾ.} + 80 \text{ ਗ੍ਰਾਮ.} \\ &= 4 \text{ ਕਿ.ਗ੍ਰਾ.} + \frac{80}{1000} \text{ ਕਿ.ਗ੍ਰਾ.} = 4 \text{ ਕਿ.ਗ੍ਰਾ.} + 0.080 \text{ ਕਿ.ਗ੍ਰਾ.} \\ &= 4.080 \text{ ਕਿ.ਗ੍ਰਾ.} \end{aligned}$$

6.6.4 ਸਮਰੱਥਾ (Capacity)

ਮਿਲੀਲਿਟਰ ਨੂੰ ਲਿਟਰ ਵਿੱਚ ਬਦਲਣਾ

ਅਸੀਂ ਜਾਣਦੇ ਹਾਂ ਕਿ $1000 \text{ ਮਿਲੀਲਿਟਰ} = 1 \text{ ਲਿਟਰ}$

$$1 \text{ ਮਿ.ਲੀ.} = \frac{1}{1000} \text{ ਲਿਟਰ} = 0.001 \text{ ਲਿਟਰ}$$

ਇਸੇ ਤਰ੍ਹਾਂ $9 \text{ ਮਿ.ਲੀ.} = \frac{9}{1000} \text{ ਲਿਟਰ} = 0.009 \text{ ਲਿਟਰ}$

$65 \text{ ਮਿ.ਲੀ.} = \frac{65}{1000} \text{ ਲਿਟਰ} = 0.065 \text{ ਲਿਟਰ}$

$325 \text{ ਮਿ.ਲੀ.} = \frac{325}{1000} \text{ ਲਿਟਰ} = 0.325 \text{ ਲਿਟਰ}$

ਉਦਾਹਰਨ 11. ਦਸ਼ਮਲਵ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਕੇ ਲਿਟਰਾਂ ਵਿੱਚ ਬਦਲੋ।

(i) 50 ਮਿ.ਲੀ. (ii) 665 ਮਿ.ਲੀ. (iii) 2 ਲਿ. 25 ਮਿ.ਲੀ.

ਹੱਲ : (i) $50 \text{ ਮਿ.ਲੀ.} = \frac{50}{1000} \text{ ਲਿਟਰ} = 0.050 \text{ ਲਿਟਰ}$ ($1 \text{ ਮਿ.ਲੀ.} = \frac{1}{1000} \text{ ਲਿਟਰ}$)

(ii) $665 \text{ ਮਿ.ਲੀ.} = \frac{665}{1000} \text{ ਲਿਟਰ} = 0.665 \text{ ਲਿਟਰ}$ ($1 \text{ ਮਿ.ਲੀ.} = \frac{1}{1000} \text{ ਲਿਟਰ}$)

(iii) $2 \text{ ਲਿਟਰ } 25 \text{ ਮਿ.ਲੀ.} = 2 \text{ ਲਿਟਰ} + 25 \text{ ਮਿ.ਲੀ.}$

$= 2 \text{ ਲਿਟਰ} + \frac{25}{1000} \text{ ਲਿਟਰ} = 2 \text{ ਲਿਟਰ} + 0.025 \text{ ਲਿਟਰ}$

$= 2.025 \text{ ਲਿਟਰ}$

ਅਭਿਆਸ 6.2

1. ਦਸ਼ਮਲਵ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਕੇ ਰੁਪਏ ਵਿੱਚ ਬਦਲੋ।

(i) 35 ਪੈਸੇ (ii) 4 ਪੈਸੇ (iii) 240 ਪੈਸੇ

(iv) 12 ਰੁ. 25 ਪੈਸੇ (v) 24 ਰੁ. 5 ਪੈਸੇ

2. ਦਸ਼ਮਲਵ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਕੇ ਮੀਟਰ ਵਿੱਚ ਬਦਲੋ।

(i) 5 ਸੈ.ਮੀ. (ii) 62 ਸੈ.ਮੀ. (iii) 135 ਸੈ.ਮੀ. (iv) 5 ਮੀ. 20 ਸੈ.ਮੀ.

(v) 12 ਮੀ. 8 ਸੈ.ਮੀ.

3. ਦਸ਼ਮਲਵ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਕੇ ਸੈਂਟੀਮੀਟਰ ਵਿੱਚ ਬਦਲੋ।

(i) 2 ਮਿ.ਮੀ. (ii) 28 ਮਿ.ਮੀ. (iii) 8 ਸੈ.ਮੀ. 4 ਮਿ.ਮੀ.

4. ਦਸ਼ਮਲਵ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਕੇ ਕਿਲੋਮੀਟਰ ਵਿੱਚ ਬਦਲੋ।

(i) 7 ਮੀ. (ii) 50 ਮੀ. (iii) 425 ਮੀ. (iv) 2475 ਮੀ. (v) 3 ਕਿ.ਮੀ. 225 ਮੀ.

5. ਦਸ਼ਮਲਵ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਕੇ ਕਿਲੋਗ੍ਰਾਮ ਵਿੱਚ ਬਦਲੋ।

(i) 5 ਗ੍ਰਾਮ (ii) 75 ਗ੍ਰਾਮ (iii) 423 ਗ੍ਰਾਮ (iv) 1265 ਗ੍ਰਾਮ (v) 5 ਕਿ.ਗ੍ਰਾਮ 418 ਗ੍ਰਾਮ

6. ਦਸ਼ਮਲਵ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਕੇ ਲਿਟਰਾਂ ਵਿੱਚ ਬਦਲੋ।

(i) 2 ਮਿਲੀਲਿਟਰ (ii) 80 ਮਿਲੀਲਿਟਰ (iii) 725 ਮਿਲੀਲਿਟਰ

(iv) 3 ਲਿਟਰ 423 ਮਿਲੀਲਿਟਰ (v) 8 ਲਿਟਰ 20 ਮਿਲੀਲਿਟਰ

6.7 ਦਸ਼ਮਲਵਾਂ ਦਾ ਜੋੜ (Addition of Decimals)

ਦਸ਼ਮਲਵਾਂ ਦਾ ਜੋੜ ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੇ ਜੋੜ ਦੇ ਸਮਾਨ ਹੀ ਹੈ; ਸਿਰਫ ਇੱਕ ਹੀ ਅੰਤਰ ਹੈ ਕਿ ਜੋੜਫਲ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰਨ ਤੋਂ ਪਹਿਲਾਂ ਸਾਨੂੰ ਨਿਸ਼ਚਿਤ ਕਰਨਾ ਪੈਂਦਾ ਹੈ ਕਿ ਸਾਰੇ ਦਸ਼ਮਲਵ ਇੱਕ ਹੀ ਕਾਲਮ ਵਿੱਚ ਹਨ। ਦਸ਼ਮਲਵ ਨੂੰ ਜੋੜਨ ਲਈ ਅਸੀਂ ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਪਗ ਅਪਣਾਉਂਦੇ ਹਾਂ।

1. ਦਸ਼ਮਲਵ ਸਥਾਨ ਨੂੰ ਦਿਖਾਉਣ ਲਈ ਇੱਕ ਦਾਣੇਦਾਰ ਰੇਖਾ ਬਣਾਓ।
2. ਦਸ਼ਮਲਵਾਂ ਨੂੰ ਇੱਕ ਕਾਲਮ ਵਿੱਚ ਲਿਖੋ ਤਾਂ ਕਿ ਦੱਸਵੇਂ ਸਥਾਨ ਵਾਲੇ ਅੰਕ ਹੇਠ ਦੱਸਵੇਂ ਸਥਾਨ ਵਾਲਾ ਅੰਕ ਆਵੇ, ਸੌਵੇਂ ਹੇਠ ਸੌਵਾਂ ਆਵੇ ਅਤੇ ਇਸੇ ਤਰ੍ਹਾਂ ਅੱਗੇ ਵੀ।
3. ਦਿੱਤੇ ਦਸ਼ਮਲਵਾਂ ਨੂੰ ਸਮਾਨ ਦਸ਼ਮਲਵਾਂ ਵਿੱਚ ਬਦਲੋ।
4. ਜਿਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਅਸੀਂ ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਜੋੜਦੇ ਹਾਂ, ਇਹਨਾਂ ਨੂੰ ਜੋੜੋ।

ਹੇਠ ਦਿੱਤੀਆਂ ਉਦਾਹਰਨਾਂ ਇਸ ਸੰਕਲਪ ਨੂੰ ਹੋਰ ਚੰਗੀ ਤਰ੍ਹਾਂ ਸਪੱਸ਼ਟ ਕਰਨਗੀਆਂ:

ਉਦਾਹਰਨ 12. ਹੇਠਾਂ ਲਿਖਿਆਂ ਨੂੰ ਜੋੜੋ।

(i) $4.23 + 5.69$ (ii) $3.15 + 4.234$ (iii) $1.2 + 18.67$

(iv) $2.4 + 1.35 + 24.567$ (v) $13.25 + 2.4 + 18$

ਹੱਲ :

(i) ਸਾਡੇ ਕੋਲ ਹੈ $4.23 + 5.69$

- ਦਸ਼ਮਲਵ ਬਿੰਦੂ ਨੂੰ ਦਿਖਾਉਣ ਲਈ ਦਾਣੇਦਾਰ ਰੇਖਾ ਬਣਾਓ।
- ਧਿਆਨ ਰੱਖੋ ਕਿ ਹਰੇਕ ਦਸ਼ਮਲਵ ਸੰਖਿਆ ਦਾ ਦਸ਼ਮਲਵ ਬਿੰਦੂ, ਇਸ ਰੇਖਾ ਉੱਪਰ ਇੱਕ ਦੂਸਰੇ ਹੇਠਾਂ ਹੋਣਾ ਚਾਹੀਦਾ ਹੈ ਜਿਵੇਂ ਕਿ ਦਿਖਾਇਆ ਗਿਆ ਹੈ
- ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਜੋੜੋ।

ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ 9.92 ਲੋੜੀਂਦਾ ਉੱਤਰ ਹੈ।

$$\begin{array}{r} 4.23 \\ + 5.69 \\ \hline 9.92 \end{array}$$

ਨੋਟ : ਬਾਕੀ ਸਵਾਲਾਂ ਵਿੱਚ ਵੀ ਦਸ਼ਮਲਵ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੇ ਜੋੜ/ਘਟਾਉ ਲਈ ਅਸੀਂ ਇਹ ਪਗਲਾਗੂ ਕਰਾਂਗੇ।

(ii) ਸਾਡੇ ਕੋਲ ਹੈ $3.15 + 4.234$

ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ 7.384 ਲੋੜੀਂਦਾ ਉੱਤਰ ਹੈ।

$$\begin{array}{r} 3.150 \\ + 4.234 \\ \hline 7.384 \end{array}$$

(iii) ਸਾਡੇ ਕੋਲ ਹੈ $1.2 + 18.67$

ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ, 19.87 ਲੋੜੀਂਦਾ ਉੱਤਰ ਹੈ।

$$\begin{array}{r} 01.20 \\ + 18.67 \\ \hline 19.87 \end{array}$$

ਆਮ ਗਲਤੀ :- ਇਹ ਆਮ ਗਲਤੀ ਹੈ ਕਿ ਵਿਦਿਆਰਥੀ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਜੋੜ ਸਕਦੇ ਹਨ:

ਇਹ ਸਹੀ ਨਹੀਂ ਕਿਉਂਕਿ ਦਸ਼ਮਲਵ ਬਿੰਦੂ

ਇੱਕ ਹੀ ਕਾਲਮ ਵਿੱਚ ਨਹੀਂ ਹਨ।

ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਦੀ ਗਲਤੀ ਨੂੰ ਰੋਕਣ ਲਈ ਸੁਨਿਸ਼ਚਿਤ ਕਰੋ ਕਿ ਦਸ਼ਮਲਵ ਬਿੰਦੂ ਇੱਕ ਖੜ੍ਹਵੀਂ ਰੇਖਾ ਉੱਤੇ ਹੋਣ।

$$\begin{array}{r} 1.2 \\ + 18.67 \\ \hline 18.79 \end{array}$$

(iv) ਸਾਡੇ ਕੋਲ ਹੈ $2.4 + 1.35 + 24.567$

ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ, 28.317 ਲੋੜੀਂਦਾ ਉੱਤਰ ਹੈ।

$$\begin{array}{r} 02.400 \\ 01.350 \\ + 24.567 \\ \hline 28.317 \end{array}$$

(v) ਸਾਡੇ ਕੋਲ ਹੈ $13.25 + 2.4 + 18$

$$\begin{array}{r} 13.25 \\ 02.40 \\ + 18.00 \\ \hline 33.65 \end{array}$$

ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ, 33.65 ਲੋੜੀਂਦਾ ਉੱਤਰ ਹੈ।

6.8 ਦਸ਼ਮਲਵਾਂ ਦੀ ਘਟਾਓ (Subtraction of Decimals)

ਦਸ਼ਮਲਵਾਂ ਦਾ ਘਟਾਓ, ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੇ ਘਟਾਓ ਦੀ ਤਰ੍ਹਾਂ ਹੀ ਹੈ। ਸਿਰਫ਼ ਇਕ ਹੀ ਅੰਤਰ ਹੈ ਕਿ ਘਟਾਓ ਕਰਨ ਤੋਂ ਪਹਿਲਾਂ ਇਹ ਯਕੀਨੀ ਬਣਾਉਣਾ ਪਵੇਗਾ ਕਿ ਸਾਰੇ ਦਸ਼ਮਲਵ ਇੱਕ ਹੀ ਕਾਲਮ ਵਿੱਚ ਹਨ। ਦਸ਼ਮਲਵ ਦੇ ਘਟਾਓ ਲਈ ਅਸੀਂ ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਪਗ ਅਪਣਾਉਂਦੇ ਹਾਂ।

ਪੱਗ 1. ਦਸ਼ਮਲਵ ਬਿੰਦੂ ਨੂੰ ਦਰਸਾਉਣ ਲਈ ਦਾਣੇਦਾਰ ਰੇਖਾ ਲਗਾਓ।

ਪੱਗ 2. ਦਸ਼ਮਲਵ ਇੱਕ ਕਾਲਮ ਵਿੱਚ ਲਿਖੋ ਤਾਂ ਜੋ ਦਸਵੇਂ ਸਥਾਨ ਵਾਲੇ ਅੰਕ ਹੇਠਾਂ ਦੱਸਵੇਂ ਸਥਾਨ ਵਾਲਾ ਅੰਕ ਹੋਵੇ ਅਤੇ ਸੌਵੇਂ ਹੇਠ ਸੌਵਾਂ ਆਵੇ ਅਤੇ ਇਸੇ ਤਰ੍ਹਾਂ ਅੱਗੇ ਵੀ।

ਪੱਗ 3. ਦਿੱਤੇ ਦਸ਼ਮਲਵਾਂ ਨੂੰ ਸਮਾਨ ਦਸ਼ਮਲਵ ਵਿੱਚ ਬਦਲੋ।

ਪੱਗ 4. ਜਿਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਅਸੀਂ ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਘਟਾਉਂਦੇ ਹਾਂ ਉਸੇ ਤਰ੍ਹਾਂ ਘਟਾਓ ਕਰੋ।

ਆਓ ਕੁੱਝ ਉਦਾਹਰਨਾਂ ਲਈਏ :

ਉਦਾਹਰਨ 13. ਦਸ਼ਮਲਵਾਂ ਨੂੰ ਘਟਾਓ :

(i) $14.82 - 5.97$ (ii) $25.18 - 18.07$ (iii) $42.3 - 15.78$

(iv) $47.39 - 13.412$ (v) $40 - 4.156$

ਹੱਲ : (i) ਸਾਡੇ ਕੋਲ ਹੈ $14.82 - 5.97$

$$\begin{array}{r} 14.82 \\ - 05.97 \\ \hline 8.85 \end{array}$$

ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ, 8.85 ਲੋੜੀਂਦਾ ਉੱਤਰ ਹੈ।

(ii) ਸਾਡੇ ਕੋਲ ਹੈ $25.18 - 18.07$

$$\begin{array}{r} 25.18 \\ - 18.07 \\ \hline 7.11 \end{array}$$

ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ, 7.11 ਲੋੜੀਂਦਾ ਉੱਤਰ ਹੈ।

(iii) ਸਾਡੇ ਕੋਲ ਹੈ $42.3 - 15.78$

$$\begin{array}{r} 42.30 \\ - 15.78 \\ \hline 26.52 \end{array}$$

ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ, 26.52 ਲੋੜੀਂਦਾ ਉੱਤਰ ਹੈ।

(iv) ਸਾਡੇ ਕੋਲ ਹੈ $47.39 - 13.412$

$$\begin{array}{r} 47.390 \\ - 13.412 \\ \hline 33.978 \end{array}$$

ਇਸੇ ਤਰ੍ਹਾਂ, 33.978 ਲੋੜੀਂਦਾ ਉੱਤਰ ਹੈ।

(v) ਸਾਡੇ ਕੋਲ ਹੈ $40 - 4.156$

$$\begin{array}{r} 40.000 \\ - 4.156 \\ \hline 35.844 \end{array}$$

ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ, 35.844 ਲੋੜੀਂਦਾ ਉੱਤਰ ਹੈ।

ਉਦਾਹਰਨ 14 : (i) 12.83 ਨੂੰ 19.672 ਵਿੱਚੋਂ ਘਟਾਓ।

(ii) 24.67 ਨੂੰ 32 ਵਿੱਚੋਂ ਘਟਾਓ।

ਹੱਲ :

(i) 19.672

(ii) 32.00

$$\begin{array}{r} 19.672 \\ - 12.830 \\ \hline 6.842 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 32.00 \\ - 24.67 \\ \hline 7.33 \end{array}$$

6.9 ਸ਼ਬਦ ਸਮੱਸਿਆਵਾਂ (Word Problems)

ਇਸ ਭਾਗ ਵਿੱਚ, ਅਸੀਂ ਰੋਜ਼ਾਨਾ ਜਿੰਦਗੀ ਵਿੱਚ ਦਸ਼ਮਲਵਾਂ ਦੇ ਜੋੜ ਤੇ ਘਟਾਓ ਨਾਲ ਸੰਬੰਧਿਤ ਸਮੱਸਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਹੱਲ ਕਰਾਂਗੇ।

ਉਦਾਹਰਨ 15. ਤਿੰਨ ਬੈਲਿਆਂ ਵਿੱਚ ਕੁਮਵਾਰ 45 ਕਿ.ਗ੍ਰਾ. 38.16 ਕਿ.ਗ੍ਰਾ. ਅਤੇ 47.258 ਕਿ.ਗ੍ਰਾ. ਚਾਵਲ ਹਨ। ਬੈਲਿਆਂ ਵਿੱਚ ਚਾਵਲ ਦਾ ਕੁੱਲ ਭਾਰ ਕਿੰਨਾ ਹੈ?

ਹੱਲ :

ਬੈਲਿਆਂ ਵਿੱਚ ਚਾਵਲ ਦਾ ਕੁੱਲ ਭਾਰ = ਤਿੰਨਾਂ ਬੈਲਿਆਂ ਦੇ ਭਾਰ ਦਾ ਜੋੜ

$$\begin{array}{r} 45.000 \\ 38.160 \\ + 47.258 \\ \hline 130.418 \end{array}$$

ਇਸ ਲਈ, ਚਾਵਲ ਦਾ ਕੁੱਲ ਭਾਰ 130.418 ਕਿ.ਗ੍ਰਾਮ ਹੈ।

ਉਦਾਹਰਨ 16. ਮਨਦੀਪ ₹86.75 ਦੀਆਂ ਕਿਤਾਬਾਂ, ₹28.2 ਦੀਆਂ ਪੈਨਸਿਲਾਂ ਅਤੇ ₹54.25 ਦਾ ਜਿਉਮੈਟਰੀ ਬਾਕਸ ਖਰੀਦਦੀ ਹੈ। ਉਸਨੂੰ ਕੁੱਲ ਕਿੰਨੇ ਰੁਪਏ ਦੇਣੇ ਪੈਣਗੇ?

ਹੱਲ :

ਕਿਤਾਬਾਂ ਦਾ ਮੁੱਲ = ₹ 86.75

ਪੈਨਸਿਲਾਂ ਦਾ ਮੁੱਲ = ₹ 28.20

ਜਿਉਮੈਟਰੀ ਬਾਕਸ ਦਾ ਮੁੱਲ = ₹ 54.25

ਕੁੱਲ ਰੁਪਏ ਜੋ ਉਸਨੂੰ ਦੇਣੇ ਪੈਣਗੇ = ₹86.75 + ₹28.20 + ₹54.25 = ₹169.20

ਉਸ ਨੂੰ ਕੁੱਲ ₹169.20 ਦੇਣੇ ਪੈਣਗੇ।

ਉਦਾਹਰਨ 17. ਰਮਨ ਅਤੇ ਅਸ਼ੀਸ਼ ਦੀ ਕੁਮਵਾਰ ਉਚਾਈ 1.64 ਮੀਟਰ ਅਤੇ 0.98 ਮੀਟਰ ਹੈ। ਅਸ਼ੀਸ਼ ਰਮਨ ਤੋਂ ਕਿੰਨਾ ਛੋਟਾ ਹੈ?

ਹੱਲ :

ਸਵਾਲ ਨੂੰ ਹੱਲ ਕਰਨ ਲਈ ਅਸੀਂ ਦੋਹਾਂ ਦੀਆਂ ਉਚਾਈਆਂ ਦਾ ਅੰਤਰ ਪਤਾ ਕਰਦੇ ਹਾਂ।

ਰਮਨ ਦੀ ਉਚਾਈ = 1.64 ਮੀ.

ਅਸ਼ੀਸ ਦੀ ਉਚਾਈ = 0.98 ਮੀ.

ਉਚਾਈਆਂ ਦਾ ਅੰਤਰ = 1.64ਮੀ. - 0.98ਮੀ. = 0.66 ਮੀ.

ਇਸ ਲਈ, ਅਸ਼ੀਸ ਰਮਨ ਤੋਂ 0.66 ਮੀ. ਛੋਟਾ ਹੈ।

ਉਦਾਹਰਨ 18. 25 ਮੀਟਰ ਲੰਬਾਈ ਵਾਲੇ ਇੱਕ ਰਿਬਨ ਵਿੱਚੋਂ 8.2 ਮੀਟਰ ਅਤੇ 5.65 ਮੀਟਰ ਦੇ ਦੋ ਟੁਕੜੇ ਕੱਟੇ ਗਏ। ਬਾਕੀ ਬਚੇ ਹਿੱਸੇ ਦੀ ਲੰਬਾਈ ਪਤਾ ਕਰੋ।

ਹੱਲ : ਦਿੱਤਾ ਹੈ, ਰਿਬਨ ਦੀ ਕੁੱਲ ਲੰਬਾਈ = 25 ਮੀ.

ਪਹਿਲੇ ਟੁਕੜੇ ਦੀ ਲੰਬਾਈ = 8.2 ਮੀ.

ਅਤੇ ਦੂਜੇ ਟੁਕੜੇ ਦੀ ਲੰਬਾਈ = 5.65 ਮੀ.

ਹੁਣ ਦੋਹਾਂ ਟੁਕੜਿਆਂ ਦੀ ਕੁੱਲ ਲੰਬਾਈ = 8.2 ਮੀ. + 5.65 ਮੀ. = 13.85 ਮੀ.

∴ ਬਾਕੀ ਬਚੇ ਹਿੱਸੇ ਦੀ ਲੰਬਾਈ = (ਕੁੱਲ ਲੰਬਾਈ) - (ਦੋਵਾਂ ਟੁਕੜਿਆਂ ਦੀ ਲੰਬਾਈ ਦਾ ਜੋੜ)
= 25.00 ਮੀ. - 13.85 ਮੀ. = 11.15 ਮੀ.

ਇਸ ਲਈ ਲੋੜੀਂਦੀ ਲੰਬਾਈ 11.15 ਮੀ. ਹੈ।

ਅਭਿਆਸ 6.3

1. ਹੇਠ ਲਿਖਿਆਂ ਨੂੰ ਹੱਲ ਕਰੋ।

(i) $12.15 + 4.87$ (ii) $23.5 + 13.47$ (iii) $12.56 + 6.234$

(iv) $24.25 - 13.12$ (v) $18.8 - 4.26$ (vi) $42.34 - 5.256$

(vii) $45.4 + 13.25 + 28.68$ (viii) $52.9 + 26.893 + 13.62$

(ix) $42 - 27.563$ (x) $64.26 - 43.589 + 13.42$

(xi) $18.3 + 2.56 - 11.643$ (xii) $66.5 - 13.49 - 29.712$

2. (i) 21.92 ਨੂੰ 32.683 ਵਿੱਚੋਂ ਘਟਾਓ।

(ii) 14.812 ਨੂੰ 23 ਵਿੱਚੋਂ ਘਟਾਓ।

3. 3.412 ਵਿੱਚ ਕੀ ਜੋੜਿਆ ਜਾਵੇ ਕਿ 7 ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੋਵੇ?

4. ਖਾਨ ਨੇ ₹63.25 ਗਣਿਤ ਦੀ ਕਿਤਾਬ ਲਈ ਅਤੇ ₹48.99 ਇੰਗਲਿਸ਼ ਦੀ ਕਿਤਾਬ ਲਈ ਖਰਚ ਕੀਤੇ। ਖਾਨ ਦੁਆਰਾ ਕੀਤਾ ਗਿਆ ਕੁੱਲ ਖਰਚ ਪਤਾ ਕਰੋ।

5. ਸਮਰ ਨੇ ਸਵੇਰੇ 3 ਕਿ.ਮੀ. 450ਮੀ. ਸਵੇਰੇ ਅਤੇ ਸ਼ਾਮ ਨੂੰ 2 ਕਿ.ਮੀ. 585ਮੀ. ਸੈਰ ਕੀਤੀ। ਉਸ ਨੇ ਕੁੱਲ ਕਿੰਨੀ ਦੂਰੀ ਤੈਅ ਕੀਤੀ?

6. ਸ਼ੀਤਲ ਦੀ ਜੇਬ ਵਿੱਚ ₹190.50 ਹਨ। ਉਹ ₹123.99 ਦਾ ਸਕੂਲ ਬੈਗ ਖਰੀਦਦੀ ਹੈ। ਹੁਣ ਉਸ ਕੋਲ ਕੁੱਲ ਕਿੰਨੀ ਰਾਸ਼ੀ ਬਾਕੀ ਹੈ?

7. ਇੱਕ 18.56 ਮੀ. ਲੰਬੇ ਰਿਬਨ ਦੇ ਟੁਕੜੇ ਨੂੰ ਤਿੰਨ ਹਿੱਸਿਆਂ ਵਿੱਚ ਕੱਟਿਆ ਗਿਆ। ਜੇਕਰ ਦੋ ਟੁਕੜਿਆਂ ਦੀ ਲੰਬਾਈ ਕ੍ਰਮਵਾਰ 8.75 ਮੀ. ਅਤੇ 3.12 ਮੀ. ਹੈ। ਤੀਜੇ ਟੁਕੜੇ ਦੀ ਲੰਬਾਈ ਪਤਾ ਕਰੋ।

8. ਵੀਰਪਾਲ ਨੇ 20 ਕਿ.ਗ੍ਰਾ. ਸਬਜ਼ੀ ਖਰੀਦੀ ਹੈ। ਜਿਸ ਵਿੱਚ 6 ਕਿ.ਗ੍ਰਾ. 750 ਗ੍ਰਾਮ ਪਿਆਜ਼, 5 ਕਿ.ਗ੍ਰਾ. 25 ਗ੍ਰਾਮ ਆਲੂ ਅਤੇ ਬਾਕੀ ਟਮਾਟਰ ਹਨ। ਟਮਾਟਰਾਂ ਦਾ ਭਾਰ ਪਤਾ ਕਰੋ।

9. ਅਸ਼ੀਸ ਦਾ ਸਕੂਲ ਘਰ ਤੋਂ 28 ਕਿ.ਮੀ. ਦੂਰ ਹੈ। ਉਹ 14 ਕਿ.ਮੀ. 250 ਮੀ. ਦੂਰੀ ਬੱਸ ਰਾਹੀਂ, 12 ਕਿ.ਮੀ. 650 ਮੀ. ਦੂਰੀ ਕਾਰ ਰਾਹੀਂ ਅਤੇ ਬਾਕੀ ਦੂਰੀ ਪੈਦਲ ਤੈਅ ਕਰਦਾ ਹੈ। ਉਸ ਕਿੰਨੀ ਦੂਰੀ ਪੈਦਲ ਤੈਅ ਕਰਦਾ ਹੈ?



● ਬਹੁ-ਵਿਕਲਪੀ ਪ੍ਰਸ਼ਨ ●

1. $2.5 = \dots\dots\dots$
(a) $\frac{5}{2}$ (b) $\frac{25}{2}$ (c) $\frac{5}{10}$ (d) $\frac{1}{4}$
2. $\frac{13}{2} = \dots\dots\dots$
(a) 6 (b) 6.1 (c) 1.3 (d) 6.5
3. ਹੇਠ ਲਿਖਿਆਂ ਵਿੱਚੋਂ ਕਿਹੜੀ ਦਸ਼ਮਲਵ ਸੰਖਿਆ ਸਭ ਤੋਂ ਵੱਡੀ ਹੈ?
(a) 0.5 (b) 0.05 (c) 0.51 (d) 0.005
4. ਹੇਠ ਲਿਖਿਆਂ ਵਿੱਚੋਂ ਕਿਹੜੀ ਦਸ਼ਮਲਵ ਸੰਖਿਆ ਸਭ ਤੋਂ ਛੋਟੀ ਹੈ?
(a) 2.13 (b) .213 (c) 21.3 (d) 213
5. 75 ਗ੍ਰਾਮ = $\dots\dots\dots$ ਕਿ.ਗ੍ਰਾ.
(a) .075 ਕਿ.ਗ੍ਰਾ. (b) .75 ਕਿ.ਗ੍ਰਾ. (c) 7.5 ਕਿ.ਗ੍ਰਾ. (d) 75 ਕਿ.ਗ੍ਰਾ.
6. 27 ਮਿ.ਮੀ = $\dots\dots\dots$ ਸੈ.ਮੀ.
(a) .27 ਸੈ.ਮੀ. (b) 27 ਸੈ.ਮੀ. (c) 2.7 ਸੈ.ਮੀ. (d) .027 ਸੈ.ਮੀ.
7. $2.5 + 4.23 = \dots\dots\dots$
(a) 4.48 (b) 6.73 (c) 4.73 (d) 6.48
8. $15 + 3.84 = \dots\dots\dots$
(a) 3.99 (b) 18.99 (c) 3.84 (d) 18.84
9. $13.5 - 4.23 = \dots\dots\dots$
(a) 2.87 (b) 7.29 (c) 9.27 (d) 9.37
10. $20 - 12.56 = \dots\dots\dots$
(a) 7.44 (b) 8.44 (c) 9.44 (d) 6.44
11. $14.8 + 2.62 - 8.4 = \dots\dots\dots$
(a) 8.02 (b) 9.12 (c) 9.02 (d) 6.44
12. 5ਲਿਟਰ 7ਮਿਲੀ ਲਿਟਰ = $\dots\dots\dots$ ਲਿਟਰ
(a) 5.07 ਲਿਟਰ (b) 5.7 ਲਿਟਰ
(c) 5.70 ਲਿਟਰ (d) 5.007 ਲਿਟਰ
13. 12ਕਿ.ਗ੍ਰਾ 85 ਗ੍ਰਾਮ = $\dots\dots\dots$ ਕਿ.ਗ੍ਰਾਮ
(a) 12.085ਕਿ.ਗ੍ਰਾਮ (b) 12.85ਕਿ.ਗ੍ਰਾਮ (c) 128.5ਕਿ.ਗ੍ਰਾਮ (d) 12.0085ਕਿ.ਗ੍ਰਾਮ
14. 235 ਪੈਸੇ = ₹ $\dots\dots\dots$
(a) ₹235 (b) ₹23.5 (c) ₹2.35 (d) ₹.235



● ਸਿੱਖਣ ਦੇ ਪਰਿਣਾਮ ●

ਇਸ ਅਧਿਆਇ ਦੀ ਪੂਰਨਤਾ ਦੇ ਬਾਅਦ, ਵਿਦਿਆਰਥੀ :

- ਦਸ਼ਮਲਵ ਸਥਾਨਾਂ ਨੂੰ ਸਮਝਣ ਦੇ ਯੋਗ ਹਨ।
- ਦਸ਼ਮਲਵ ਅੰਕਾਂ ਦੇ ਜੋੜ ਅਤੇ ਘਟਾਓ ਕਰਨ ਦੇ ਯੋਗ ਹਨ।
- ਲੰਬਾਈ, ਧਾਰਨ ਸਮੱਰਥਾ ਅਤੇ ਭਾਰ ਆਦਿ ਵਿੱਚ ਦਸ਼ਮਲਵ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਨ ਦੇ ਯੋਗ ਹਨ।
- ਰੋਜ਼ਾਨਾ ਜ਼ਿੰਦਗੀ ਦੀਆਂ ਸਮੱਸਿਆਵਾਂ ਵਿੱਚ ਦਸ਼ਮਲਵ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਨ ਦੇ ਯੋਗ ਹਨ।



ਉੱਤਰਮਾਲਾ

ਅਭਿਆਸ 6.1

- (i) $\frac{7}{5}$ (ii) $\frac{9}{4}$ (iii) $\frac{93}{5}$ (iv) $\frac{101}{25}$ (v) $\frac{108}{5}$
- (i) 0.07 (ii) 1.2 (iii) 2.15 (iv) 0.018 (v) 24.5
- (i) 2.5 (ii) 0.75 (iii) 5.6 (iv) 6.75 (v) 4.25
- (i) 8.5 (ii) 8.25 (iii) 15.2 (iv) 0.96 (v) 0.625
- (i) 1.3, 1.4, 1.5 (ii) 2.9, 3, 3.1 (iii) 5.1, 5.2, 5.3, 5.4
- (i) 0.7 (ii) 2.6 (iii) 1.32 (iv) 12.4 (v) 18.35
(vi) 12 (vii) 5.061 (viii) 23.3 (ix) 13.08 (x) 2.3
- (i) 1.8, 1.9, 2, 2.5 (ii) 1.3, 3.1, 3.4, 4.3 (iii) 1.2, 1.24, 1.42, 1.8
- (i) 4.2, 4.12, 4.1, 4.01 (ii) 13, 1.3, 1.03, 1.003 (iii) 8.2, 8.1, 8.02, 8.002

ਅਭਿਆਸ 6.2

- (i) ₹0.35 (ii) ₹0.04 (iii) ₹2.40 (iv) ₹12.25 (v) ₹24.05
- (i) 0.05ਮੀ. (ii) 0.62ਮੀ. (iii) 1.35ਮੀ. (iv) 5.20ਮੀ. (v) 12.08ਮੀ.
- (i) 0.2ਸੈ.ਮੀ. (ii) 2.8ਸੈ.ਮੀ. (iii) 8.4ਸੈ.ਮੀ.
- (i) 0.007ਕਿ.ਮੀ. (ii) 0.050ਕਿ.ਮੀ. (iii) 0.425ਕਿ.ਮੀ. (iv) 2.475ਕਿ.ਮੀ. (v) 3.225ਕਿ.ਮੀ.
- (i) 0.005ਕਿ.ਗ੍ਰਾ. (ii) 0.075ਕਿ.ਗ੍ਰਾ. (iii) 0.423ਕਿ.ਗ੍ਰਾ. (iv) 1.265ਕਿ.ਗ੍ਰਾ. (v) 5.418ਕਿ.ਗ੍ਰਾ.
- (i) 0.002ਲਿਟਰ (ii) 0.080ਲਿਟਰ (iii) 0.725ਲਿਟਰ (iv) 3.423ਲਿਟਰ (v) 8.020ਲਿਟਰ

ਅਭਿਆਸ 6.3

- (1) (i) 17.02 (ii) 36.97 (iii) 18.794 (iv) 11.13 (v) 14.54 (vi) 37.084
(vii) 87.33 (viii) 93.413 (ix) 14.437 (x) 34.091 (xi) 9.217 (xii) 23.298
- (2) (i) 10.763 (ii) 8.188 (3) (i) 3.588 (4) ₹ 112.24 (5) 6ਕਿ.ਮੀ 035ਮੀ.
(6) ₹ 66.51 (7) 6.69 ਮੀ. (8) 8.225 ਕਿ.ਗ੍ਰਾ. (9) 1 ਕਿ.ਮੀ. 100 ਮੀ.

ਬਹੁ-ਵਿਕਲਪੀ ਪ੍ਰਸ਼ਨ (Multiple Choice Questions)

- (1) a (2) d (3) c (4) b (5) a (6) c (7) b (8) d (8) c (10) a
(11) c (12) d (13) a (14) c





ਬੀਜ ਗਣਿਤ

(ALGEBRA)

7



ਉਦੇਸ਼

ਇਸ ਅਧਿਆਇ ਵਿੱਚ ਤੁਸੀਂ ਸਿਖੋਗੇ :

- ਚਲਾਂ ਸੰਬੰਧੀ ਜਾਣਕਾਰੀ।
- ਵੱਖ ਵੱਖ ਸਥਿਤੀਆਂ ਵਿੱਚ ਚਲਾਂ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਨਾ।
- ਬੀਜਗਣਿਤ ਵਿਅੰਜਕ ਬਣਾਉਣਾ।

7.1 ਭੂਮਿਕਾ (Introduction)

ਅਸੀਂ ਹੁਣ ਤੱਕ $0, 1, 2, 3, \dots$ ਅੰਕਾਂ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਅਤੇ ਚਾਰ ਕਿਰਿਆਵਾਂ : ਜੋੜ, ਘਟਾਓ, ਗੁਣਾ ਅਤੇ ਭਾਗ ਕਰਦੇ ਆ ਰਹੇ ਹਾਂ। ਗਣਿਤ ਦੀ ਇਹ ਸ਼ਾਖਾ ਅੰਕਗਣਿਤ ਅਖਵਾਉਂਦੀ ਹੈ। ਅਸੀਂ ਦੇ ਪਸਾਰੀ ਅਤੇ ਤਿੰਨ ਪਸਾਰੀ ਆਕ੍ਰਿਤੀਆਂ ਬਾਰੇ ਵੀ ਸਿੱਖਿਆ ਹੈ, ਜਿਸਦੇ ਅਧਿਐਨ ਨੂੰ ਜਿਮਾਇਤੀ ਆਖਦੇ ਹਨ। ਇਥੇ ਅਸੀਂ ਗਣਿਤ ਦੀ ਇੱਕ ਨਵੀਂ ਸ਼ਾਖਾ ਬਾਰੇ ਪੜ੍ਹਾਂਗੇ ਜਿਸਨੂੰ ਬੀਜਗਣਿਤ ਆਖਦੇ ਹਨ। ਇਹ ਅਰਬੀ ਭਾਸ਼ਾ ਦਾ ਸ਼ਬਦ ਹੈ ਜਿਸਦਾ ਅਰਥ ਹੈ “ਟੁੱਟੇ ਹੋਏ ਹਿੱਸਿਆਂ ਨੂੰ ਨੇੜੇ ਲਿਆਉਣਾ” ਬੀਜਗਣਿਤ, ਅੰਕਗਣਿਤ ਦੇ ਨਿਯਮਾਂ ਅਤੇ ਕਿਰਿਆਵਾਂ ਅਨੁਸਾਰ ਚਲਦਾ ਹੈ।

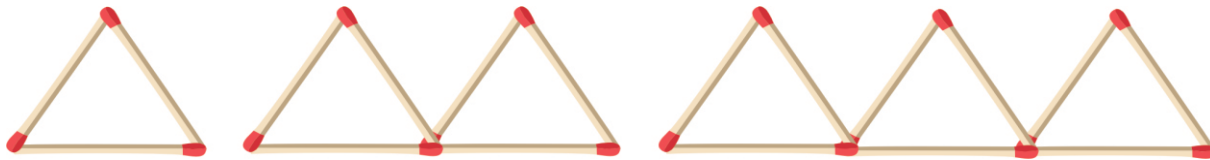
7.2 ਬੀਜਗਣਿਤ ਦੀਆਂ ਮੁੱਖ ਵਿਸ਼ੇਸ਼ਤਾਵਾਂ (Main features of Algebra)

- * ਬੀਜਗਣਿਤ ਦੀ ਮੁੱਖ ਵਿਸ਼ੇਸ਼ਤਾ ਹੈ ਕਿ ਇਸ ਵਿੱਚ ਅੱਖਰਾਂ ਦਾ ਪ੍ਰਯੋਗ ਕੀਤਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ, ਜੋ ਕਿ ਸਾਨੂੰ ਨਿਯਮਾਂ ਅਤੇ ਸੂਤਰਾਂ ਨੂੰ ਸਾਧਾਰਨ ਢੰਗ ਨਾਲ ਲਿਖਣ ਦੀ ਇਜਾਜ਼ਤ ਦਿੰਦਾ ਹੈ। ਅੱਖਰਾਂ ਦਾ ਪ੍ਰਯੋਗ ਕਰਕੇ, ਕੋਈ ਵੀ ਕਿਸੇ ਵੀ ਸੰਖਿਆ ਦੀ ਗੱਲ ਕਰ ਸਕਦਾ ਹੈ ਨਾ ਕਿ ਕਿਸੇ ਇੱਕ ਵਿਸ਼ੇਸ਼ ਸੰਖਿਆ ਬਾਰੇ।
- * ਬੀਜਗਣਿਤ ਵਿੱਚ ਇਹ ਅੱਖਰ ਅਗਿਆਤ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਦਰਸਾਉਂਦੇ ਹਨ ਅਤੇ ਇਹਨਾਂ ਨੂੰ ਚਲ ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਅੱਖਰ ਜਿਵੇਂ ਕਿ $a, b, c, \dots, p, q, r, \dots, x, y, z$ ਚਲ ਅਖਵਾਉਂਦੇ ਹਨ। ਚਲਾਂ ਨੂੰ ਨਿਰਧਾਰਿਤ ਕਰਨ ਦੇ ਢੰਗ ਸਿੱਖਣ ਨਾਲ ਅਸੀਂ ਬੁਝਾਰਤਾਂ ਅਤੇ ਰੋਜ਼ਾਨਾ ਜੀਵਨ ਦੀਆਂ ਸਮੱਸਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਹੱਲ ਕਰਨ ਦੇ ਸ਼ਕਤੀਸ਼ਾਲੀ ਨਿਯਮ ਵਿਕਸਿਤ ਕਰਦੇ ਹਾਂ।
- * ਕਿਉਂਕਿ ਅੱਖਰ, ਅੰਕਾਂ ਲਈ ਪ੍ਰਯੋਗ ਹੁੰਦੇ ਹਨ, ਉਹਨਾਂ ਉੱਪਰ ਕ੍ਰਿਆਵਾਂ ਉਸੇ ਤਰ੍ਹਾਂ ਲਾਗੂ ਕੀਤੀਆਂ ਜਾ ਸਕਦੀਆਂ ਹਨ ਜਿਵੇਂ ਕਿ ਅੰਕਾਂ ਉੱਪਰ। ਇਹ ਤੱਥ ਬੀਜਗਣਿਤਕ ਵਿਅੰਜਕਾਂ ਅਤੇ ਉਹਨਾਂ ਦੀਆਂ ਵਿਸ਼ੇਸ਼ਤਾਵਾਂ ਨੂੰ ਸਿੱਖਣ ਵਿੱਚ ਮਦਦ ਕਰਦਾ ਹੈ।

ਤੁਸੀਂ ਵੇਖੋਗੇ ਕਿ ਬੀਜਗਣਿਤ ਬਹੁਤ ਹੀ ਮਨੋਰੰਜਕ ਹੈ ਅਤੇ ਸਮੱਸਿਆ ਦੇ ਹੱਲ ਲਈ ਉਪਯੋਗੀ ਹੈ। ਆਓ ਆਪਣਾ ਅਧਿਐਨ ਹੇਠ ਦਿੱਤੀਆਂ ਉਦਾਹਰਨਾਂ ਨਾਲ ਸ਼ੁਰੂ ਕਰੀਏ।

7.3 ਨਮੂਨਿਆਂ ਨੂੰ ਪਹਿਚਾਨਣਾ (Identifying Patterns)

ਮਾਚਿਸ ਦੀਆਂ ਤੀਲੀਆਂ ਦੇ ਨਮੂਨੇ ਨੂੰ ਵੇਖੋ



ਸਾਰਣੀ 1, 2, 3, ਤ੍ਰਿਭੁਜਾਂ ਨੂੰ ਬਣਾਉਣ ਲਈ ਲੋੜੀਂਦੀਆਂ ਮਾਚਿਸ ਦੀਆਂ ਤੀਲੀਆਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ ਨੂੰ ਦਰਸਾਉਂਦੀ ਹੈ।

ਤ੍ਰਿਭੁਜਾਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ	1	2	3	4	5	—	—	8	—	—
ਮਾਚਿਸ ਦੀਆਂ ਤੀਲੀਆਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ	3	6	9	12	15	—	—	24	—	—

ਇਹ ਪਾਇਆ ਗਿਆ ਕਿ

1. ਇੱਕ ਤ੍ਰਿਭੁਜ $3 \times 1 = 3$ ਮਾਚਿਸ ਦੀਆਂ ਤੀਲੀਆਂ ਨੂੰ ਪ੍ਰਯੋਗ ਕਰਕੇ ਬਣਾਈ ਗਈ।
2. ਦੋ ਤ੍ਰਿਭੁਜਾਂ $3 \times 2 = 6$ ਮਾਚਿਸ ਦੀਆਂ ਤੀਲੀਆਂ ਨੂੰ ਪ੍ਰਯੋਗ ਕਰਕੇ ਬਣਾਈਆਂ ਗਈਆਂ।
3. ਤਿੰਨ ਤ੍ਰਿਭੁਜਾਂ $3 \times 3 = 9$ ਮਾਚਿਸ ਦੀਆਂ ਤੀਲੀਆਂ ਨੂੰ ਪ੍ਰਯੋਗ ਕਰਕੇ ਬਣਾਈਆਂ ਗਈਆਂ।

ਇਸ ਪ੍ਰਕਾਰ, ਲੋੜੀਂਦੀਆਂ ਮਾਚਿਸ ਦੀਆਂ ਤੀਲੀਆਂ ਦੀ ਸੰਖਿਆ

$$= 3 \times \text{ਤ੍ਰਿਭੁਜਾਂ ਦੀ ਸੰਖਿਆ}$$

ਆਓ, ਤ੍ਰਿਭੁਜਾਂ ਦੀ ਸੰਖਿਆ ਨੂੰ ਅੱਖਰ 'n' ਨਾਲ ਨਿਰੂਪਿਤ ਕਰੀਏ।

ਇਸ ਪ੍ਰਕਾਰ, ਤ੍ਰਿਭੁਜਾਂ ਦੀ n ਗਿਣਤੀ ਲਈ, ਲੋੜੀਂਦੀਆਂ ਮਾਚਿਸ ਦੀਆਂ ਤੀਲੀਆਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ ਲਈ ਸਾਧਾਰਨ ਨਿਯਮ $= 3 \times n$

ਇਹ ਨਿਯਮ ਬਹੁਤ ਸ਼ਕਤੀਸ਼ਾਲੀ ਅਤੇ ਉਪਯੋਗੀ ਹੈ। ਇਸ ਨਿਯਮ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਦੇ ਹੋਏ ਅਸੀਂ ਨਮੂਨਾ ਬਣਾ ਸਕਦੇ ਹਾਂ ਜਾਂ ਨਿਯਮ ਬਣਾ ਸਕਦੇ ਹਾਂ, ਅਸੀਂ ਇਥੋਂ ਤੱਕ ਕਿ 100, 500, ਤ੍ਰਿਭੁਜਾਂ ਲਈ ਮਾਚਿਸ ਦੀਆਂ ਤੀਲੀਆਂ ਦੀ ਸੰਖਿਆ ਪਤਾ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹਾਂ।

* n ਚਲ ਦੀ ਇੱਕ ਉਦਾਹਰਨ ਹੈ। ਇਸਦਾ ਮੁੱਲ ਨਿਸ਼ਚਿਤ ਨਹੀਂ ਹੈ। ਇਸਦਾ ਮੁੱਲ ਕੁੱਝ ਵੀ ਹੋ ਸਕਦਾ ਹੈ 1, 2, 3, 4,

7.4 ਚਲ ਅਤੇ ਅਚਲ (Variables and Constants)

ਪਿਛਲੇ ਭਾਗਾਂ ਵਿੱਚ, ਅਸੀਂ ਵੇਖਿਆ ਕਿ ਚਲ ਦਾ ਮੁੱਲ ਸਥਿਰ ਨਹੀਂ ਹੈ। ਇਹ ਕੋਈ ਵੀ ਅੰਕਗਣਿਤਿਕ ਮੁੱਲ ਜਿਵੇਂ ਕਿ 1, 2, 3, ਆਦਿ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰ ਸਕਦਾ ਹੈ। ਉਹ ਅੱਖਰ ਜੋ ਕਿ ਅਗਿਆਤ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਲਈ ਹੁੰਦੇ ਹਨ ਅਤੇ ਕੋਈ ਵੀ ਅੰਕਗਣਿਤਿਕ ਮੁੱਲ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹਨ, ਚਲ ਅਖਵਾਉਂਦੇ ਹਨ। ਦੂਸਰੇ ਸ਼ਬਦਾਂ ਵਿੱਚ, ਇੱਕ ਅੱਖਰ ਜਿਸਦਾ ਮੁੱਲ ਬਦਲਦਾ ਰਹਿੰਦਾ ਹੈ, ਚਲ ਅਖਵਾਉਂਦਾ ਹੈ।

ਆਮ ਤੌਰ 'ਤੇ ਇੱਕ ਚਲ ਨੂੰ ਦਰਸਾਉਣ ਲਈ ਅੰਗਰੇਜ਼ੀ ਵਰਨਮਾਲਾ ਦੇ ਛੋਟੇ ਅੱਖਰਾਂ ਦਾ ਪ੍ਰਯੋਗ ਕੀਤਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਸੰਖਿਆਵਾਂ 0, 1, 2, 3, ਦਾ ਮੁੱਲ ਨਿਸ਼ਚਿਤ ਹੈ। ਕਿਉਂਕਿ ਸਥਿਰ ਅੰਕਾਂ ਦਾ ਮੁੱਲ ਨਿਸ਼ਚਿਤ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਅਤੇ ਇਹ ਸਥਿਰ ਅੰਕ ਅਖਵਾਉਂਦੇ ਹਨ।

ਜਿਵੇਂ ਕਿ ਅੰਕ, ਅੰਕਗਣਿਤ ਦਾ ਅਧਾਰ ਹਨ, ਇਸੇ ਤਰ੍ਹਾਂ ਚਲ, ਬੀਜਗਣਿਤ ਦਾ ਅਧਾਰ ਹਨ।

ਉਦਾਹਰਨ 1- ਜੇਕਰ ਇੱਕ ਬਕਸੇ ਵਿੱਚ 10 ਪੈਨਸਿਲਾਂ ਹਨ। ਤੁਸੀਂ ਬਕਸਿਆਂ ਦੀ ਸੰਖਿਆ ਦੇ ਆਧਾਰ 'ਤੇ ਪੈਨਸਿਲਾਂ ਦੀ ਕੁੱਲ ਗਿਣਤੀ ਨੂੰ ਕਿਵੇਂ ਲਿਖੋਗੇ? ਬਕਸਿਆਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ ਲਈ n ਦਾ ਪ੍ਰਯੋਗ ਕਰੋ।

ਬਕਸਿਆਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ	1	2	3	-	-	10	-	-	n
ਪੈਨਸਿਲਾਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ	$10 \times 1 = 10$	$10 \times 2 = 20$	$10 \times 3 = 30$	-	-	$10 \times 10 = 100$	-	-	10n

ਹੱਲ: ਇਹ ਵੇਖਿਆ ਗਿਆ ਕਿ ਇੱਕ ਬਕਸੇ ਵਿੱਚ 10 ਪੈਨਸਿਲਾਂ ਹਨ।

2 ਬਕਸਿਆਂ ਵਿੱਚ , $10 \times 2 = 20$ ਪੈਨਸਿਲਾਂ ਹਨ।

3 ਬਕਸਿਆਂ ਵਿੱਚ $10 \times 3 = 30$ ਪੈਨਸਿਲਾਂ ਹਨ।

ਇਸ ਪ੍ਰਕਾਰ, n ਬਕਸਿਆਂ ਵਿੱਚ ਪੈਨਸਿਲਾਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ = (ਪੈਨਸਿਲਾਂ ਦੀ ਸੰਖਿਆ) \times (ਬਕਸਿਆਂ ਦੀ ਸੰਖਿਆ)
 $= 10 \times n = 10n$

ਉਦਾਹਰਨ 2- ਇੱਕ ਸਕੂਲ ਵਿੱਚ, ਪ੍ਰਾਰਥਨਾ ਦੇ ਲਈ, ਇੱਕ ਪੰਕਤੀ ਵਿੱਚ 15 ਵਿਦਿਆਰਥੀ ਖੜੇ ਹੁੰਦੇ ਹਨ। ਜੇਕਰ ਉੱਥੇ ਪੰਕਤੀਆਂ ਦੀ ਸੰਖਿਆ 'x' ਹੋਵੇ, ਕੁੱਲ ਵਿਦਿਆਰਥੀਆਂ ਦੀ ਸੰਖਿਆ ਪਤਾ ਕਰਨ ਲਈ ਨਿਯਮ ਦੱਸੋ।

ਹੱਲ: ਆਓ, ਕਤਾਰਾਂ ਵਿੱਚ ਬੱਚਿਆਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ ਲਈ ਇੱਕ ਸਾਰਨੀ ਤਿਆਰ ਕਰੀਏ :

ਪੰਕਤੀਆਂ ਦੀ ਸੰਖਿਆ	1	2	3	-	-	8	-	-	x
ਵਿਦਿਆਰਥੀਆਂ ਦੀ ਸੰਖਿਆ	15	30	45	-	-	120	-	-	15x

ਸਾਰਨੀ ਤੋਂ ਇਹ ਵੇਖਿਆ ਗਿਆ ਕਿ ਪੰਕਤੀਆਂ ਵਿੱਚ ਵਿਦਿਆਰਥੀਆਂ ਦੀ ਕੁੱਲ ਗਿਣਤੀ

= (ਵਿਦਿਆਰਥੀਆਂ ਦੀ ਸੰਖਿਆ) \times (ਪੰਕਤੀਆਂ ਦੀ ਸੰਖਿਆ)

= $15 \times x = 15x$

ਉਦਾਹਰਨ 3- ਇੱਕ ਟੈਲੀਫੋਨ ਸੈੱਟ ਉੱਪਰ 16 ਬਟਨ ਹਨ। ਟੈਲੀਫੋਨ ਸੈੱਟਾਂ ਦੀ ਸੰਖਿਆ ਅਨੁਸਾਰ, ਬਟਨਾਂ ਦੀ ਕੁੱਲ ਸੰਖਿਆ ਪਤਾ ਕਰਨ ਲਈ ਨਿਯਮ ਦਿਓ, ਜੇਕਰ ਟੈਲੀਫੋਨਾਂ ਦੀ ਸੰਖਿਆ ਨੂੰ 't' ਰਾਹੀਂ ਦਰਸਾਇਆ ਜਾਵੇ।

ਹੱਲ: ਅਸੀਂ ਜਾਣਦੇ ਹਾਂ ਕਿ

ਟੈਲੀਫੋਨ ਸੈੱਟਾਂ ਵਿੱਚ ਕੁੱਲ ਬਟਨਾਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ = (ਇੱਕ ਟੈਲੀਫੋਨ ਸੈੱਟ ਵਿੱਚ ਬਟਨਾਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ) \times

(ਟੈਲੀਫੋਨ ਸੈੱਟਾਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ) = $16 \times t = 16t$

ਅਭਿਆਸ 7.1

- ਹੇਠ ਦਿੱਤੇ ਮਾਚਿਸ ਦੀਆਂ ਤੀਲੀਆਂ ਦੇ n ਨਮੂਨੇ ਬਣਾਉਣ ਲਈ ਲੋੜੀਂਦੀਆਂ ਮਾਚਿਸ ਦੀਆਂ ਤੀਲੀਆਂ ਦੀ ਸੰਖਿਆ ਪਤਾ ਕਰਨ ਲਈ ਨਿਯਮ ਪਤਾ ਕਰੋ। ਨਿਯਮ ਲਿਖਣ ਲਈ ਇੱਕ ਚਲ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰੋ:-

(i) ਅੱਖਰ T ਦਾ ਇੱਕ ਨਮੂਨਾ ਜਿਵੇਂ ਕਿ

(ii) ਅੱਖਰ E ਦਾ ਇੱਕ ਨਮੂਨਾ ਜਿਵੇਂ ਕਿ

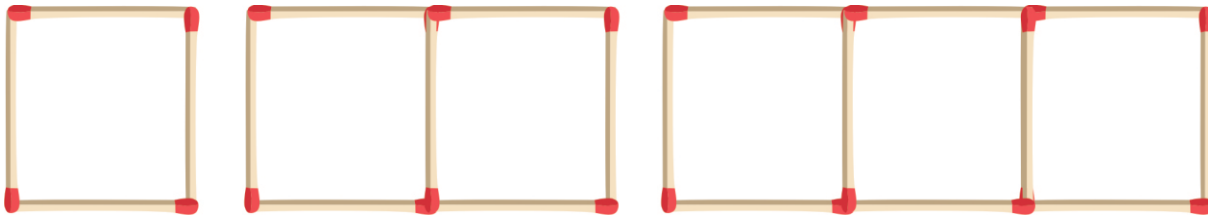
(iii) ਅੱਖਰ F ਦਾ ਇੱਕ ਨਮੂਨਾ ਜਿਵੇਂ ਕਿ

(iv) ਅੱਖਰ C ਦਾ ਇੱਕ ਨਮੂਨਾ ਜਿਵੇਂ ਕਿ

(v) ਅੱਖਰ S ਦਾ ਇੱਕ ਨਮੂਨਾ ਜਿਵੇਂ ਕਿ



2. ਵਿਦਿਆਰਥੀ ਕਤਾਰਾਂ ਵਿੱਚ ਬੈਠੇ ਹਨ। ਇੱਕ ਕਤਾਰ ਵਿੱਚ 12 ਵਿਦਿਆਰਥੀ ਹਨ। 'n' ਕਤਾਰਾਂ ਵਿੱਚ ਵਿਦਿਆਰਥੀਆਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ ਦੱਸਣ ਵਾਲਾ ਨਿਯਮ ਕੀ ਹੈ? (ਸਾਰਣੀ ਰਾਹੀਂ ਪ੍ਰਸਤੁਤ ਕਰੋ)
3. ਅਧਿਆਪਕ ਇੱਕ ਵਿਦਿਆਰਥੀ ਨੂੰ 3 ਪੈਨਸਿਲਾਂ ਦਿੰਦਾ ਹੈ। ਉਹ ਨਿਯਮ ਕੀ ਹੈ, ਜੋ 'a' ਵਿਦਿਆਰਥੀਆਂ ਲਈ ਪੈਨਸਿਲਾਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ ਦੱਸ ਦੇਵੇ?
4. ਇੱਕ ਪੈਨ ਸਟੈਂਡ ਵਿੱਚ 8 ਪੈਨ ਹਨ। ਉਹ ਨਿਯਮ ਕੀ ਹੈ ਜੋ ਪੈਨਾਂ ਦੀ ਕੁੱਲ ਕੀਮਤ ਦੱਸ ਸਕੇ ਜੇਕਰ ਹਰੇਕ ਪੈਨ ਦੀ ਕੀਮਤ ਚਲ 'c' ਨਾਲ ਦਰਸਾਈ ਗਈ ਹੋਵੇ?
5. ਗੁਰਲੀਨ ਬਿੰਦੂਆਂ ਨੂੰ ਜੋੜ ਕੇ ਚਿੱਤਰ ਬਣਾ ਰਹੀ ਹੈ। ਇੱਕ ਚਿੱਤਰ ਬਣਾਉਣ ਲਈ, ਉਸਨੂੰ 5 ਬਿੰਦੂ ਜੋੜਨੇ ਪੈਂਦੇ ਹਨ। ਉਹ ਨਿਯਮ ਪਤਾ ਕਰੋ ਜੋ ਬਿੰਦੂਆਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ ਦੱਸ ਸਕੇ, ਜੇਕਰ ਚਿੱਤਰਾਂ ਦੀ ਸੰਖਿਆ 'p' ਚਿੰਨ੍ਹ ਰਾਹੀਂ ਦਰਸਾਈ ਜਾਵੇ।
6. ਇੱਕ ਦਰਜਨ ਕੇਲਿਆਂ ਦੀ ਕੀਮਤ ₹ 50 ਹੈ। ਜੇਕਰ 'd' ਦਰਜਨ ਕੇਲੇ ਹੋਣ ਤਾਂ ਕੇਲਿਆਂ ਦੀ ਕੁੱਲ ਕੀਮਤ ਦਾ ਨਿਯਮ ਪਤਾ ਕਰੋ।
7. ਮਾਚਿਸ ਦੀਆਂ ਤੀਲੀਆਂ ਨਾਲ ਬਣੇ ਹੋਏ ਵਰਗਾਂ ਦੇ ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੇ ਨਮੂਨਿਆਂ ਨੂੰ ਵੇਖੋ। ਦੋ ਲਾਗਵੇਂ ਵਰਗਾਂ ਵਿੱਚ ਇੱਕ ਸਾਂਝੀ ਮਾਚਿਸ ਦੀ ਤੀਲੀ ਹੋਣ ਕਰਕੇ ਵਰਗ ਵੱਖ ਨਹੀਂ ਹਨ। ਨਮੂਨਿਆਂ ਨੂੰ ਵੇਖੋ ਅਤੇ ਵਰਗਾਂ ਦੀ ਸੰਖਿਆ ਅਨੁਸਾਰ ਮਾਚਿਸ ਦੀਆਂ ਤੀਲੀਆਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ ਦੱਸਣ ਵਾਲਾ ਨਿਯਮ ਪਤਾ ਕਰੋ।



(ਸੰਕੇਤ: ਜੇਕਰ ਤੁਸੀਂ ਅਖੀਰਲੀ ਖੜਵੀਂ ਤੀਲੀ ਹਟਾਉਂਦੇ ਹੋ ਤਾਂ ਤੁਹਾਨੂੰ C ਦਾ ਨਮੂਨਾ ਮਿਲੇਗਾ)

7.4.1 ਸ਼ਬਦ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਜਾਂ ਚਲਾਂ ਉੱਪਰ ਕਿਰਿਆਵਾਂ (Operations on Literal Numbers or Variables)

ਕਿਉਂਕਿ ਚਲਾਂ ਦਾ ਪ੍ਰਯੋਗ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਦਰਸਾਉਣ ਲਈ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਅੰਕਾਂ ਉੱਪਰ ਲਾਗੂ ਹੋਣ ਵਾਲੀਆਂ ਚਾਰ ਬੁਨਿਆਦੀ ਕਿਰਿਆਵਾਂ, ਉਹਨਾਂ 'ਤੇ ਲਾਗੂ ਹੁੰਦੀਆਂ ਹਨ।

1. **ਜੋੜ:-** ਮੰਨ ਲਓ x ਅਤੇ y ਦੋ ਚਲ ਹਨ ਤਾਂ x ਅਤੇ y ਦਾ ਜੋੜ $x + y$ ਲਿਖਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।
2. **ਘਟਾਓ:-** ਮੰਨ ਲਓ x ਅਤੇ y ਦੋ ਚਲ ਹਨ ਤਾਂ ਇਹਨਾਂ ਦੋ ਚਲਾਂ ਦਾ ਅੰਤਰ $x - y$ ਜਾਂ $y - x$ ਲਿਖਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।
3. **ਗੁਣਾ:-** ਮੰਨ ਲਓ x ਅਤੇ y ਦੋ ਚਲ ਹਨ ਤਾਂ x ਅਤੇ y ਦੀ ਗੁਣਾ ਨੂੰ $x \times y$ ਲਿਖਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਸਧਾਰਨ ਰੂਪ ਵਿੱਚ, ਅਸੀਂ xy ਲਿਖਦੇ ਹਾਂ। (ਕਿਉਂਕਿ x ਅਤੇ \times ਵਿੱਚ ਭੁਲੇਖੇ ਦੀ ਸੰਭਾਵਨਾ ਹੁੰਦੀ ਹੈ)
4. **ਭਾਗ :-** ਮੰਨ ਲਓ x ਅਤੇ y ਦੋ ਚਲ ਹਨ ਤਾਂ 'x' 'y' ਨਾਲ ਭਾਗ ਹੁੰਦਾ ਹੈ $x \div y$ ਜਾਂ $\frac{x}{y}$ ਲਿਖਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।

ਆਓ, ਵਾਸਤਵਿਕ ਜੀਵਨ ਦੇ ਹਲਾਤਾਂ ਵਿੱਚ ਚਲਾਂ ਦੇ ਪ੍ਰਯੋਗ 'ਤੇ ਵਿਚਾਰ ਕਰੀਏ।

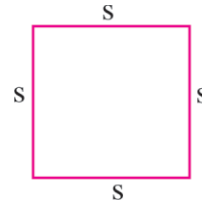
7.5 ਬੀਜਗਣਿਤ ਸਧਾਰਨੀਕਰਣ ਰੂਪ ਵਿੱਚ (Algebra As Generalisation)

ਬੀਜਗਣਿਤ ਨੂੰ ਅਕਸਰ ਅੰਕਗਣਿਤ ਦਾ ਸਧਾਰਨੀਕਰਣ ਰੂਪ ਦੱਸਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਗਣਿਤ ਵਿੱਚ, ਕਿਸੇ ਵੀ ਨਿਯਮ ਜਾਂ ਸੂਤਰ ਦਾ ਸਧਾਰਨੀਕਰਣ ਉਸਨੂੰ ਚਲਾਂ ਕੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਦਰਸਾ ਕੇ ਕੀਤਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਆਓ ਇਸਦੇ ਜਿਆਮਿਤੀ ਅਤੇ ਅੰਕਗਣਿਤ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਵਿਸਤ੍ਰਿਤ ਪ੍ਰਯੋਗ ਬਾਰੇ ਚਰਚਾ ਕਰੀਏ।

7.5.1 ਜਿਮਾਇਤੀ (Geometry)

ਪਿਛਲੀਆਂ ਜਮਾਤਾਂ ਵਿੱਚ, ਅਸੀਂ ਪਰਿਮਾਪ ਅਤੇ ਖੇਤਰਫਲ ਦੇ ਬਾਰੇ ਪੜ੍ਹਿਆ। ਆਉ ਚਲਾਂ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਉਹਨਾਂ ਦੇ ਸਧਾਰਨ ਨਿਯਮ ਬਾਰੇ ਕੰਮ ਕਰੀਏ।

- ਵਰਗ:-** ਅਸੀਂ ਜਾਣਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਇੱਕ ਵਰਗ ਵਿੱਚ ਸਮਾਨ ਲੰਬਾਈ ਦੀਆਂ 4 ਭੁਜਾਵਾਂ ਹੁੰਦੀਆਂ ਹਨ। ਮੰਨ ਲਓ ਹਰੇਕ ਭੁਜਾ ਦੀ ਲੰਬਾਈ 's' ਹੈ।



ਪਰਿਮਾਪ:-

∴ ਵਰਗ ਦਾ ਪਰਿਮਾਪ

= ਵਰਗ ਦੀਆਂ ਭੁਜਾਵਾਂ ਦੀਆਂ ਲੰਬਾਈਆਂ ਦਾ ਜੋੜ

$$= s + s + s + s = 4 \times s = 4s$$

ਪਰਿਮਾਪ ਨੂੰ ਵੀ ਵੱਖਰੇ ਢੰਗ 'P' ਨਾਲ ਦਰਸਾਇਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ। ਤਾਂ ਵਰਗ ਦੇ ਪਰਿਮਾਪ ਦਾ ਸਧਾਰਨ ਨਿਯਮ $P = 4s$ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਦਰਸਾਇਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ।

ਖੇਤਰਫਲ:- ਮੰਨ ਲਓ ਖੇਤਰਫਲ ਨੂੰ 'A' ਨਾਲ ਦਰਸਾਇਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਅਸੀਂ ਜਾਣਦੇ ਹਾਂ, ਵਰਗ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ = (ਭੁਜਾ) × (ਭੁਜਾ)

ਇਸ ਪ੍ਰਕਾਰ ਵਰਗ ਦੇ ਖੇਤਰਫਲ ਦਾ ਸਧਾਰਨ ਨਿਯਮ $A = s \times s$ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਦਰਸਾਇਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਇਸ ਪ੍ਰਕਾਰ, ਅਸੀਂ ਵਰਗ ਦੇ ਖੇਤਰਫਲ ਦਾ ਸਧਾਰਨ ਨਿਯਮ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰਦੇ ਹਾਂ।

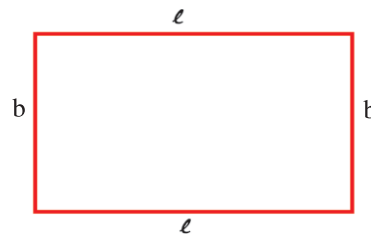
- ਆਇਤ:-** ਇੱਕ ਆਇਤ ਇੱਕ ਬੰਦ ਆਕ੍ਰਿਤੀ ਹੈ ਜਿਸਦੀਆਂ ਚਾਰ ਭੁਜਾਵਾਂ ਹਨ। ਇਸ ਦੀਆਂ ਸਨਮੁੱਖ ਭੁਜਾਵਾਂ ਮਾਪ ਵਿੱਚ ਬਰਾਬਰ ਹੁੰਦੀਆਂ ਹਨ।

ਪਰਿਮਾਪ:- ਮੰਨ ਲਓ ℓ ਅਤੇ b ਆਇਤ ਦੀ ਲੰਬਾਈ ਅਤੇ ਚੌੜਾਈ ਹੈ ਅਤੇ P ਪਰਿਮਾਪ ਹੈ।

∴ ਆਇਤ ਦਾ ਪਰਿਮਾਪ = ਲੰਬਾਈ + ਚੌੜਾਈ + ਲੰਬਾਈ + ਚੌੜਾਈ

ਇਸ ਪ੍ਰਕਾਰ, ਅਸੀਂ ਆਇਤ ਦੇ ਪਰਿਮਾਪ ਦਾ ਸਧਾਰਨ ਨਿਯਮ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰਦੇ ਹਾਂ :

$$\begin{aligned} P &= \ell + b + \ell + b \\ &= \ell + \ell + b + b \\ &= 2\ell + 2b = 2(\ell + b) \end{aligned}$$



ਖੇਤਰਫਲ:- ਮੰਨ ਲਓ A ਆਇਤ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ ਹੈ।

∴ ਆਇਤ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ = (ਲੰਬਾਈ) × (ਚੌੜਾਈ)

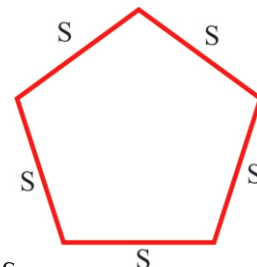
$$\text{ਭਾਵ } A = \ell \times b$$

ਇਸ ਪ੍ਰਕਾਰ, ਅਸੀਂ ਆਇਤ ਦੇ ਖੇਤਰਫਲ ਦਾ ਸਧਾਰਨ ਨਿਯਮ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰਦੇ ਹਾਂ।

ਆਉ ਜਿਮਾਇਤੀ ਆਕ੍ਰਿਤੀਆਂ ਦੀਆਂ ਕੁੱਝ ਉਦਾਹਰਨਾਂ ਵੇਖੀਏ

- ਉਦਾਹਰਨ 4:** ਸਮ ਪੰਜਭੁਜ ਦੀ ਹਰੇਕ ਭੁਜਾ S ਨਾਲ ਦਰਸਾਈ ਗਈ ਹੈ।
ਸਮ ਪੰਜਭੁਜ ਦੇ ਪਰਿਮਾਪ ਨੂੰ S ਦਾ ਪ੍ਰਯੋਗ ਕਰਕੇ ਦਰਸਾਓ।

$$\begin{aligned} \text{ਹੱਲ: ਸਮ ਪੰਜਭੁਜ ਦੀ ਹਰੇਕ ਭੁਜਾ} &= S \\ \text{ਸਮ ਪੰਜਭੁਜ ਦਾ ਪਰਿਮਾਪ} &= \text{ਸਾਰੀਆਂ ਭੁਜਾਵਾਂ ਦਾ ਜੋੜ} \\ &= S + S + S + S + S = 5 \times S = 5S \end{aligned}$$



- ਉਦਾਹਰਨ 5:** ਇੱਕ ਚੱਕਰ ਦਾ ਵਿਆਸ, ਅਰਥ ਵਿਆਸ ਦਾ ਦੁੱਗਣਾ ਹੈ। ਜੇਕਰ d ਦਿੱਤੇ ਹੋਏ ਚੱਕਰ ਦਾ ਵਿਆਸ ਹੈ ਅਤੇ r ਇਸਦਾ ਅਰਥ ਵਿਆਸ ਹੈ। ਚੱਕਰ ਦੇ ਵਿਆਸ ਨੂੰ ਅਰਥ ਵਿਆਸ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਦਰਸਾਓ।

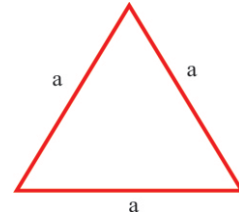
ਹੱਲ: ਚੱਕਰ ਦਾ ਅਰਧ ਵਿਆਸ = r

ਅਸੀਂ ਜਾਣਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਚੱਕਰ ਦਾ ਵਿਆਸ = ਅਰਧ ਵਿਆਸ ਦਾ ਦੁੱਗਣਾ = $2 \times$ ਅਰਧਵਿਆਸ

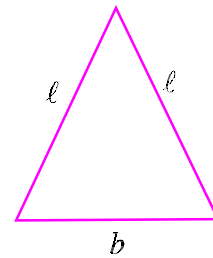
$$\therefore d = 2r$$

ਅਭਿਆਸ 7.2

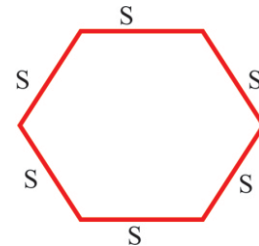
1. ਸਮਭੁਜੀ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੀ ਹਰੇਕ ਭੁਜਾ ਨੂੰ 'a' ਨਾਲ ਦਰਸਾਇਆ ਗਿਆ ਹੈ, ਤਾਂ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੇ ਪਰਿਮਾਪ ਨੂੰ 'a' ਦਾ ਪ੍ਰਯੋਗ ਕਰਦੇ ਹੋਏ ਦਰਸਾਓ।



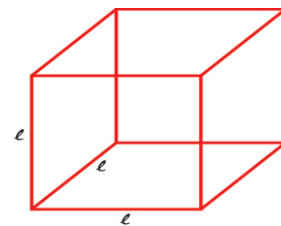
2. ਇੱਕ ਸਮਦੋਭੁਜੀ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਵਿਖਾਈ ਗਈ ਹੈ। ਇਸਦੇ ਪਰਿਮਾਪ ਨੂੰ 'ℓ' ਅਤੇ 'b' ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਦਰਸਾਓ।



3. ਇੱਕ ਸਮ-ਛੇ-ਭੁਜ ਦੀ ਹਰੇਕ ਭੁਜਾ 'S' ਨਾਲ ਦਰਸਾਈ ਗਈ ਹੈ ਤਾਂ ਸਮ ਛੇ ਭੁਜ ਦੇ ਪਰਿਮਾਪ ਨੂੰ 'S' ਦਾ ਪ੍ਰਯੋਗ ਕਰਕੇ ਦਰਸਾਓ।



4. ਘਣ ਦੇ 6 ਫਲਕ ਹੁੰਦੇ ਹਨ ਅਤੇ ਇਹ ਸਾਰੇ ਇਕੋ ਜਿਹੇ ਵਰਗ ਹੁੰਦੇ ਹਨ। ਜੇਕਰ ਘਣ ਦੇ ਇੱਕ ਕਿਨਾਰੇ ਦੀ ਲੰਬਾਈ 'ℓ' ਹੈ, ਘਣ ਦੇ ਸਾਰੇ ਕਿਨਾਰਿਆਂ ਦੀ ਕੁੱਲ ਲੰਬਾਈ 'ℓ' ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਪਤਾ ਕਰੋ।



7.6 ਬੀਜ ਗਣਿਤਿਕ ਵਿਅੰਜਕ (ਚਲਾਂ ਵਾਲੇ ਵਿਅੰਜਕ) [Algebraic Expressions or Expressions with Variables]

ਅੰਕਗਣਿਤ ਵਿੱਚ, ਅਸੀਂ ਬਹੁਤ ਸਾਰੇ ਵਿਅੰਜਕ ਵੇਖਦੇ ਹਾਂ ਜਿਵੇਂ ਕਿ $(6 + 5) \times 3$, $10 + 5 \times 3 - 2$, $12 \div 4 \times 7 - 8$ ਆਦਿ। ਇਹ ਵਿਅੰਜਕ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਚਾਰ ਕਿਰਿਆਵਾਂ ਜੋੜ, ਘਟਾਓ, ਗੁਣਾ ਅਤੇ ਭਾਗ ਰਾਹੀਂ ਜੋੜ ਕੇ ਬਣਾਏ ਜਾਂਦੇ ਹਨ। ਇਹ ਅੰਕਗਣਿਤਿਕ ਵਿਅੰਜਕ ਜਾਂ ਅੰਕਾਂ ਵਾਲੇ ਵਿਅੰਜਕ ਹਨ।

ਅਸੀਂ ਚਲਾਂ ਨਾਲ ਵੀ ਵਿਅੰਜਕ ਬਣਾ ਸਕਦੇ ਹਾਂ। ਉਦਾਹਰਨ ਵਜੋਂ $3a$, $x - 10$, $l + 4$, $5m + 3$ ਆਦਿ ਚਲਾਂ ਵਾਲੇ ਵਿਅੰਜਕ ਹਨ ਅਤੇ ਜੋੜ, ਘਟਾਓ, ਗੁਣਾ ਅਤੇ ਭਾਗ ਕਿਰਿਆਵਾਂ ਰਾਹੀਂ ਆਪਸ ਵਿੱਚ ਜੋੜੇ ਗਏ ਹਨ।

“ਚਲਾਂ ਅਤੇ ਅੰਕਾਂ ਦਾ ਇੱਕ ਅਜਿਹਾ ਸਮੂਹ, ਜੋ ਇੱਕ ਜਾਂ ਵੱਧ ਕਿਰਿਆਵਾਂ ਦੇ ਚਿੰਨ੍ਹਾਂ (+, −, ×, ÷) ਨਾਲ ਜੁੜਿਆ ਹੁੰਦਾ ਹੈ, ਬੀਜਗਣਿਤਿਕ ਵਿਅੰਜਕ ਅਖਵਾਉਂਦਾ ਹੈ।”

ਬੀਜਗਣਿਤਿਕ ਵਿਅੰਜਕਾਂ ਦੀਆਂ ਕੁੱਝ ਉਦਾਹਰਨਾਂ $5l$, $6m - 2$, $4l + 3$, $x + 12$, $2l + 3m$ ਆਦਿ ਹਨ। ਬੀਜਗਣਿਤਿਕ ਵਿਅੰਜਕ ਦਾ (+) ਜਾਂ (-) ਸਮੇਤ ਹਰੇਕ ਹਿੱਸਾ ਇਸਦਾ ਪਦ ਅਖਵਾਉਂਦਾ ਹੈ।

ਬੀਜ ਗਣਿਤਿਕ ਵਿਅੰਜਕ	ਪਦਾਂ ਦੀ ਸੰਖਿਆ	ਪਦ
$7a$	1	$7a$
$15m + 12$	2	$15m$, 12
$4a + 2b - 3c$	3	$4a$, $2b$, $-3c$
$x^2 - 4x + 5$	3	x^2 , $-4x$, 5

ਨੋਟ:- ਇੱਕ ਮਹੱਤਵਪੂਰਨ ਬਿੰਦੂ ਹਮੇਸ਼ਾਂ ਧਿਆਨ ਵਿੱਚ ਰੱਖਣਾ ਚਾਹੀਦਾ ਹੈ ਕਿ ਅੰਕਾਂ ਵਾਲੇ ਵਿਅੰਜਕ ਬੜੀ ਅਸਾਨੀ ਨਾਲ ਹੱਲ ਕੀਤੇ ਜਾ ਸਕਦੇ ਹਨ।

$$\text{ਜਿਵੇਂ } 5 \times 2 + 3 = 10 + 3 = 13$$

ਪਰ ਚਲਾਂ ਵਾਲੇ ਵਿਅੰਜਕ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਹੱਲ ਨਹੀਂ ਕੀਤੇ ਜਾ ਸਕਦੇ। ਜਿਵੇਂ $4x - 3$ ਵਿੱਚ x ਇੱਕ ਚਲ ਹੈ ਅਤੇ x ਦਾ ਮੁੱਲ ਪਤਾ ਨਹੀਂ ਹੈ। ਇਸ ਲਈ ਇਹ ਉਦੋਂ ਹੀ ਸੰਭਵ ਹੈ ਜਦੋਂ x ਦਾ ਮੁੱਲ ਪਤਾ ਹੋਵੇ।

ਉਦਾਹਰਨ ਵਜੋਂ ਜੇ $x = 2$ ਤਾਂ $4x - 3 = 4 \times 2 - 3 = 8 - 3 = 5$

ਆਉ ਵੇਖੀਏ ਕਿ ਬੀਜ ਗਣਿਤਿਕ ਵਿਅੰਜਕ ਕਿਵੇਂ ਬਣਦੇ ਹਨ:

ਬੀਜ ਗਣਿਤਿਕ ਵਿਅੰਜਕ	ਇਹ ਕਿਵੇਂ ਬਣੇ ?
$x + 5$	x ਵਿੱਚ 5 ਜੋੜੇ ਗਏ।
$a - 8$	a ਵਿੱਚੋਂ 8 ਘਟਾਏ ਗਏ।
$3a$	a ਨੂੰ 3 ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕੀਤਾ ਗਿਆ।
$\frac{l}{5}$	l ਨੂੰ 5 ਨਾਲ ਭਾਗ ਕੀਤਾ ਗਿਆ।
$2s + 3$	ਪਹਿਲਾਂ s ਨੂੰ 2 ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕੀਤਾ ਗਿਆ ਫਿਰ 3 ਜੋੜਿਆ ਗਿਆ।

7.6.1 ਚਲਾਂ ਅਤੇ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਉੱਪਰ ਕਿਰਿਆਵਾਂ (Operations On Variables, Literals and Numbers)

ਅਸੀਂ ਕੇਵਲ ਚਲਾਂ ਜਾਂ ਕੇਵਲ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਉੱਪਰ ਕਿਰਿਆਵਾਂ ਬਾਰੇ ਸਿੱਖਿਆ ਹੈ। ਇਸ ਭਾਗ ਵਿੱਚ ਚਲਾਂ ਅਤੇ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੋਹਾਂ ਉੱਪਰ ਇੱਕਠਿਆਂ ਕਿਰਿਆਵਾਂ ਬਾਰੇ ਸਿਖਾਂਗੇ, ਜੋ ਕਿ ਵੱਡੀਆਂ ਜਮਾਤਾਂ ਦੇ ਬੀਜ ਗਣਿਤ ਵਿੱਚ ਬਹੁਤ ਮਦਦਗਾਰ ਹੈ।

1. ਚਲਾਂ ਅਤੇ ਅੰਕਾਂ ਦਾ ਜੋੜ:- ਇਥੇ, ਅਸੀਂ ਚਲਾਂ ਅਤੇ ਅੰਕਾਂ ਦੇ ਜੋੜ ਬਾਰੇ ਚਰਚਾ ਕਰਾਂਗੇ। ਕੁੱਝ ਵਿਅੰਜਕ ਹੇਠ ਅਨੁਸਾਰ ਹਨ:

- x ਵਿੱਚ 5 ਜੋੜਿਆ ਗਿਆ ਤਾਂ ਜੋੜਫਲ $x + 5$ ਹੈ
- y ਵਿੱਚ 8 ਜੋੜਿਆ ਗਿਆ ਤਾਂ ਜੋੜਫਲ $y + 8$ ਹੈ
- b ਵਿੱਚ a ਜੋੜਿਆ ਗਿਆ ਤਾਂ ਜੋੜਫਲ $b + a$ ਹੈ

ਨੋਟ:- ਉਪਰੋਕਤ ਵਿਅੰਜਕਾਂ ਨੂੰ ਅੱਗੇ ਹੱਲ ਨਹੀਂ ਕੀਤਾ ਜਾ ਸਕਦਾ, ਇਹਨਾਂ ਨੂੰ ਇੰਝ ਹੀ ਛੱਡਣਾ ਪੈਂਦਾ ਹੈ।

ਉਦਾਹਰਨ 6- ਹੇਠ ਲਿਖਿਆ ਲਈ ਬੀਜਗਣਿਤਿਕ ਵਿਅੰਜਕ ਲਿਖੋ:-

- (i) m ਵਿੱਚ 9 ਜੋੜਿਆ ਗਿਆ (ii) x ਤੋਂ 3 ਵੱਧ (iii) p ਵਿੱਚ 10 ਜੋੜਿਆ ਗਿਆ

- ਹੱਲ:** (i) m ਵਿੱਚ 9 ਜੋੜਿਆ ਗਿਆ = $m + 9$
 (ii) x ਤੋਂ 3 ਵੱਧ = $x + 3$
 (iii) p ਵਿੱਚ 10 ਜੋੜਿਆ ਗਿਆ = $p + 10$

2. ਚਲਾਂ ਅਤੇ ਅੰਕਾਂ ਦੀ ਘਟਾਓ:- ਇੱਥੇ, ਅਸੀਂ ਚਲਾਂ ਅਤੇ ਅੰਕਾਂ ਦੀ ਘਟਾਓ ਬਾਰੇ ਚਰਚਾ ਕਰਾਂਗੇ। ਕੁੱਝ ਵਿਅੰਜਕ ਹੇਠ ਅਨੁਸਾਰ ਹਨ:

- a ਵਿੱਚੋਂ 3 ਘਟਾਓ = $a - 3$
- x ਵਿੱਚੋਂ 6 ਘਟਾਓ = $x - 6$
- 4 ਵਿੱਚੋਂ x ਘਟਾਓ = $4 - x$

ਨੋਟ:- ਇਹਨਾਂ ਵਿਅੰਜਕਾਂ ਨੂੰ ਇੱਝ ਹੀ ਛੱਡੋ, ਇਹ ਅੱਗੇ ਹੱਲ ਨਹੀਂ ਕੀਤੇ ਜਾ ਸਕਦੇ।

ਉਦਾਹਰਨ 7- ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਬੀਜਗਣਿਤਿਕ ਵਿਅੰਜਕ ਲਿਖੋ:

- (i) y ਵਿੱਚੋਂ 1 ਘਟਾਓ (ii) l ਵਿੱਚੋਂ 8 ਘਟਾਓ (iii) 5 ਵਿੱਚੋਂ a ਘਟਾਓ

- ਹੱਲ:** (i) y ਵਿੱਚੋਂ 1 ਘਟਾਓ = $y - 1$
 (ii) l ਵਿੱਚੋਂ 8 ਘਟਾਓ = $l - 8$
 (iii) 5 ਵਿੱਚੋਂ a ਘਟਾਓ = $5 - a$

3. ਚਲਾਂ ਅਤੇ ਅੰਕਾਂ ਦੀ ਗੁਣਾ:- ਇੱਥੇ ਅਸੀਂ ਚਲਾਂ ਅਤੇ ਅੰਕਾਂ ਦੀ ਗੁਣਾ ਜਾਂ ਗੁਣਨਫਲ ਪਤਾ ਕਰਾਂਗੇ ਕੁੱਝ ਵਿਅੰਜਕ ਹੇਠ ਅਨੁਸਾਰ ਹਨ:

- a ਦੀ ਤਿੰਨ ਨਾਲ ਗੁਣਾ = $a \times 3 = 3a$ (ਸੰਖੇਪ ਰੂਪ ਵਿੱਚ)
- 5 ਅਤੇ x ਦਾ ਗੁਣਨਫਲ = $5 \times x = 5x$
- m ਦਾ l ਗੁਣਾ = $l \times m = lm$

ਉਦਾਹਰਨ 8- ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਵਿਅੰਜਕ ਲਿਖੋ:

- (i) 5 ਦੀ p ਨਾਲ ਗੁਣਾ (ii) 4 ਅਤੇ z ਦਾ ਗੁਣਨਫਲ (iii) l ਦਾ ਦੁੱਗਣਾ

- ਹੱਲ:** (i) 5 ਦੀ p ਨਾਲ ਗੁਣਾ = $5 \times p = 5p$
 (ii) 4 ਅਤੇ z ਦਾ ਗੁਣਨਫਲ = $4 \times z = 4z$
 (iii) l ਦਾ ਦੁੱਗਣਾ = $2 \times l = 2l$

4. ਚਲਾਂ ਅਤੇ ਅੰਕਾਂ ਦੀ ਭਾਗ:- ਇੱਥੇ ਅਸੀਂ, ਚਲਾਂ ਅਤੇ ਅੰਕਾਂ ਦੀ ਭਾਗ ਜਾਂ ਭਾਗਫਲ ਬਾਰੇ ਚਰਚਾ ਕਰਾਂਗੇ। ਕੁੱਝ ਵਿਅੰਜਕ ਹੇਠ ਅਨੁਸਾਰ ਹਨ:-

- b ਦੀ 2 ਨਾਲ ਭਾਗ = $b \div 2 = \frac{b}{2}$
- y ਦੀ 3 ਨਾਲ ਭਾਗ = $y \div 3 = \frac{y}{3}$
- l ਦਾ m ਨਾਲ ਭਾਗਫਲ = $l \div m = \frac{l}{m}$

ਉਦਾਹਰਨ 9- ਹੇਠ ਲਿਖਿਆਂ ਲਈ ਵਿਅੰਜਕ ਲਿਖੋ:-

(i) x ਨੂੰ 8 ਨਾਲ ਭਾਗ ਕੀਤਾ (ii) 3 ਨੂੰ k ਨਾਲ ਭਾਗ ਕੀਤਾ (iii) a ਦਾ 2 ਨਾਲ ਭਾਗਫਲ

ਹੱਲ: (i) x ਨੂੰ 8 ਨਾਲ ਭਾਗ ਕੀਤਾ $= x \div 8 = \frac{x}{8}$

(ii) 3 ਨੂੰ k ਨਾਲ ਭਾਗ ਕੀਤਾ $= 3 \div k = \frac{3}{k}$

(iii) a ਦਾ 2 ਨਾਲ ਭਾਗਫਲ $= a \div 2 = \frac{a}{2}$

ਹੁਣ ਚਾਰ ਮੁੱਢਲੀਆਂ ਕਿਰਿਆਵਾਂ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਹੇਠ ਦਿੱਤੀਆਂ ਉਦਾਹਰਨਾਂ ਰਾਹੀਂ ਸਮਝਾਈ ਗਈ ਹੈ।

ਉਦਾਹਰਨ 10- ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਵਿਅੰਜਕ ਪੜ੍ਹੋ ਅਤੇ ਦੱਸੋ ਉਹ ਕਿਵੇਂ ਬਣੇ?

(i) $a - 8$ (ii) $l + 1$ (iii) $2m$ (iv) $\frac{a}{5}$ (v) $3z + 9$ (vi) $5p - 8$

ਹੱਲ: (i) $a - 8$; a ਵਿੱਚੋਂ 8 ਘਟਾਇਆ ਗਿਆ।

(ii) $l + 1$; l ਵਿੱਚ 1 ਜੋੜਿਆ ਗਿਆ।

(iii) $2m$; m ਨੂੰ 2 ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕੀਤਾ ਗਿਆ ਜਾਂ m ਦਾ ਦੁੱਗਣਾ।

(iv) $\frac{a}{5}$; a ਨੂੰ 5 ਨਾਲ ਭਾਗ ਕੀਤਾ ਗਿਆ।

(v) $3z + 9$; ਪਹਿਲਾਂ z ਨੂੰ 3 ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕੀਤਾ ਗਿਆ ਫਿਰ 9 ਨੂੰ ਗੁਣਨਫਲ ਵਿੱਚ ਜੋੜਿਆ ਗਿਆ।

(vi) $5p - 8$; ਪਹਿਲਾਂ p ਨੂੰ 5 ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕੀਤਾ ਗਿਆ ਫਿਰ ਗੁਣਨਫਲ ਵਿੱਚੋਂ 8 ਨੂੰ ਘਟਾਇਆ ਗਿਆ।

ਉਦਾਹਰਨ 11- ਹੇਠ ਲਿਖਿਆਂ ਲਈ ਵਿਅੰਜਕ ਲਿਖੋ:-

(i) x ਵਿੱਚੋਂ 12 ਨੂੰ ਘਟਾਇਆ ਗਿਆ।

(ii) y ਵਿੱਚ 8 ਨੂੰ ਜੋੜਿਆ ਗਿਆ।

(iii) p ਨੂੰ -2 ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕੀਤਾ ਗਿਆ।

(iv) a ਨੂੰ -5 ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕੀਤਾ ਗਿਆ ਅਤੇ ਨਤੀਜੇ ਵਿੱਚ 3 ਜੋੜਿਆ ਗਿਆ।

(v) l ਨੂੰ 2 ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕੀਤਾ ਗਿਆ ਅਤੇ ਫਿਰ 7 ਨਾਲ ਭਾਗ ਕੀਤਾ ਗਿਆ।

ਹੱਲ: (i) x ਵਿੱਚੋਂ 12 ਨੂੰ ਘਟਾਇਆ ਗਿਆ $= x - 12$

(ii) y ਵਿੱਚ 8 ਨੂੰ ਜੋੜਿਆ ਗਿਆ $= 8 + y$ ਜਾਂ $y + 8$

(iii) p ਨੂੰ -2 ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕੀਤਾ ਗਿਆ $= p \times (-2) = -2p$

(iv) a ਨੂੰ -5 ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕੀਤਾ ਗਿਆ ਅਤੇ ਨਤੀਜੇ ਵਿੱਚ 3 ਜੋੜਿਆ ਗਿਆ $= a \times (-5) + 3$
 $= -5a + 3$

(v) l ਨੂੰ 2 ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕੀਤਾ ਗਿਆ ਅਤੇ ਫਿਰ 7 ਨਾਲ ਭਾਗ ਕੀਤਾ ਗਿਆ $= (l \times 2) \div 7 = \frac{2l}{7}$

7.6.2 ਬੀਜ ਗਣਿਤਿਕ ਵਿਅੰਜਕਾਂ ਦਾ ਜੀਵਨ ਵਿੱਚ ਪ੍ਰਯੋਗ (Use of Algebraic Expressions In Life):-

ਪਿਛਲੇ ਭਾਗ ਵਿੱਚ, ਅਸੀਂ ਮੁੱਢਲੀਆਂ ਕਿਰਿਆਵਾਂ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਦੇ ਹੋਏ ਬੀਜਗਣਿਤਿਕ ਵਿਅੰਜਕ ਸਿੱਖ ਚੁੱਕੇ ਹਾਂ। ਇਸ ਭਾਗ ਵਿੱਚ, ਅਸੀਂ ਸਾਡੇ ਰੋਜ਼ਾਨਾ ਜੀਵਨ ਵਿੱਚ ਬੀਜਗਣਿਤਿਕ ਵਿਅੰਜਕਾਂ ਦੇ ਪ੍ਰਯੋਗ ਬਾਰੇ ਚਰਚਾ ਕਰਾਂਗੇ। ਆਓ ਕੁਝ ਉਦਾਹਰਨਾਂ ਵੇਖੀਏ।

ਉਦਾਹਰਨ 12- ਉਹ ਵਿਅੰਜਕ ਪਤਾ ਕਰੋ ਜੋ ਕਿ a ਤੋਂ 12 ਵੱਧ ਹੈ।

$$\begin{aligned}\text{ਹੱਲ: ਲੋੜੀਂਦਾ ਵਿਅੰਜਕ} &= a \text{ ਤੋਂ } 12 \text{ ਵੱਧ} \\ &= 12 + a \text{ ਜਾਂ } a + 12\end{aligned}$$

ਉਦਾਹਰਨ 13- ਉਹ ਵਿਅੰਜਕ ਲਿਖੋ ਜੋ ਕਿ x ਤੋਂ 8 ਘੱਟ ਹੈ।

$$\begin{aligned}\text{ਹੱਲ: ਲੋੜੀਂਦਾ ਵਿਅੰਜਕ} &= x \text{ ਤੋਂ } 8 \text{ ਘੱਟ} \\ &= x - 8\end{aligned}$$

ਅਭਿਆਸ 7.3

1. ਹੇਠ ਦਿੱਤੀਆਂ ਵਿੱਚੋਂ ਬੀਜ ਗਣਿਤਿਕ ਵਿਅੰਜਕ ਅਤੇ ਅੰਕਗਣਿਤਿਕ ਵਿਅੰਜਕ ਚੁਣੋ।

(i) $2l - 3$ (ii) $5 \times 3 + 8$ (iii) $6 - 3x$ (iv) $5l$

(v) $2 \times (21 - 18) + 9$ (vi) $\frac{6a}{5} + 2$ (vii) $7 \times 20 \div 5 + 3$ (viii) 8

2. ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਵਿਅੰਜਕਾਂ ਲਈ ਪਦ ਲਿਖੋ।

(i) $2y + 5z$ (ii) $6x - 3y + 8$ (iii) $7a$ (iv) $3l - 5m + 2n$ (v) $\frac{2l}{3} + x$

3. ਦਸੋ ਹੇਠ ਦਿੱਤੇ ਵਿਅੰਜਕ ਕਿਵੇਂ ਬਣੇ।

(i) $a + 11$ (ii) $12 - x$ (iii) $3z + 8$ (iv) $6 - 5l$ (v) $\frac{5a}{4}$

4. ਹੇਠ ਦਿੱਤੀਆਂ ਲਈ ਵਿਅੰਜਕ ਲਿਖੋ।

- (i) p ਵਿੱਚ 10 ਜੋੜਿਆ ਗਿਆ।
- (ii) y ਵਿੱਚੋਂ 5 ਘਟਾਇਆ ਗਿਆ।
- (iii) d ਨੂੰ 3 ਨਾਲ ਭਾਗ ਕੀਤਾ ਗਿਆ।
- (iv) l ਨੂੰ -6 ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕੀਤਾ ਗਿਆ।
- (v) 1 ਵਿੱਚੋਂ m ਘਟਾਇਆ ਗਿਆ।
- (vi) $3x$ ਵਿੱਚ 11 ਜੋੜਿਆ ਗਿਆ।

- (vii) y ਨੂੰ -2 ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕੀਤਾ ਗਿਆ ਅਤੇ ਫਿਰ ਨਤੀਜੇ ਵਿੱਚ 2 ਜੋੜਿਆ ਗਿਆ।
- (viii) c ਨੂੰ 5 ਨਾਲ ਭਾਗ ਕੀਤਾ ਗਿਆ ਅਤੇ ਫਿਰ ਨਤੀਜੇ ਨੂੰ 7 ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕੀਤਾ ਗਿਆ।
- (ix) x ਨੂੰ 3 ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕੀਤਾ ਗਿਆ ਫਿਰ ਇਸ ਨਤੀਜੇ ਨੂੰ y ਵਿੱਚੋਂ ਘਟਾਇਆ ਗਿਆ।
- (x) a ਨੂੰ b ਵਿੱਚ ਜੋੜਿਆ ਗਿਆ ਫਿਰ ਨਤੀਜੇ ਨੂੰ c ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕੀਤਾ ਗਿਆ।

5. ਵਿਅੰਜਕ ਲਿਖੋ ਜੋ y ਨਾਲੋਂ 15 ਘੱਟ ਹੋਵੇ।
6. ਵਿਅੰਜਕ ਲਿਖੋ ਜੋ a ਤੋਂ 3 ਵੱਧ ਹੋਵੇ।
7. ਵਿਅੰਜਕ ਪਤਾ ਕਰੋ ਜੋ x ਦੇ ਦੁੱਗਣੇ ਤੋਂ 1 ਵੱਧ ਹੋਵੇ।
8. ਵਿਅੰਜਕ ਪਤਾ ਕਰੋ ਜੋ y ਦੇ 5 ਗੁਣਾ ਤੋਂ 7 ਘੱਟ ਹੋਵੇ।



● ਬਹੁ ਵਿਕਲਪੀ ਪ੍ਰਸ਼ਨ ●

1. ਵਰਗ ਦੀ ਹਰੇਕ ਭੁਜਾ ਨੂੰ ' s ' ਨਾਲ ਦਰਸਾਇਆ ਗਿਆ ਹੈ, ਤਾਂ ਵਰਗ ਦਾ ਪਰਿਮਾਪ ਹੈ:-
 (a) $4 + s$ (b) $s - 4$ (c) $4s$ (d) s
2. ਵਿਅੰਜਕ $7l - 3$ ਵਿੱਚ ਕਿੰਨੇ ਪਦ ਹਨ?
 (a) 1 (b) 3 (c) 2 (d) 4
3. m ਵਿੱਚੋਂ 5 ਘਟਾਇਆ ਗਿਆ =
 (a) $5 - m$ (b) $m + 5$ (c) $5 + m$ (d) $m - 5$
4. p ਨੂੰ 3 ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕਰਕੇ ਫਿਰ 2 ਜੋੜਿਆ ਗਿਆ =
 (a) $2p + 3$ (b) $3p - 2$ (c) $3p + 2$ (d) $2p - 3$



● ਸਿੱਖਣ ਦੇ ਪਰਿਣਾਮ ●

ਇਸ ਅਧਿਆਇ ਦੀ ਪੂਰਨਤਾ ਤੋਂ ਬਾਅਦ, ਵਿਦਿਆਰਥੀ :

- ਚਲਾਂ ਦੀ ਧਾਰਨਾ ਨੂੰ ਸਮਝਣ ਦੇ ਯੋਗ ਹਨ।
- ਵੱਖ ਵੱਖ ਹਲਾਤਾਂ ਵਿੱਚ ਚਲਾਂ ਦਾ ਪ੍ਰਯੋਗ ਕਰਨ ਦੇ ਯੋਗ ਹਨ।
- ਕਥਨ ਤੋਂ ਬੀਜਗਣਿਤਿਕ ਵਿਅੰਜਕ ਬਣਾਉਣ ਦੇ ਯੋਗ ਹਨ।



ਉੱਤਰਮਾਲਾ

ਅਭਿਆਸ 7.1

1. (i) $2n$ (ii) $4n$ (iii) $3n$ (iv) $3n$ (v) $5n$ 2. $12n$ 3. $3a$
4. $8c$ 5. $5p$ 6. $50d$ 7. $1 + 3x$ or $3x + 1$

ਅਭਿਆਸ 7.2

1. $3a$ 2. $2l + b$ 3. $6S$ 4. $12l$

ਅਭਿਆਸ 7.3

1. ਬੀਜ ਗਣਿਤਿਕ ਵਿਅੰਜਕ : (i), (iii), (iv), (vi) ਅੰਕ ਗਣਿਤਿਕ ਵਿਅੰਜਕ : (ii), (v), (vii), (viii)
2. (i) $2y, 5z$ (ii) $6x, -3y, 8$ (iii) $7a$ (iv) $3l, -5m, 2n$ (v) $\frac{2\ell}{3}, x$
3. (i) a ਵਿੱਚ 11 ਦਾ ਵਾਧਾ ਕੀਤਾ ਗਿਆ (ii) 12 ਵਿੱਚੋਂ x ਘਟਾਇਆ ਗਿਆ
(iii) z ਦੇ 3 ਗੁਣਾ ਵਿੱਚ 8 ਦਾ ਵਾਧਾ ਕੀਤਾ ਗਿਆ (iv) ℓ ਦੇ 5 ਗੁਣਾ ਨੂੰ 6 ਵਿੱਚੋਂ ਘਟਾਇਆ ਗਿਆ
(v) a ਦੇ 5 ਗੁਣਾ ਨੂੰ 4 ਨਾਲ ਭਾਗ ਕੀਤਾ ਗਿਆ
4. (i) $p + 10$ (ii) $y - 5$ (iii) $\frac{d}{3}$ (iv) $-6l$ (v) $1 - m$
(vi) $3x + 11$ (vii) $-2y + 2$ (viii) $\frac{7c}{5}$ (ix) $y - 3x$ (x) $(a + b)c$
5. $y - 15$ 6. $a + 3$ 7. $2x + 1$ 8. $5y - 7$

ਬਹੁ-ਵਿਕਲਪੀ ਪ੍ਰਸ਼ਨ

1. c 2. c 3. d 4. c





ਮੁੱਢਲੀਆਂ ਰੇਖਾ ਗਣਿਤਿਕ ਧਾਰਨਾਵਾਂ

(BASIC GEOMETRICAL CONCEPTS)



ਉਦੇਸ਼

ਇਸ ਅਧਿਆਇ ਵਿੱਚ, ਤੁਸੀਂ ਸਿੱਖੋਗੇ

- ਬਿੰਦੂ, ਰੇਖਾ, ਰੇਖਾ ਖੰਡ ਅਤੇ ਕਿਰਨ ਬਾਰੇ।
- ਵਕਰ ਭਾਵ ਸਰਲ, ਖੁੱਲ੍ਹਾ ਅਤੇ ਬੰਦ ਵਕਰ ਬਾਰੇ।
- ਬਹੁਭੁਜ ਬਾਰੇ ਭਾਵ ਤਿਭੁਜ ਅਤੇ ਚਤੁਰਭੁਜ ਅਤੇ ਉਹਨਾਂ ਦੇ ਹਿੱਸਿਆਂ ਬਾਰੇ।
- ਚੱਕਰ ਅਤੇ ਇਸ ਦੇ ਭਾਗਾਂ ਬਾਰੇ।
- ਇਹਨਾਂ ਰੇਖਾ ਗਣਿਤਿਕ ਧਾਰਨਾਵਾਂ ਦਾ ਆਪਣੇ ਆਲੇ ਦੁਆਲੇ ਨਾਲ ਸੰਬੰਧ ਸਥਾਪਿਤ ਕਰਨਾ।

8.1 ਭੂਮਿਕਾ (Introduction)

ਰੇਖਾ ਗਣਿਤ, ਗਣਿਤ ਦੀ ਇੱਕ ਸ਼ਾਖਾ ਹੈ, ਜੋ ਕਿ ਆਕ੍ਰਿਤੀਆਂ ਦੇ ਮਾਪ ਅਤੇ ਆਕਾਰ ਨਾਲ ਸੰਬੰਧ ਰੱਖਦੀ ਹੈ। ਰੇਖਾ ਗਣਿਤ (Geometry) ਯੂਨਾਨੀ ਸ਼ਬਦ “ਜਿਅਾ” “Geo” ਅਤੇ ਮੈਟ੍ਰਾਨ “metron” ਤੋਂ ਲਿਆ ਗਿਆ ਹੈ। ਜਿਅਾ (Geo) ਦਾ ਭਾਵ ਹੈ ਧਰਤੀ ਅਤੇ ਮੈਟ੍ਰਾਨ metron ਦਾ ਭਾਵ ਹੈ ਮਾਪ। ਪੁਰਾਣੇ ਸਮੇਂ ਵਿੱਚ ਰੇਖਾ ਗਣਿਤ ਦਾ ਪ੍ਰਯੋਗ ਸਾਡੀ ਜ਼ਿੰਦਗੀ ਦੇ ਬਹੁਤ ਸਾਰੇ ਖੇਤਰਾਂ ਜਿਵੇਂ ਕਲਾ, ਚਿੱਤਰ ਕਲਾ, ਮਾਪ ਆਦਿ ਵਿੱਚ ਹੁੰਦਾ ਸੀ। ਅਸੀਂ ਰੇਖਾ ਗਣਿਤ ਵਿੱਚ ਗਣਿਤਿਕ ਆਕ੍ਰਿਤੀਆਂ ਦੇ ਨਿਰਮਾਣ ਬਾਰੇ ਸਿੱਖਦੇ ਹਾਂ ਅਤੇ ਉਹਨਾਂ ਦੀਆਂ ਮੁੱਢਲੀਆਂ ਵਿਸ਼ੇਸ਼ਤਾਵਾਂ ਬਾਰੇ ਪੜ੍ਹਦੇ ਹਾਂ।

ਜਿਵੇਂ ਕਿ ਅੰਕ, ਅੰਕਗਣਤ ਦੇ ਮੁੱਢਲੇ ਤੱਤ ਜਾਂ ਨੀਂਹ ਪੱਥਰ ਹਨ ਅਤੇ ਅਚਲ, ਚਲ ਅਤੇ ਚਾਰ ਮੁੱਢਲੀਆਂ ਕ੍ਰਿਆਵਾਂ ਬੀਜਗਣਿਤ ਦੇ ਮੁੱਢਲੇ ਤੱਤ ਹਨ; ਇਸੇ ਤਰ੍ਹਾਂ ਰੇਖਾ ਗਣਿਤ ਦੇ ਆਪਣੇ ਮੁੱਢਲੇ ਤੱਤ ਜਾਂ ਨੀਂਹ ਪੱਥਰ ਹਨ। ਇਸ ਭਾਗ ਵਿੱਚ, ਅਸੀਂ ਇਹਨਾਂ ਵਿੱਚੋਂ ਕੁਝ ਬਾਰੇ ਸਿੱਖਾਂਗੇ। ਇਸ ਦੇ ਤਿੰਨ ਮੁੱਢਲੇ ਤੱਤ ਬਿੰਦੂ, ਰੇਖਾ ਅਤੇ ਸਮਤਲ ਹਨ। ਇਹ ਪਦਾਂ (Terms) ਨੂੰ ਨਿਸ਼ਚਿਤ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਪਰਿਭਾਸ਼ਿਤ ਨਹੀਂ ਕੀਤਾ ਜਾ ਸਕਦਾ। ਫਿਰ ਵੀ, ਅਸੀਂ ਇਹਨਾਂ ਪਦਾਂ (Terms) ਦੇ ਅਰਥ ਸਪਸ਼ਟ ਕਰਨ ਲਈ ਕੁਝ ਉਦਾਹਰਨਾਂ ਦੇ ਸਕਦੇ ਹਾਂ।

8.2 ਬਿੰਦੂ (POINT)

ਕਾਗਜ਼ ਦੇ ਇੱਕ ਟੁਕੜੇ ਉੱਪਰ ਇੱਕ ਤਿੱਖੀ ਪੈਨਸਿਲ ਨਾਲ ਲਗਾਇਆ ਇੱਕ ਛੋਟਾ ਜਿਹਾ ਨਿਸ਼ਾਨ ਜਾਂ ਇੱਕ ਸੂਖਮ ਸੂਈ ਜਾਂ ਪਿੰਨ ਨਾਲ ਕਾਗਜ਼ ਉੱਪਰ ਇੱਕ ਬਰੀਕ ਛੋਕ, ਬਿੰਦੀ ਆਦਿ ਬਿੰਦੂ ਦੀਆਂ ਉਦਾਹਰਨਾਂ ਹਨ।

ਇੱਕ ਬਿੰਦੂ ਸਿਰਫ ਇੱਕ ਸਥਾਨ ਨਿਰਧਾਰਕ ਹੈ। ਇਹ ਕਿਸੇ ਵਸਤੂ ਦੀ ਸਟੀਕ ਸਥਿਤੀ



ਪੈਨਸਿਲ ਦੀ ਨੋਕ



ਪ੍ਰਕਾਰ ਦੀ ਨੋਕ



ਸੂਈ ਦੀ ਨੋਕ

ਦਰਸਾਉਂਦਾ ਹੈ। ਬਿੰਦੂ ਦੀ ਕੋਈ ਲੰਬਾਈ, ਚੌੜਾਈ ਜਾਂ ਉਚਾਈ ਨਹੀਂ ਹੁੰਦੀ ਭਾਵ ਇਸ ਦਾ ਕੋਈ ਮਾਪ ਨਹੀਂ ਹੁੰਦਾ।

ਇੱਕ ਬਿੰਦੂ ਨੂੰ ਵਰਣਮਾਲਾ ਦੇ ਇੱਕ ਵੱਡੇ ਅੱਖਰ ਜਿਵੇਂ A, B, C, P, Q, R ਆਦਿ ਨਾਲ ਦਰਸਾਇਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਅਤੇ 'ਬਿੰਦੂ A', 'ਬਿੰਦੂ B' ਪੜ੍ਹਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। (ਜਿਵੇਂ ਦਿਖਾਇਆ ਗਿਆ ਹੈ)



8.3 ਰੇਖਾ (Line)

ਇੱਕ ਰੇਖਾ ਬਿੰਦੂਆਂ ਦਾ ਸੰਗ੍ਰਹਿ ਹੈ ਜਿਸਨੂੰ ਅਨੰਤ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਦੋਹਾਂ ਪਾਸਿਆਂ ਵੱਲ ਵਧਾਇਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ। ਇਸਦੀ ਸਿਰਫ਼ ਲੰਬਾਈ ਹੁੰਦੀ ਹੈ, ਨਾ ਚੌੜਾਈ ਹੁੰਦੀ ਹੈ ਅਤੇ ਨਾ ਹੀ ਮੋਟਾਈ। ਇੱਕ ਰੇਖਾ ਨੂੰ ਨਾਮ ਦੇਣ ਦੇ ਦੋ ਢੰਗ ਹਨ—

(i) ਇੱਕ ਰੇਖਾ ਨੂੰ ਵਰਣਮਾਲਾ ਦੇ ਛੋਟੇ ਅੱਖਰ ਜਿਵੇਂ ℓ , m ਆਦਿ ਨਾਲ ਲਿਖਕੇ ਨਾਮ ਦਿੱਤਾ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ।



(ii) ਰੇਖਾ ਉੱਪਰ ਦੋ ਬਿੰਦੂ ਮੰਨ ਲਓ A ਅਤੇ B ਲੈ ਕੇ \overleftrightarrow{AB} ਨਾਮ ਦਿੱਤਾ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ।

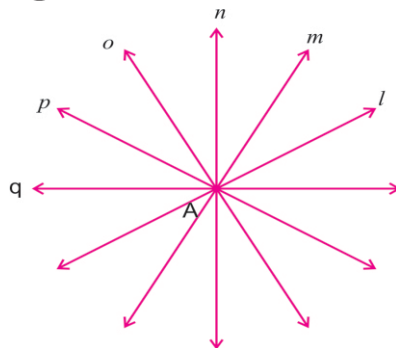


ਇੱਕ ਰੇਖਾ ਦੀਆਂ ਕੁੱਝ ਵਿਸ਼ੇਸ਼ਤਾਵਾਂ ਹੁੰਦੀਆਂ ਹਨ ਜੋ ਇਸ ਪ੍ਰਕਾਰ ਹਨ:

- ਇੱਕ ਰੇਖਾ ਦਾ ਕੋਈ ਅੰਤ ਬਿੰਦੂ ਨਹੀਂ ਹੁੰਦਾ। ਤੀਰ ਦੇ ਨਿਸ਼ਾਨ ਦਰਸਾਉਂਦੇ ਹਨ ਕਿ ਰੇਖਾ ਦੇ ਦੋਵਾਂ ਸਿਰਿਆਂ ਨੂੰ ਅਨੰਤ ਤੱਕ ਵਧਾਇਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ।
- ਇੱਕ ਰੇਖਾ ਉੱਪਰ ਅਣਗਿਣਤ ਬਿੰਦੂ ਹੁੰਦੇ ਹਨ।



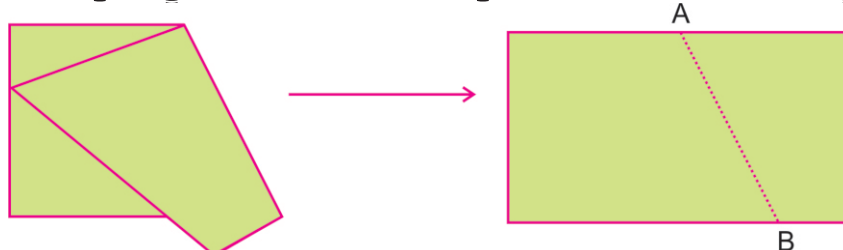
- ਦੋ ਬਿੰਦੂਆਂ ਦੇ ਵਿੱਚੋਂ ਸਿਰਫ਼ ਇੱਕ ਰੇਖਾ ਹੀ ਖਿੱਚੀ ਜਾ ਸਕਦੀ ਹੈ।
- ਰੇਖਾ ਦੀ ਕੋਈ ਨਿਸ਼ਚਿਤ ਲੰਬਾਈ ਨਹੀਂ ਹੁੰਦੀ।
- ਇੱਕ ਦਿੱਤੇ ਹੋਏ ਬਿੰਦੂ ਵਿੱਚੋਂ ਅਣਗਿਣਤ ਰੇਖਾਵਾਂ ਖਿੱਚੀਆਂ ਜਾ ਸਕਦੀਆਂ ਹਨ।



ਚਿੱਤਰ ਵਿੱਚ, ਰੇਖਾਵਾਂ ℓ , m , n , o , p , q ਸਾਰੀਆਂ ਹੀ ਇੱਕ ਦਿੱਤੇ ਹੋਏ ਬਿੰਦੂ A ਵਿੱਚੋਂ ਲੰਘਦੀਆਂ ਹਨ।

8.3.1 ਰੇਖਾ ਖੰਡ (Line Segment)

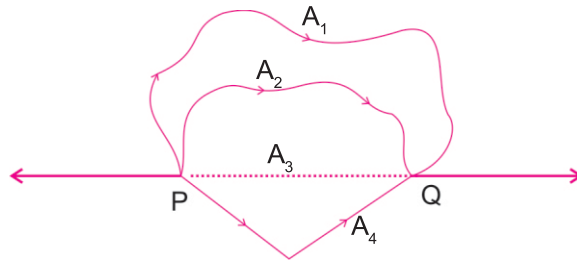
ਇੱਕ ਕਾਗਜ਼ ਦੇ ਟੁਕੜੇ ਨੂੰ ਲਓ। ਚਿੱਤਰ ਵਿੱਚ ਦੱਸੇ ਅਨੁਸਾਰ ਪਹਿਲਾਂ ਮੋੜੋ ਅਤੇ ਫਿਰ ਇਸਨੂੰ ਖੋਲ੍ਹੋ। ਤੁਸੀਂ ਕਾਗਜ਼



ਉੱਪਰ ਮੋੜ ਦਾ ਇੱਕ ਨਿਸ਼ਾਨ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰਦੇ ਹੋ।

ਤੁਸੀਂ ਮੋੜ ਦਾ ਜਿਹੜਾ ਨਿਸ਼ਾਨ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕੀਤਾ ਹੈ, ਇਹ ਰੇਖਾ ਖੰਡ ਦੀ ਪ੍ਰਤਿਨਿਧਤਾ ਕਰਦਾ ਹੈ। ਇਸ ਰੇਖਾ ਖੰਡ ਦੇ ਦੋ ਅੰਤ ਬਿੰਦੂ A ਅਤੇ B ਹਨ।

ਹੁਣ ਦੋ ਬਿੰਦੂਆਂ P ਅਤੇ Q ਤੇ ਵਿਚਾਰ ਕਰੋ। ਦਿਖਾਏ ਅਨੁਸਾਰ P ਤੋਂ Q ਤੱਕ ਪਹੁੰਚਣ ਦੇ ਅਨੇਕਾਂ ਸੰਭਵ ਰਸਤੇ ਭਾਵ A_1, A_2, A_3, A_4 ਹਨ। ਸਭ ਤੋਂ ਛੋਟੇ ਰਸਤੇ ਨੂੰ ਬਿੰਦੂਦਾਰ ਰੇਖਾ (A_3) ਰਾਹੀਂ ਦਰਸਾਇਆ ਗਿਆ ਹੈ, ਜੋ ਕਿ ਸਿੱਧੀ ਰੇਖਾ ਹੈ। ਇਸ ਲਈ, P ਤੋਂ Q ਤੱਕ ਦਾ ਸਿੱਧਾ ਰਸਤਾ P ਅਤੇ Q ਵਿੱਚੋਂ ਲੰਘਣ ਵਾਲੀ ਰੇਖਾ ਦਾ ਇੱਕ ਖੰਡ (ਟੁਕੜਾ) ਹੈ।



ਕਿਉਂਕਿ, ਇਥੇ ਕੇਵਲ ਇੱਕ ਹੀ ਰੇਖਾ P ਅਤੇ Q ਵਿੱਚੋਂ ਲੰਘ ਰਹੀ ਹੈ। ਇਹ ਸਪੱਸ਼ਟ ਹੈ ਕਿ ਇਥੇ ਕੇਵਲ ਇੱਕ ਹੀ ਰੇਖਾਖੰਡ ਹੈ, ਜੋ P ਅਤੇ Q ਨੂੰ ਜੋੜਦਾ ਹੈ।

ਇੱਕ ਰੇਖਾਖੰਡ, ਇੱਕ ਰੇਖਾ ਦਾ ਹਿੱਸਾ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਜੋ ਕਿ ਦੋ ਅੰਤ ਬਿੰਦੂਆਂ ਦੇ ਵਿਚਕਾਰ ਘਿਰਿਆ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਇਹ ਦੋ ਅੰਤ ਬਿੰਦੂਆਂ ਵਿਚਕਾਰ ਸਭ ਤੋਂ ਛੋਟੀ ਦੂਰੀ ਹੁੰਦੀ ਹੈ।

P ਤੋਂ Q ਤੱਕ ਰੇਖਾਖੰਡ ਨੂੰ \overline{PQ} ਜਾਂ \overline{QP} ਰਾਹੀਂ ਦਰਸਾਇਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਇੱਕ ਰੇਖਾ ਖੰਡ ਉੱਪਰ ਅਣਗਿਣਤ ਬਿੰਦੂ ਹੁੰਦੇ ਹਨ।

8.3.2 ਕਿਰਨ (Ray)

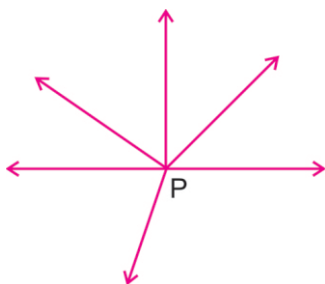
ਇਹ ਰੇਖਾ ਦਾ ਇੱਕ ਹਿੱਸਾ ਹੈ, ਜਿਸਦਾ ਇੱਕ ਆਰੰਭ ਬਿੰਦੂ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਅਤੇ ਇਸਨੂੰ ਇੱਕ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਅਨੰਤ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਵਧਾਇਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ। \overrightarrow{AB} ਇੱਕ ਕਿਰਨ ਹੈ, ਜਿਸਦਾ ਆਰੰਭ ਬਿੰਦੂ A ਹੈ ਅਤੇ ਇਸ ਨੂੰ A ਤੋਂ B ਵੱਲ ਅਨੰਤ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਵਧਾਇਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ।



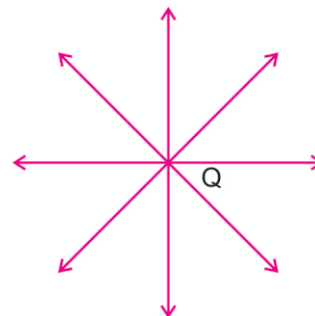
\overrightarrow{BA} ਇੱਕ ਕਿਰਨ ਹੈ, ਜਿਸਦਾ ਆਰੰਭ ਬਿੰਦੂ B ਹੈ ਅਤੇ B ਤੋਂ A ਵੱਲ ਅਨੰਤ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਵਧਾਇਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ।



ਇੱਕ ਬਿੰਦੂ ਤੋਂ ਅਣਗਿਣਤ ਕਿਰਨਾਂ ਖਿੱਚੀਆਂ ਜਾ ਸਕਦੀਆਂ ਹਨ।



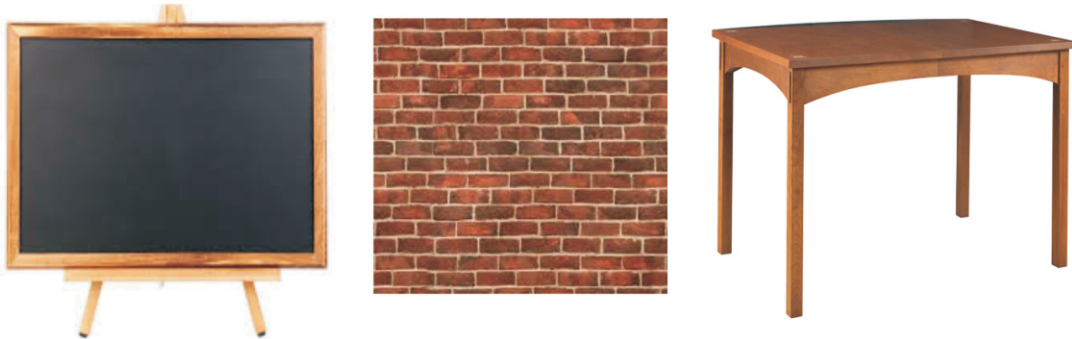
ਇੱਕ ਬਿੰਦੂ P ਤੋਂ ਅਣਗਿਣਤ ਕਿਰਨਾਂ



ਇੱਕ ਬਿੰਦੂ Q ਤੋਂ ਅਣਗਿਣਤ ਕਿਰਨਾਂ

8.4 ਤਲ (Plane)

ਅਸੀਂ ਆਪਣੀ ਰੋਜ਼ਾਨਾ ਜ਼ਿੰਦਗੀ ਵਿੱਚ ਬਹੁਤ ਸਾਰੇ ਪੱਧਰੇ ਤਲਾਂ ਜਿਵੇਂ ਕਿ ਮੇਜ਼ ਦਾ ਉੱਪਰੀ ਤਲ, ਕੰਧ ਦਾ ਤਲ, ਬਲੈਕ ਬੋਰਡ ਦਾ ਤਲ ਆਦਿ ਬਾਰੇ ਜਾਣਦੇ ਹਾਂ। ਇਹ ਸਾਰੇ ਹੀ ਪੱਧਰੇ ਤਲ ਜਾਂ ਸਮਤਲ ਹਨ।



ਇਸ ਲਈ ਹਰੇਕ ਠੋਸ ਦਾ ਇੱਕ ਪੱਧਰਾ ਜਾਂ ਵੱਕਰ ਤਲ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਰੇਖਾ ਗਣਿਤ ਵਿੱਚ, ਅਸੀਂ ਪੂਰੀ ਤਰ੍ਹਾਂ ਪੱਧਰਾ ਜਾਂ ਵੱਕਰ ਤਲ ਹੀ ਲੈਂਦੇ ਹਾਂ।

ਇੱਕ ਸਮਤਲ ਇੱਕ ਪੱਧਰਾ ਤਲ ਹੈ, ਜੋ ਸਾਰੀਆਂ ਦਿਸ਼ਾਵਾਂ ਵਿੱਚ ਅਨੰਤ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਫੈਲਿਆ ਹੋਇਆ ਹੈ। ਇਸਦੀ ਕੋਈ ਸੀਮਾ ਨਹੀਂ ਹੁੰਦੀ। ਇਸਦੀ ਲੰਬਾਈ ਅਤੇ ਚੌੜਾਈ ਹੁੰਦੀ ਹੈ, ਪਰ ਉਚਾਈ ਨਹੀਂ ਹੁੰਦੀ।

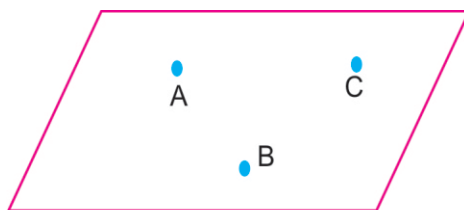
ਤਲ ਸਾਰੀਆਂ ਦਿਸ਼ਾਵਾਂ ਵਿੱਚ ਅਨੰਤ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਫੈਲਿਆ ਹੁੰਦਾ ਹੈ, ਅਸੀਂ ਇਸਨੂੰ ਕਾਗਜ਼ ਤੇ ਨਹੀਂ ਬਣਾ ਸਕਦੇ, ਤਲ ਦਾ ਕੁੱਝ ਹਿੱਸਾ ਹੀ ਬਣਾਇਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ।

ਇੱਕ ਤਲ ਨੂੰ ਦੋ ਤਰ੍ਹਾਂ ਨਾਲ ਨਾਮ ਦੇ ਸਕਦੇ ਹਾਂ:

- (i) ਇੱਕ ਛੋਟਾ ਅੱਖਰ ਜਿਵੇਂ p ਜਾਂ q ਲਿਖ ਕੇ। ਇਸਨੂੰ 'ਤਲ p ' ਜਾਂ 'ਤਲ q ' ਪੜ੍ਹਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।



- (ii) ਤਿੰਨ ਜਾਂ ਇਸ ਤੋਂ ਵੱਧ ਵੱਡੇ ਅੱਖਰ ਜਿਵੇਂ A , B ਅਤੇ C ਲਿਖ ਕੇ ਜੋ ਇੱਕ ਹੀ ਰੇਖਾ ਵਿੱਚ ਨਾ ਹੋਣ। ਇਸਨੂੰ 'ਸਮਤਲ ABC ' ਪੜ੍ਹਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।



ਤਲ $A B C$



ਤਲ $P Q R S$

8.4.1 ਇੱਕ ਤਲ ਵਿੱਚ ਬਿੰਦੂਆਂ ਅਤੇ ਰੇਖਾਵਾਂ ਦੀਆਂ ਵਿਸ਼ੇਸ਼ਤਾਵਾਂ (Properties of Points and lines in a Plane)

1. ਕਿਸੇ ਇੱਕ ਤਲ ਵਿੱਚ ਕੋਈ ਦੋ ਬਿੰਦੂ, ਉਨ੍ਹਾਂ ਵਿੱਚੋਂ ਲੰਘਣ ਵਾਲੀ ਕੇਵਲ ਤੇ ਕੇਵਲ ਇੱਕ ਹੀ ਰੇਖਾ ਨਾਲ

ਜੋੜੇ ਜਾ ਸਕਦੇ ਹਨ। ਇਹ ਰੇਖਾ ਪੂਰੀ ਤਰ੍ਹਾਂ ਸਮਤਲ ਵਿੱਚ ਹੀ ਹੁੰਦੀ ਹੈ।

2. ਦੋ ਤਲ ਇੱਕ ਰੇਖਾ ਵਿੱਚ ਕੱਟਦੇ ਹਨ, ਜਿਵੇਂ ਇੱਕ ਕਮਰੇ ਦੀ ਦੀਵਾਰ ਅਤੇ ਫਰਸ਼ ਇੱਕ ਰੇਖਾ ਵਿੱਚ ਕੱਟਦੇ ਹਨ ਜਿਸਨੂੰ ਕਿਨਾਰਾ ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।



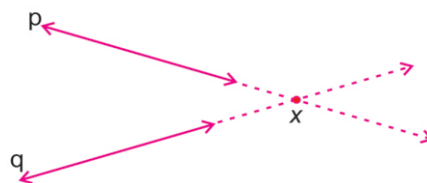
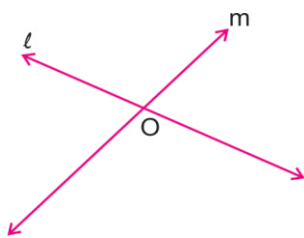
3. ਜੇਕਰ ਅਸੀਂ ਇੱਕ ਤਲ ਵਿੱਚ ਦੋ ਰੇਖਾਵਾਂ ਲਈਏ, ਤਾਂ ਦੋ ਸੰਭਾਨਾਵਾਂ ਹਨ:

- (i) ਉਹ ਤਲ ਵਿੱਚ ਇੱਕ ਦੂਸਰੇ ਨੂੰ ਕੱਟ ਸਕਦੀਆਂ ਹਨ।
- (ii) ਉਹ ਇੱਕ ਦੂਸਰੇ ਦੇ ਸਮਾਂਤਰ ਹੁੰਦੀਆਂ ਹਨ, ਭਾਵ ਉਹ ਇੱਕ ਦੂਸਰੇ ਨੂੰ ਨਹੀਂ ਕੱਟਦੀਆਂ।

8.5 ਕਾਟਵੀਆਂ ਰੇਖਾਵਾਂ (Intersecting Lines)

ਉਹ ਰੇਖਾਵਾਂ ਜੋ ਇੱਕ ਬਿੰਦੂ 'ਤੇ ਮਿਲਦੀਆਂ ਹਨ, ਕਾਟਵੀਆਂ ਰੇਖਾਵਾਂ ਅਖਵਾਉਂਦੀਆਂ ਹਨ ਅਤੇ ਉਹ ਬਿੰਦੂ ਕਾਟ ਬਿੰਦੂ ਅਖਵਾਉਂਦਾ ਹੈ।

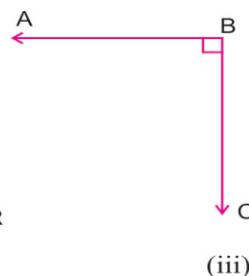
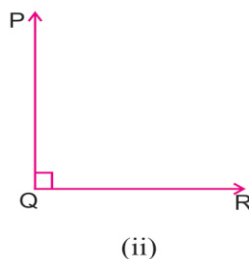
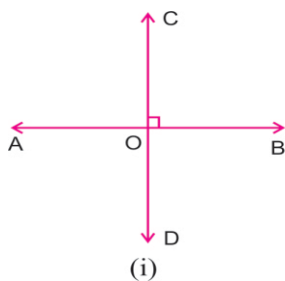
- (i) ℓ ਅਤੇ m ਕਾਟਵੀਆਂ ਰੇਖਾਵਾਂ ਹਨ ਅਤੇ O ਕਾਟ ਬਿੰਦੂ ਹੈ।



- (ii) p ਅਤੇ q ਰੇਖਾਵਾਂ ਨੂੰ ਵਧਾਉਣ 'ਤੇ ਉਹ ਕਾਟ ਬਿੰਦੂ x 'ਤੇ ਕੱਟਦੀਆਂ ਹਨ।

8.5.1 ਲੰਬ ਰੇਖਾਵਾਂ (Perpendicular lines)

ਦੋ ਰੇਖਾਵਾਂ ਇੱਕ ਦੂਸਰੇ 'ਤੇ ਲੰਬ ਆਖੀਆਂ ਜਾਂਦੀਆਂ ਹਨ, ਜੇਕਰ ਉਹ ਇੱਕ ਸਮ ਕੋਣ (90°) ਬਣਾਉਂਦੀਆਂ ਹਨ।

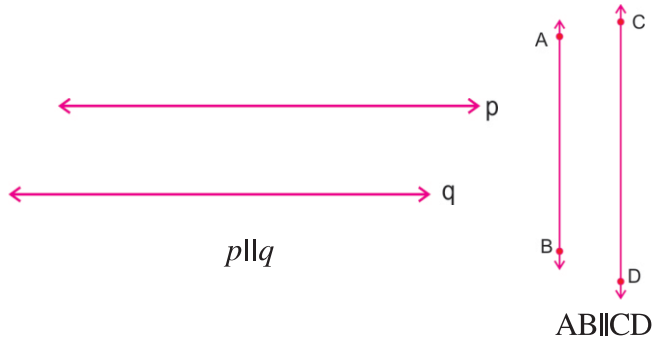


ਲੰਬ ਦਾ ਚਿੰਨ੍ਹ ' \perp ' ਹੈ।

- (i) ਰੇਖਾਵਾਂ AOB ਅਤੇ COD ਇੱਕ ਦੂਸਰੇ 'ਤੇ ਲੰਬ ਹਨ ਕਿਉਂਕਿ $\angle COB = 90^\circ$, ਇਸਨੂੰ $COB \perp AOB$ ਲਿਖਦੇ ਹਾਂ ਅਤੇ, 'CD, AB'. ਉਤੇ ਲੰਬ ਹੈ, ਪੜ੍ਹਦੇ ਹਾਂ। ਜਾਂ $AOB \perp COD$, AB, CD ਉੱਤੇ ਲੰਬ ਹੈ।
- (ii) $PQ \perp QR$ ਕਿਉਂਕਿ $\angle PQR = 90^\circ$ ਜਾਂ $RQ \perp PQ$ ਕਿਉਂਕਿ $\angle RQP = 90^\circ$
- (iii) $AB \perp BC$ ਕਿਉਂਕਿ $\angle ABC = 90^\circ$ ਜਾਂ $BC \perp AB$ ਕਿਉਂਕਿ $\angle CBA = 90^\circ$

8.6 ਸਮਾਂਤਰ ਰੇਖਾ (Parallel lines)

ਰੇਖਾਵਾਂ ਜੋ ਵਧਾਉਣ ਤੋਂ ਬਾਅਦ ਵੀ ਆਪਸ ਨਹੀਂ ਮਿਲਦੀਆਂ ਸਮਾਂਤਰ ਰੇਖਾਵਾਂ ਵਜੋਂ ਜਾਣੀਆਂ ਜਾਂਦੀਆਂ ਹਨ। ਸਮਾਂਤਰ ਰੇਖਾਵਾਂ ਦੇ ਵਿਚਕਾਰ ਦੂਰੀ ਹਮੇਸ਼ਾਂ ਸਮਾਨ ਰਹਿੰਦੀ ਹੈ।

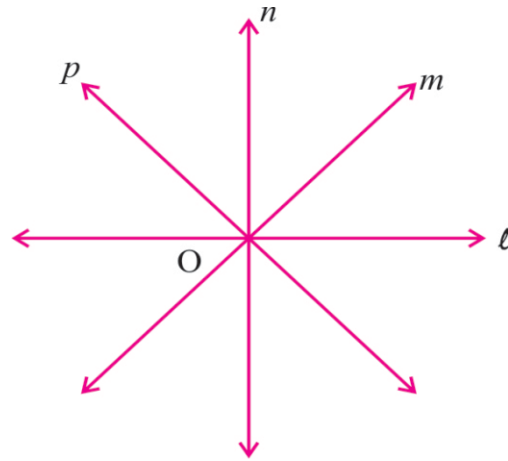


ਇੱਕ ਛੁੱਟੇ (ਸਕੇਲ) ਜਾਂ ਬਲੈਕਬੋਰਡ ਦੇ ਸਨਮੁੱਖ ਕਿਨਾਰੇ, ਰੇਲ ਦੀਆਂ ਪਟੜੀਆਂ ਸਮਾਂਤਰ ਰੇਖਾਵਾਂ ਦੀਆਂ ਸਭ ਤੋਂ ਵਧੀਆ ਉਦਾਹਰਨਾਂ ਹਨ।

8.7 ਸੰਗਾਮੀ ਰੇਖਾਵਾਂ (Concurrent lines)

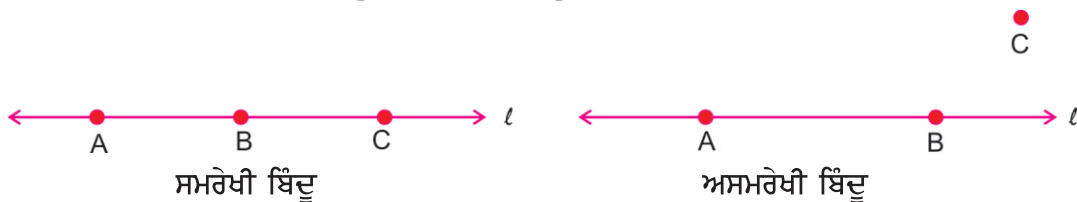
ਇੱਕ ਸਮਤਲ ਵਿੱਚ ਜਦੋਂ ਤਿੰਨ ਜਾਂ ਵੱਧ ਰੇਖਾਵਾਂ ਇੱਕ ਹੀ ਬਿੰਦੂ ਵਿੱਚੋਂ ਲੰਘਦੀਆਂ ਹਨ ਤਾਂ ਸੰਗਾਮੀ ਰੇਖਾਵਾਂ ਅਖਵਾਉਂਦੀਆਂ ਹਨ ਅਤੇ ਉਹ ਬਿੰਦੂ ਸੰਗਾਮੀ ਬਿੰਦੂ ਅਖਵਾਉਂਦਾ ਹੈ।

ਬਿੰਦੂ O ਵਿੱਚੋਂ ਨਿਕਲ ਰਹੀਆਂ ਰੇਖਾਵਾਂ ℓ , m , n , p ਸੰਗਾਮੀ ਰੇਖਾਵਾਂ ਹਨ ਅਤੇ O ਸੰਗਾਮੀ ਬਿੰਦੂ ਹੈ।



8.8 ਸਮਰੇਖੀ ਬਿੰਦੂ (Collinear Points)

ਇੱਕ ਤਲ ਵਿੱਚ ਤਿੰਨ ਜਾਂ ਵੱਧ ਬਿੰਦੂਆਂ ਨੂੰ ਸਮਰੇਖੀ ਬਿੰਦੂ ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ, ਜੇਕਰ ਉਹ ਇੱਕ ਹੀ ਰੇਖਾ ਉੱਤੇ ਸਥਿਤ ਹੋਣ।



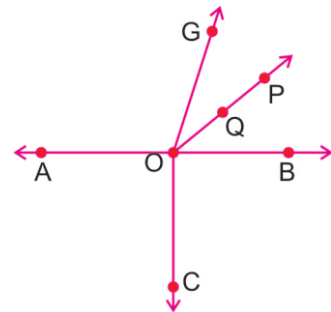
ਆਓ ਕੁੱਝ ਉਦਾਹਰਨਾਂ ਵੇਖੀਏ:-

ਉਦਾਹਰਨ 1: ਦਿੱਤੀ ਹੋਈ ਆਕ੍ਰਿਤੀ ਵਿੱਚੋਂ ਨਾਮ ਦੱਸੋ

- ਕੋਈ ਚਾਰ ਕਿਰਨਾਂ
- ਕੋਈ ਚਾਰ ਰੇਖਾਖੰਡ
- ਸਮਰੇਖੀ ਬਿੰਦੂਆਂ ਦਾ ਸਮੂਹ

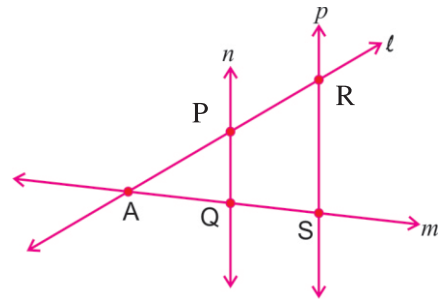
ਹੱਲ:

- \overrightarrow{OQ} , \overrightarrow{OP} , \overrightarrow{OG} , \overrightarrow{OA} , \overrightarrow{OB} , \overrightarrow{OC} , \overrightarrow{QP} ਕਿਰਨਾਂ ਹਨ।
- \overline{OQ} , \overline{QP} , \overline{OP} , \overline{OG} , \overline{OA} , \overline{OB} , \overline{OC} , \overline{AB} ਰੇਖਾਖੰਡ ਹਨ।
- A, O, B ਸਮਰੇਖੀ ਬਿੰਦੂ ਹਨ ਜਾਂ O, Q, P ਸਮਰੇਖੀ ਬਿੰਦੂ ਹਨ।



ਉਦਾਹਰਨ 2: ਦਿੱਤੀ ਹੋਈ ਆਕ੍ਰਿਤੀ ਵਿੱਚ, ਨਾਮ ਦੱਸੋ:

- (i) ਸਮਾਂਤਰ ਰੇਖਾਵਾਂ ਦਾ ਜੋੜਾ।
- (ii) ਕਾਟਵੀਆਂ ਰੇਖਾਵਾਂ ਦੇ ਜੋੜੇ।
- (iii) ਰੇਖਾਵਾਂ ਜਿੰਨ੍ਹਾਂ ਦਾ ਕਾਟ ਬਿੰਦੂ Q ਹੈ।
- (iv) ਰੇਖਾਵਾਂ ਜਿੰਨ੍ਹਾਂ ਦਾ ਕਾਟ ਬਿੰਦੂ A ਹੈ।
- (v) ਸਮਰੇਖੀ ਬਿੰਦੂ



ਹੱਲ:

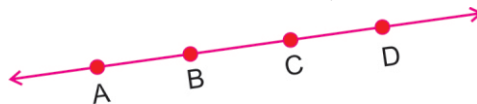
- (i) ਸਮਾਂਤਰ ਰੇਖਾਵਾਂ ਦਾ ਜੋੜਾ : n ਅਤੇ p
- (ii) ਕਾਟਵੀਆਂ ਰੇਖਾਵਾਂ ਦੇ ਜੋੜੇ : ℓ ਅਤੇ m , n ਅਤੇ ℓ , p ਅਤੇ ℓ , n ਅਤੇ m , p ਅਤੇ m .
- (iii) n ਅਤੇ m ਦਾ ਕਾਟ ਬਿੰਦੂ Q ਹੈ।
- (iv) ℓ ਅਤੇ m ਦਾ ਕਾਟ ਬਿੰਦੂ A ਹੈ।
- (v) ਸਮਰੇਖੀ ਬਿੰਦੂਆਂ ਦਾ ਸਮੂਹ : A, P, R ਅਤੇ A, Q, S.

ਅਭਿਆਸ 8.1

1. ਹੇਠ ਲਿਖਿਆਂ ਦੀਆਂ ਉਦਾਹਰਨਾਂ ਦਿਓ:

- (i) ਇੱਕ ਬਿੰਦੂ
- (ii) ਇੱਕ ਰੇਖਾ ਖੰਡ
- (iii) ਸਮਾਂਤਰ ਰੇਖਾਵਾਂ
- (iv) ਕਾਟਵੀਆਂ ਰੇਖਾਵਾਂ
- (v) ਸੰਗਾਮੀ ਰੇਖਾਵਾਂ

2. ਦਿੱਤੀ ਹੋਈ ਰੇਖਾ ਵਿੱਚ ਰੇਖਾਖੰਡਾਂ ਦੇ ਨਾਮ ਦੱਸੋ:



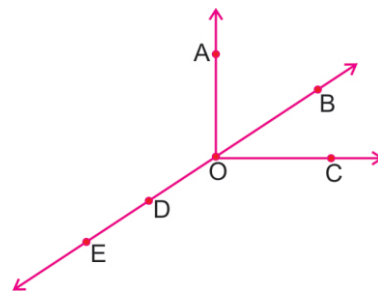
3. ਇੱਕ ਬਿੰਦੂ ਵਿੱਚੋਂ ਕਿੰਨੀਆਂ ਰੇਖਾਵਾਂ ਲੰਘ ਸਕਦੀਆਂ ਹਨ?

4. ਇੱਕ ਰੇਖਾ ਉੱਪਰ ਕਿੰਨੇ ਬਿੰਦੂ ਹੋ ਸਕਦੇ ਹਨ?

5. ਦੋ ਬਿੰਦੂਆਂ ਵਿੱਚੋਂ ਕਿੰਨੀਆਂ ਰੇਖਾਵਾਂ ਲੰਘ ਸਕਦੀਆਂ ਹਨ?

6. ਆਕ੍ਰਿਤੀ ਦਾ ਪ੍ਰਯੋਗ ਕਰਕੇ ਨਾਮ ਦੱਸੋ:

- (i) ਪੰਜ ਬਿੰਦੂ
- (ii) ਇੱਕ ਰੇਖਾ
- (iii) ਚਾਰ ਕਿਰਨਾਂ
- (iv) ਪੰਜ ਰੇਖਾਖੰਡ

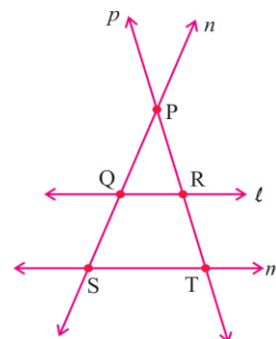


7. ਦਿੱਤੀ ਹੋਈ ਕਿਰਨ ਦੇ ਹਰ ਤਰ੍ਹਾਂ ਦੇ ਸੰਭਵ ਨਾਮ ਦੱਸੋ।



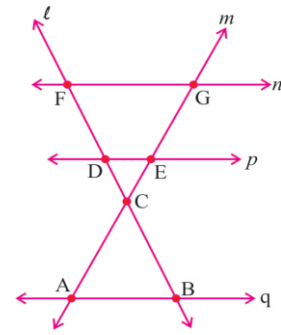
8. ਆਕ੍ਰਿਤੀ ਦਾ ਪ੍ਰਯੋਗ ਕਰਕੇ ਨਾਮ ਦੱਸੋ।

- (i) ਸਮਾਂਤਰ ਰੇਖਾਵਾਂ ਦਾ ਜੋੜਾ।
- (ii) ਕਾਟਵੀਆਂ ਰੇਖਾਵਾਂ ਦੇ ਸਾਰੇ ਜੋੜੇ।
- (iii) ਉਹ ਰੇਖਾਵਾਂ ਜਿਹਨਾਂ ਦਾ ਕਾਟ ਬਿੰਦੂ S ਹੈ।
- (iv) ਸਮਰੇਖੀ ਬਿੰਦੂ



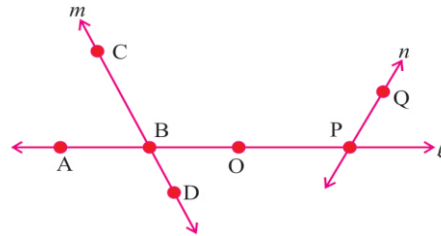
9. ਆਕ੍ਰਿਤੀ ਦਾ ਪ੍ਰਯੋਗ ਕਰਕੇ ਨਾਮ ਦੱਸੋ:

- ਸਮਾਂਤਰ ਰੇਖਾਵਾਂ ਦੇ ਸਾਰੇ ਜੋੜੇ।
- ਕਾਟਵੀਆਂ ਰੇਖਾਵਾਂ ਦੇ ਸਾਰੇ ਜੋੜੇ।
- ਉਹ ਰੇਖਾਵਾਂ ਜਿਨ੍ਹਾਂ ਦਾ ਕਾਟ ਬਿੰਦੂ D ਹੈ।
- ਰੇਖਾਵਾਂ m ਅਤੇ p ਦਾ ਕਾਟ ਬਿੰਦੂ।
- ਸਮਰੇਖੀ ਬਿੰਦੂਆਂ ਦੇ ਸਾਰੇ ਸਮੂਹ।



10. ਆਕ੍ਰਿਤੀ ਦਾ ਪ੍ਰਯੋਗ ਕਰਕੇ ਨਾਮ ਦੱਸੋ।

- ਰੇਖਾ ਜਿਸ ਉਪਰ ਬਿੰਦੂ P ਹੈ।
- ਰੇਖਾਵਾਂ ਜਿਨ੍ਹਾਂ ਦਾ ਕਾਟ ਬਿੰਦੂ B ਹੈ।
- ਰੇਖਾਵਾਂ m ਅਤੇ l ਦਾ ਕਾਟ ਬਿੰਦੂ।
- ਕਾਟਵੀਆਂ ਰੇਖਾਵਾਂ ਦੇ ਸਾਰੇ ਜੋੜੇ।



11. ਦੱਸੋ ਕਿ ਹੇਠ ਦਿਤੇ ਕਥਨਾਂ ਵਿਚੋਂ ਕਿਹੜਾ ਸਹੀ (T) ਜਾਂ ਗਲਤ (F) ਹੈ:

- ਇੱਕ ਸਮਤਲ ਵਿੱਚ ਦੋ ਰੇਖਾਵਾਂ, ਹਮੇਸ਼ਾਂ ਇੱਕ ਬਿੰਦੂ 'ਤੇ ਕੱਟਦੀਆਂ ਹਨ।
- ਜੇਕਰ ਚਾਰ ਰੇਖਾਵਾਂ ਇੱਕ ਬਿੰਦੂ ਤੇ ਕੱਟਦੀਆਂ ਹਨ, ਉਹ ਸੰਗਾਮੀ ਰੇਖਾਵਾਂ ਅਖਵਾਉਂਦੀਆਂ ਹਨ।
- ਬਿੰਦੂ ਦਾ ਅਕਾਰ ਹੁੰਦਾ ਹੈ, ਕਿਉਂਕਿ ਅਸੀਂ ਕਾਗਜ਼ ਉੱਪਰ ਇਸਨੂੰ ਇੱਕ ਬਰੀਕ ਚਿੰਨ੍ਹ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਵੇਖ ਸਕਦੇ ਹਾਂ।
- ਇੱਕ ਦਿੱਤੇ ਹੋਏ ਬਿੰਦੂ ਵਿੱਚੋਂ, ਕੇਵਲ ਇੱਕ ਹੀ ਰੇਖਾ ਖਿੱਚੀ ਜਾ ਸਕਦੀ ਹੈ।
- ਆਇਤ ਸਮਤਲ ਦਾ ਇੱਕ ਭਾਗ ਹੈ।

8.8 ਵਕਰ (Curves)

ਦਿੱਤੀਆਂ ਆਕ੍ਰਿਤੀਆਂ ਨੂੰ ਵੇਖੋ



(i)



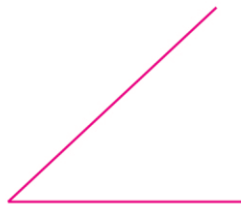
(ii)



(iii)



(iv)



(v)



(vi)

ਤੁਸੀਂ ਰੇਤ, ਕੰਧਾਂ ਜਾਂ ਸ਼ੀਸ਼ੇ ਉੱਪਰ ਅਜਿਹੀਆਂ ਬਹੁਤ ਸਾਰੀਆਂ ਆਕ੍ਰਿਤੀਆਂ ਬਣਾਈਆਂ ਹੋਣਗੀਆਂ। ਇਹ ਸਾਰੇ ਚਿੱਤਰ ਵਕਰ ਹਨ।

ਇੱਕ ਪੈਂਨਸਿਲ ਅਤੇ ਇੱਕ ਕਾਗਜ਼ ਲਵੋ। ਪੈਂਨਸਿਲ ਦਾ ਤਿੱਖਾ ਹਿੱਸਾ ਕਾਗਜ਼ ਉੱਪਰ ਰੱਖੋ, ਪੈਂਨਸਿਲ ਨੂੰ, ਚੁੱਕੇ ਬਗੈਰ, ਇੱਕ ਬਿੰਦੂ ਤੋਂ ਦੂਸਰੇ ਬਿੰਦੂ ਤੱਕ ਬਿਨਾਂ ਕਿਸੇ ਮਕਸਦ ਤੋਂ ਚਲਾਓ। ਨਤੀਜੇ ਵਜੋਂ ਪ੍ਰਾਪਤ ਤਸਵੀਰਾਂ ਵਕਰ ਅਖਵਾਉਂਦੀਆਂ ਹਨ।

ਆਮਤੌਰ 'ਤੇ ਵਕਰ ਤੋਂ ਭਾਵ ਹੈ ਸਿੱਧਾ ਨਹੀਂ, ਪਰ ਗਣਿਤ ਵਿੱਚ ਵਕਰ ਇੱਕ ਸਿੱਧੀ ਰੇਖਾ (v), (vi) ਵੀ ਹੋ ਸਕਦਾ ਹੈ।

ਸਰਲ ਵਕਰ : ਜੇ ਕੋਈ ਵਕਰ ਆਪਣੇ ਆਪ ਨੂੰ ਪਾਰ ਨਹੀਂ ਕਰਦੀ, ਤਾਂ ਇਹ ਸਰਲ ਵਕਰ ਅਖਵਾਉਂਦੀ ਹੈ। ਆਕ੍ਰਿਤੀ (i), (ii), (iii), (v), (vi). ਸਰਲ ਵਕਰ ਹੈ।

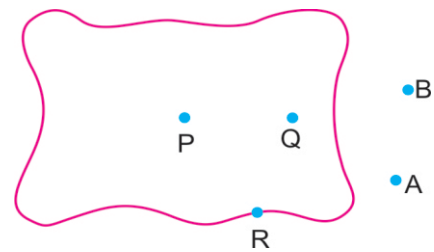
ਖੁੱਲ੍ਹਾ ਵਕਰ : ਇੱਕ ਵਕਰ ਜਿਸਦੇ ਆਰੰਭਿਕ ਅਤੇ ਅੰਤਿਮ ਬਿੰਦੂ ਭਿੰਨ ਹੋਣ, ਖੁੱਲ੍ਹੀ ਵਕਰ ਅਖਵਾਉਂਦੀ ਹੈ।

ਆਕ੍ਰਿਤੀ (i), (ii), (iii), (v), (vi).

ਬੰਦ ਵਕਰ : ਇੱਕ ਵਕਰ ਜਿਸਦਾ ਆਰੰਭਿਕ ਅਤੇ ਅਖੀਰੀ ਬਿੰਦੂ ਇੱਕ ਹੀ ਬਿੰਦੂ ਹੋਵੇ, ਬੰਦ ਵਕਰ ਅਖਵਾਉਂਦੀ ਹੈ। ਆਕ੍ਰਿਤੀ (iv) ਇੱਕ ਬੰਦ ਵਕਰ ਹੈ।

ਵਕਰ ਦੇ ਤਿੰਨ ਭਾਗ ਹਨ:

- ਅੰਦਰੂਨੀ :** ਵਕਰ ਦਾ ਉਹ ਭਾਗ, ਜੋ ਉਨ੍ਹਾਂ ਬਿੰਦੂਆਂ ਨਾਲ ਬਣਿਆ ਹੁੰਦਾ ਹੈ, ਜਿਨ੍ਹਾਂ ਨੂੰ ਵਕਰ ਨੇ ਘੇਰਿਆ ਹੁੰਦਾ ਹੈ, ਵਕਰ ਦਾ ਅੰਦਰੂਨੀ (ਭਾਗ) ਕਹਾਉਂਦਾ ਹੈ। P, Q ਵਕਰ ਦੇ ਅੰਦਰੂਨੀ ਭਾਗ ਵਿੱਚ ਹਨ।
- ਵਕਰ ਦੀ ਸੀਮਾ ਉੱਪਰ :** ਵਕਰ ਦਾ ਭਾਗ, ਜੋ ਉਨ੍ਹਾਂ ਬਿੰਦੂਆਂ ਨਾਲ ਬਣਿਆ ਹੁੰਦਾ ਹੈ, ਜੋ ਵਕਰ ਦੇ ਉੱਪਰ ਹੋਣ, ਵਕਰ ਦੀ ਸੀਮਾ ਅਖਵਾਉਂਦੀ ਹੈ। ਆਕ੍ਰਿਤੀ ਵਿੱਚ ਬਿੰਦੂ R ਵਕਰ ਦੀ ਸੀਮਾ ਉੱਪਰ ਹੈ।
- ਵਕਰ ਦਾ ਬਾਹਰੀ ਭਾਗ :** ਵਕਰ ਦਾ ਭਾਗ ਜੋ ਉਨ੍ਹਾਂ ਬਿੰਦੂਆਂ ਨਾਲ ਬਣਿਆ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਜਿਹਨਾਂ ਨੂੰ ਵਕਰ ਨੇ ਨਹੀਂ ਘੇਰਿਆ ਹੁੰਦਾ, ਵਕਰ ਦਾ ਬਾਹਰੀ ਭਾਗ ਕਹਾਉਂਦਾ ਹੈ। ਆਕ੍ਰਿਤੀ ਵਿੱਚ, A ਅਤੇ B ਬਿੰਦੂ ਵਕਰ ਦੇ ਬਾਹਰੀ ਭਾਗ ਵਿੱਚ ਹਨ।



ਉਦਾਹਰਨ ਵਜੋਂ : ਤੁਹਾਡੇ ਸਕੂਲ ਦੀ ਇੱਕ ਸੀਮਾ ਚਾਰਦੀਵਾਰੀ ਹੈ। ਤੁਹਾਡੀਆਂ ਜਮਾਤਾਂ ਦੇ ਕਮਰੇ ਸੀਮਾ (ਚਾਰਦੀਵਾਰੀ) ਦੇ ਅੰਦਰ ਹਨ ਅਤੇ ਤੁਹਾਡੇ ਸਕੂਲ ਦਾ ਗੇਟ ਸੀਮਾ (ਚਾਰਦੀਵਾਰੀ) ਉੱਪਰ ਹੈ। ਤੁਹਾਡੇ ਸਕੂਲ ਦੀ ਸੀਮਾ ਤੋਂ ਬਾਹਰ ਸੜਕ ਹੈ।



- ਇੱਕ ਵਕਰ ਸਮਤਲ ਨੂੰ ਤਿੰਨ ਅਲੱਗ-ਅਲੱਗ ਭਾਗ ਵਿੱਚ ਵੰਡਦਾ ਹੈ।

8.10 ਬਹੁਭੁਜ (Polygon)

ਕੀ ਤੁਸੀਂ ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੀਆਂ ਬੰਦ ਆਕ੍ਰਿਤੀਆਂ ਵਿੱਚ ਅੰਤਰ ਪਹਿਚਾਣ ਸਕਦੇ ਹੋ।



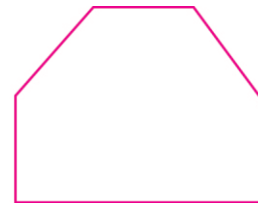
(i)



(ii)



(iii)



(iv)

ਆਕ੍ਰਿਤੀ (i) ਅਤੇ (iv) ਰੇਖਾਖੰਡਾਂ ਤੋਂ ਬਣੀਆਂ ਹਨ ਜਦਕਿ (ii) ਅਤੇ (iii) ਰੇਖਾਖੰਡਾਂ ਤੋਂ ਨਹੀਂ ਬਣੀਆਂ ਹਨ।

ਆਕ੍ਰਿਤੀਆਂ ਜੋ ਕਿ ਪੂਰੀ ਤਰ੍ਹਾਂ ਨਾਲ ਰੇਖਾਖੰਡਾਂ ਤੋਂ ਬਣੀਆਂ ਹਨ, ਬਹੁਭੁਜ ਵਜੋਂ ਜਾਣੀਆਂ ਜਾਂਦੀਆਂ ਹਨ। ਇਸ ਪ੍ਰਕਾਰ (i) ਅਤੇ (iv) ਬਹੁਭੁਜ ਹਨ।

ਬਹੁਭੁਜ ਤੇ ਭਾਵ ਹੈ, ਬਹੁ ਅਤੇ ਭੁਜ। ਬਹੁ ਤੋਂ ਭਾਵ ਹੈ ਬਹੁਤ ਅਤੇ ਭੁਜ ਤੋਂ ਭਾਵ ਹੈ ਭੁਜਾਵਾਂ। ਇਸ ਲਈ ਬਹੁਭੁਜ ਤੋਂ ਭਾਵ ਹੈ, ਬਹੁਤ ਸਾਰੀਆਂ ਭੁਜਾਵਾਂ ਹਨ।

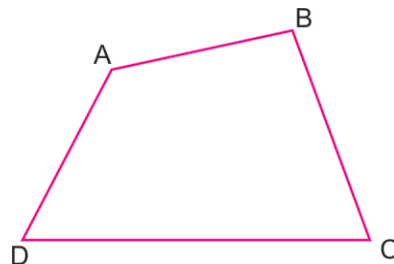
“ਇੱਕ ਬਹੁਭੁਜ ਇੱਕ ਸਰਲ ਬੰਦ ਆਕ੍ਰਿਤੀ ਹੈ, ਜਿਸ ਵਿੱਚ ਤਿੰਨ ਜਾਂ ਵੱਧ ਰੇਖਾਖੰਡ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਹੁੰਦੇ ਹਨ ਕਿ

- ਕੋਈ ਦੋ ਰੇਖਾਖੰਡ ਆਪਣੇ ਅੰਤਿਮ ਕਾਟ ਬਿੰਦੂਆਂ ਤੋਂ ਇਲਾਵਾ ਨਹੀਂ ਕੱਟਦੇ
- ਇੱਕ ਸਾਂਝੇ ਅੰਤ ਬਿੰਦੂ ਵਾਲੇ ਕੋਈ ਦੋ ਰੇਖਾਖੰਡ ਸੰਪਾਤੀ ਨਹੀਂ ਹੁੰਦੇ।”

ਬਹੁਭੁਜ ਨੂੰ ਬਣਾਉਣ ਵਾਲੇ ਰੇਖਾਖੰਡ ਇਸਦੀਆਂ ਭੁਜਾਵਾਂ ਅਖਵਾਉਂਦੇ ਹਨ ਅਤੇ ਇਹਨਾਂ ਭੁਜਾਵਾਂ ਦੇ ਅੰਤ ਬਿੰਦੂ ਸਿਖਰ ਅਖਵਾਉਂਦੇ ਹਨ।

ਭੁਜਾਵਾਂ : ਉਹ ਰੇਖਾਖੰਡ ਜੋ ਬਹੁਭੁਜ ਨੂੰ ਬਣਾਉਂਦੇ ਹਨ, ਇਸਦੀਆਂ ਭੁਜਾਵਾਂ ਅਖਵਾਉਂਦੇ ਹਨ। AB, BC, CD, DA ਬਹੁਭੁਜ ABCD ਦੀਆਂ ਭੁਜਾਵਾਂ ਹਨ।

ਸਿਖਰ : ਇੱਕ ਬਹੁਭੁਜ ਦੀਆਂ ਭੁਜਾਵਾਂ ਦੇ ਜੋੜੇ ਦੇ ਮਿਲਣ ਵਾਲੇ ਬਿੰਦੂ ਸਿਖਰ ਅਖਵਾਉਂਦੇ ਹਨ। ਬਹੁਭੁਜ ABCD ਵਿੱਚ ਭੁਜਾਵਾਂ AB ਅਤੇ BC, B ਉੱਤੇ ਕੱਟਦੀਆਂ ਹਨ, BC ਅਤੇ CD, C ਉੱਤੇ ਕੱਟਦੀਆਂ ਹਨ ਅਤੇ ਬਾਕੀ ਵੀ ਇਸੇ ਤਰ੍ਹਾਂ ਕੱਟਦੀਆਂ ਹਨ। ਇਸਲਈ A, B, C ਅਤੇ D ਬਹੁਭੁਜ ABCD ਦੇ ਸਿਖਰ ਹਨ।

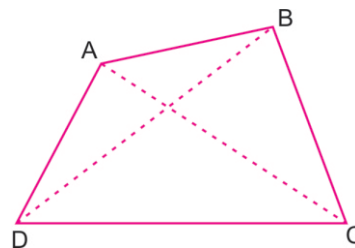


ਲਾਗਵੀਆਂ ਭੁਜਾਵਾਂ: ਕੋਈ ਦੋ ਭੁਜਾਵਾਂ ਜਿਨ੍ਹਾਂ ਦਾ ਇੱਕ ਸਾਂਝਾ ਬਿੰਦੂ (ਸਿਖਰ) ਹੁੰਦਾ ਹੈ, ਬਹੁਭੁਜ ਦੀਆਂ ਲਾਗਵੀਆਂ ਭੁਜਾਵਾਂ ਅਖਵਾਉਂਦੀਆਂ ਹਨ। AB ਅਤੇ BC ਦਾ ਸਾਂਝਾ ਸਿਖਰ B ਹੈ। ਇਸ ਲਈ AB ਅਤੇ BC ਲਾਗਵੀਆਂ ਭੁਜਾਵਾਂ ਹਨ।

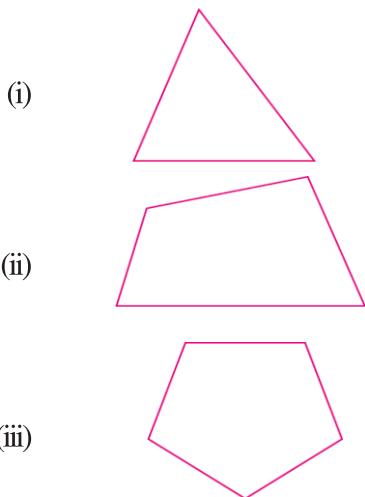
ਇਸ ਪ੍ਰਕਾਰ AB ਅਤੇ AD : AD ਅਤੇ DC, CD ਅਤੇ CB: ਲਾਗਵੀਆਂ ਭੁਜਾਵਾਂ ਦੇ ਜੋੜੇ ਹਨ।

ਲਾਗਵੇਂ ਸਿਖਰ: ਬਹੁਭੁਜ ਦੀ ਕਿਸੇ ਭੁਜਾ ਦੇ ਅੰਤਿਮ ਬਿੰਦੂ ਲਾਗਵੇਂ ਸਿਖਰ ਅਖਵਾਉਂਦੇ ਹਨ। AB ਭੁਜਾ ਦੇ ਅੰਤ ਬਿੰਦੂ A ਅਤੇ B ਹਨ। ਇਸ ਲਈ A ਅਤੇ B ਲਾਗਵੇਂ ਸਿਖਰ ਹਨ। ਇਸ ਪ੍ਰਕਾਰ A, D ; D, C ; C, B ਲਾਗਵੇਂ ਸਿਖਰਾਂ ਦੇ ਜੋੜੇ ਹਨ।

ਵਿਕਰਨ : ਗੈਰ ਲਾਗਵੇਂ ਸਿਖਰਾਂ ਨੂੰ ਮਿਲਾਉਣ ਵਾਲੇ ਰੇਖਾਖੰਡ, ਵਿਕਰਨ ਅਖਵਾਉਂਦੇ ਹਨ। AC ਅਤੇ DB ਬਹੁਭੁਜ ABCD ਦੇ ਵਿਕਰਨ ਹਨ।



• ਬਹੁਭੁਜਾਂ ਨੂੰ ਉਨ੍ਹਾਂ ਦੇ ਰੇਖਾਖੰਡਾਂ ਦੇ ਅਧਾਰ ਤੇ ਵੱਖ-ਵੱਖ ਸ਼੍ਰੇਣੀਆਂ ਵਿੱਚ ਵੰਡਿਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ:

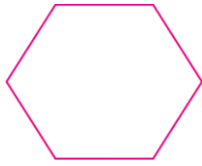


ਇੱਕ ਤਿੰਨ ਭੁਜਾਵਾਂ ਵਾਲਾ ਬਹੁਭੁਜ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਅਖਵਾਉਂਦਾ ਹੈ।

ਇੱਕ ਚਾਰ ਭੁਜਾਵਾਂ ਵਾਲਾ ਬਹੁਭੁਜ ਚਤੁਰਭੁਜ ਅਖਵਾਉਂਦਾ ਹੈ।

ਇੱਕ ਪੰਜ ਭੁਜਾਵਾਂ ਵਾਲਾ ਬਹੁਭੁਜ ਪੰਜਭੁਜ ਅਖਵਾਉਂਦਾ ਹੈ।

(iv)



ਇੱਕ ਛੇ ਭੁਜਾਵਾਂ ਵਾਲਾ ਬਹੁਭੁਜ ਛੇ ਭੁਜ ਅਖਵਾਉਂਦਾ ਹੈ।

ਇਸੇ ਤਰ੍ਹਾਂ ਸੱਤ, ਅੱਠ, ਨੌਂ ਅਤੇ ਦਸ ਭੁਜਾਵਾਂ ਵਾਲੇ ਬਹੁਭੁਜ ਕ੍ਰਮਵਾਰ ਸੱਤਭੁਜ, ਅੱਠਭੁਜ, ਨੌਂਭੁਜ ਅਤੇ ਦਸਭੁਜ ਅਖਵਾਉਂਦੇ ਹਨ।

ਸਮਬਹੁਭੁਜ : ਜੇ ਇੱਕ ਬਹੁਭੁਜ ਦੀਆਂ ਸਾਰੀਆਂ ਭੁਜਾਵਾਂ ਬਰਾਬਰ ਹੋਣ ਅਤੇ ਸਾਰੇ ਕੋਣ ਬਰਾਬਰ ਹੋਣ, ਤਾਂ ਇਹ ਇੱਕ ਸਮ ਬਹੁਭੁਜ ਅਖਵਾਉਂਦਾ ਹੈ।

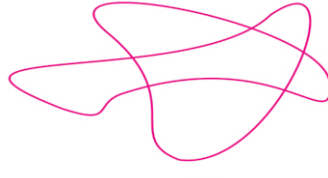
ਅਭਿਆਸ

8.2

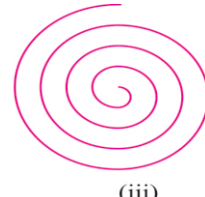
1. (a) ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੇ ਵਕਰਾਂ ਵਿੱਚੋਂ ਕਿਹੜੇ ਸਰਲ ਵਕਰ ਹਨ?
- (b) ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੇ ਵਕਰਾਂ ਦਾ ਖੁੱਲ੍ਹੇ ਜਾਂ ਬੰਦ ਵਕਰ ਵਿੱਚ ਵਰਗੀਕਰਨ ਕਰੋ।



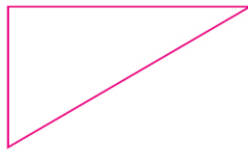
(i)



(ii)



(iii)



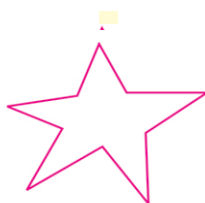
(iv)



(v)



(vi)

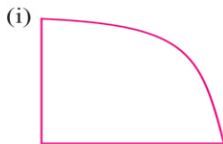


(vii)

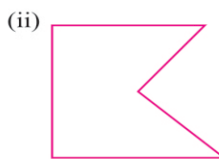


(viii)

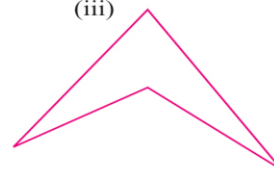
2. ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੇ ਚਿੱਤਰਾਂ ਵਿੱਚੋਂ ਬਹੁਭੁਜਾਂ ਨੂੰ ਪਹਿਚਾਣੋ:



(i)



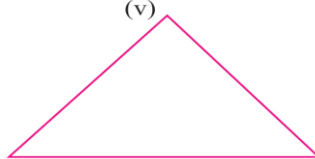
(ii)



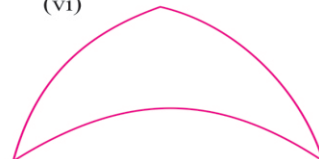
(iii)



(iv)



(v)



(vi)

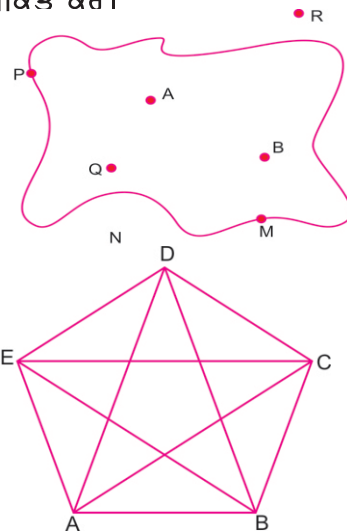
3. ਕੋਈ ਬਹੁਭੁਜ ਬਣਾਓ ਅਤੇ ਇਸਦੇ ਅੰਦਰੂਨੀ ਭਾਗ ਨੂੰ ਛਾਇਆ ਅੰਕਿਤ ਕਰੋ।

4. ਚਿੱਤਰ ਵਿੱਚ ਉਹਨਾਂ ਬਿੰਦੂਆਂ ਦੇ ਨਾਮ ਲਿਖੋ ਜੋ ਕਿ:

- ਬੰਦ ਅਕ੍ਰਿਤੀ ਦੇ ਅੰਦਰ ਹੋਣ।
- ਬੰਦ ਅਕ੍ਰਿਤੀ ਦੇ ਬਾਹਰ ਹੋਣ।
- ਬੰਦ ਅਕ੍ਰਿਤੀ ਦੀ ਸੀਮਾ 'ਤੇ ਹੋਣ।

5. ਆਕ੍ਰਿਤੀ ਵਿੱਚ, ਨਾਮ ਦੱਸੋ:-

- ਸਿਖਰ ਬਿੰਦੂ
- ਭੁਜਾਵਾਂ
- ਵਿਕਰਨ
- AB ਦੀਆਂ ਲਾਗਵੀਆਂ ਭੁਜਾਵਾਂ
- E ਦੇ ਲਾਗਵੇਂ ਸਿਖਰ



8.11 ਕੋਣ (Angle)

ਸਾਡੇ ਰੋਜ਼ਾਨਾ ਜੀਵਨ ਵਿੱਚ, ਅਸੀਂ ਬਹੁਤ ਸਾਰੇ ਭੌਤਿਕ ਪਦਾਰਥ ਵੇਖਦੇ ਹਾਂ, ਜਿਨ੍ਹਾਂ ਵਿੱਚ ਦੋ ਸਿਰੇ (ਭੁਜਾਵਾਂ) ਇੱਕ ਸਾਂਝੇ ਕਬਜ਼ੇ ਨਾਲ ਜੁੜੇ ਹੁੰਦੇ ਹਨ। ਉਦਾਹਰਨ ਵਜੋਂ ਹੱਥ ਦੀਆਂ ਦੋ ਉਂਗਲਾਂ, ਘੜੀ ਦੀਆਂ ਦੋ ਸੂਈਆਂ, ਕੈਂਚੀ ਦੇ ਦੋ ਤਿੱਖੇ ਭਾਗ ਇਕ ਦੂਜੇ ਵੱਲ ਝੁਕੇ ਹੁੰਦੇ ਹਨ ਅਤੇ ਉਸ ਵਿਚਕਾਰ ਇੱਕ ਖੁੱਲ੍ਹਾ ਭਾਗ (ਕੋਣ) ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

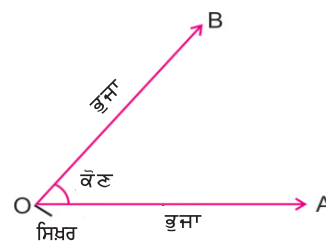


ਅਜਿਹੀਆਂ ਵਸਤੂਆਂ ਸਾਨੂੰ ਰੇਖਾ ਗਣਿਤ ਵਿੱਚ ਕੋਣ ਬਾਰੇ ਜਾਣਕਾਰੀ ਦਿੰਦੀਆਂ ਹਨ।

“ਇੱਕ ਸਾਂਝੇ ਆਰੰਭਿਕ ਬਿੰਦੂ ਵਾਲੀਆਂ ਦੋ ਕਿਰਨਾਂ ਨਾਲ ਬਣਨ ਵਾਲੀ ਆਕ੍ਰਿਤੀ ਕੋਣ ਹੈ।”

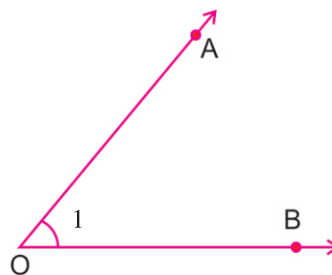
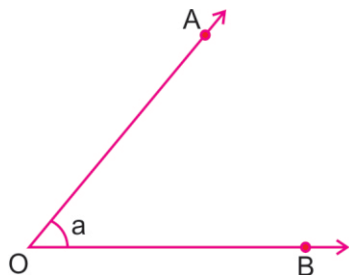
ਸਾਂਝਾ ਆਰੰਭਿਕ ਬਿੰਦੂ ਕੋਣ ਦਾ ਸਿਖਰ ਅਖਵਾਉਂਦਾ ਹੈ ਅਤੇ ਕੋਣ ਨੂੰ ਬਣਾਉਣ ਵਾਲੀਆਂ ਕਿਰਨਾਂ ਇਸਦੀਆਂ ਭੁਜਾਵਾਂ ਅਖਵਾਉਂਦੀਆਂ ਹਨ।

ਆਕ੍ਰਿਤੀ ਵਿੱਚ ਸਾਂਝਾ ਆਰੰਭਿਕ ਬਿੰਦੂ O ਸਿਖਰ ਹੈ ਅਤੇ ਕਿਰਨਾਂ \overrightarrow{OA} ਅਤੇ \overrightarrow{OB} ਕੋਣ ਦੀਆਂ ਭੁਜਾਵਾਂ ਹਨ।



8.11.1 ਕੋਣ ਦਾ ਨਾਮਕਰਨ (Naming an Angle)

ਇੱਕ ਕੋਣ ਨੂੰ ਦਰਸਾਉਣ ਲਈ ‘ \angle ’ ਚਿੰਨ੍ਹ ਵਰਤਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਕੋਣ ਦੇ ਨਾਮਕਰਨ ਲਈ ਕਈ ਢੰਗ ਹਨ।



- (i) ਸਿਖਰ ਨੂੰ ਮੱਧ ਵਿੱਚ ਲਿਖਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਅਤੇ ਕੋਣ ਦੀਆਂ ਭੁਜਾਵਾਂ 'ਤੇ ਕੋਈ ਦੋ ਬਿੰਦੂਆਂ ਨੂੰ ਦੋ ਅਖੀਰੀ ਅੱਖਰਾਂ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਲਿਖਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।

ਇਸ ਪ੍ਰਕਾਰ ਦਿੱਤੇ ਹੋਏ ਕੋਣ ਦਾ ਨਾਂ $\angle AOB$ ਜਾਂ $\angle BOA$ ਹੋ ਸਕਦਾ ਹੈ।

- (ii) ਕੋਣ ਦੇ ਸਿਖਰ ਉੱਤੇ ਦਿੱਤੇ ਹੋਏ ਅੱਖਰ ਨੂੰ ਇਕੱਲਿਆਂ ਹੀ ਕੋਣ ਦਾ ਨਾਂ ਦੇਣ ਲਈ ਲਿਖਿਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ।

ਇਸ ਪ੍ਰਕਾਰ ਦਿੱਤੇ ਹੋਏ ਕੋਣ ਨੂੰ $\angle O$ ਨਾਲ ਵੀ ਲਿਖਿਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ।

- (iii) ਅਸੀਂ ਕੋਣ ਦੀਆਂ ਦੋ ਭੁਜਾਵਾਂ ਨੂੰ ਜੋੜਨ ਵਾਲੇ ਛੋਟੇ ਵਕਰ ਦੇ ਨਜ਼ਦੀਕ ਸੰਖਿਆ 1, 2, 3,..... ਆਦਿ ਜਾਂ ਇੱਕ ਛੋਟੇ ਅੱਖਰ a, b, c..... ਆਦਿ ਲਿਖ (ਦਿਖਾਏ ਅਨੁਸਾਰ) ਸਕਦੇ ਹਾਂ ਅਤੇ ਉਸ ਸੰਖਿਆ ਜਾਂ ਅੱਖਰ ਦਾ ਪ੍ਰਯੋਗ ਕਰਕੇ ਕੋਣ ਨੂੰ ਨਾਂ ਦੇ ਸਕਦੇ ਹਾਂ।

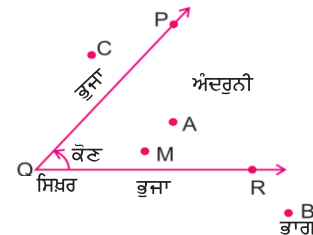
ਇਸ ਪ੍ਰਕਾਰ, ਦਿੱਤੇ ਹੋਏ ਕੋਣ ਨੂੰ $\angle a$ ਜਾਂ $\angle 1$ ਦਾ ਨਾਂ ਵੀ ਦੇ ਸਕਦੇ ਹਾਂ।

- ਕੋਣ ਨੂੰ ਨਾਮ ਦਿੰਦੇ ਸਮੇਂ ਸਿਖਰ ਵਾਲਾ ਅੱਖਰ ਮੱਧ ਵਿੱਚ ਹੋਣਾ ਚਾਹੀਦਾ ਹੈ।

8.11.2 ਕੋਣ ਦਾ ਅੰਦਰੂਨੀ ਅਤੇ ਬਾਹਰੀ (Interior and Exterior of an angle)

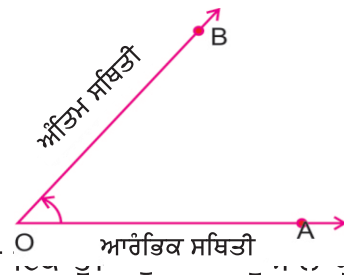
ਇੱਕ ਕੋਣ ਤਲ ਵਿੱਚ ਸਾਰੇ ਬਿੰਦੂਆਂ ਨੂੰ ਤਿੰਨ ਭਾਗਾਂ ਵਿੱਚ ਵੰਡਦਾ ਹੈ।

- (i) ਤਲ ਦਾ ਉਹ ਭਾਗ ਜੋ ਅਨੰਤ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਵਧਾਈਆਂ ਗਈਆਂ ਕੋਣ ਦੀਆਂ ਭੁਜਾਵਾਂ ਦੇ ਅੰਦਰ ਹੁੰਦਾ ਹੈ, ਕੋਣ ਦਾ ਅੰਦਰੂਨੀ ਭਾਗ ਕਹਾਉਂਦਾ ਹੈ। ਦਿੱਤੇ ਚਿੱਤਰ ਵਿੱਚ ਬਿੰਦੂ A ਅਤੇ M $\angle PQR$ ਦੇ ਅੰਦਰੂਨੀ ਭਾਗ ਵਿੱਚ ਹਨ।
- (ii) ਤਲ ਦਾ ਉਹ ਭਾਗ ਜੋ ਅਨੰਤ ਵਿੱਚ ਵਧਾਈਆਂ ਕੋਣ ਦੀ ਭੁਜਾਵਾਂ ਦੇ ਬਾਹਰ ਹੁੰਦਾ ਹੈ, ਕੋਣ ਦਾ ਬਾਹਰੀ ਭਾਗ ਕਹਾਉਂਦਾ ਹੈ। ਦਿੱਤੇ ਚਿੱਤਰ ਵਿੱਚ ਬਿੰਦੂ B ਅਤੇ C, $\angle PQR$ ਦੇ ਬਾਹਰੀ ਭਾਗ ਵਿੱਚ ਹਨ।
- (iii) ਤਲ ਦਾ ਉਹ ਭਾਗ ਜੋ ਕੋਣ ਦੇ ਉੱਤੇ ਉਨ੍ਹਾਂ ਸਾਰੇ ਬਿੰਦੂਆਂ ਨਾਲ ਬਣਿਆ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਕੋਣ ਦੀ ਸੀਮਾ ਕਹਾਉਂਦਾ ਹੈ। ਆਕ੍ਰਿਤੀ ਵਿੱਚ, P, Q, R $\angle PQR$ ਦੀ ਸੀਮਾ ਉੱਤੇ ਹਨ।



8.11.3 ਇੱਕ ਕਿਰਨ ਦੇ ਘੁੰਮਣ ਨਾਲ ਬਣੇ ਕੋਣ (Angles as rotation of a ray)

ਇੱਕ ਕਿਰਨ ਨੂੰ ਘੁੰਮਾਉਣ ਨਾਲ ਵੀ ਇੱਕ ਕੋਣ ਦਰਸਾਇਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ। ਮੰਨ ਲਓ, ਆਰੰਭਿਕ ਬਿੰਦੂ O ਵਾਲੀ ਇੱਕ ਕਿਰਨ \overrightarrow{OA} ਹੈ। ਮੰਨ ਲਓ ਅਸੀਂ ਇਸਨੂੰ ਘੁੰਮਾਉਂਦੇ ਹਾਂ ਅਤੇ ਇਹ ਆਪਣੀ ਅੰਤਿਮ ਸਥਿਤੀ OB ਤੇ ਲੈ ਜਾਂਦੀ ਹੈ। ਅਸੀਂ ਕਹਿੰਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਕਿਰਨ ਨੂੰ ਘੁੰਮਾਉਣ ਨਾਲ $\angle AOB$ ਬਣਿਆ ਹੈ, ਜਿਸਦਾ ਸਿਖਰ O ਹੈ।



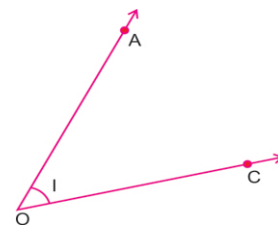
ਕੋਣ ਦਾ ਮਾਪ (magnitude) ਘੁੰਮਣ ਦੀ ਉਹ ਮਾਤਰਾ ਹੈ, ਜਿਸ ਨਾਲ \overrightarrow{OA} ਨੂੰ \overrightarrow{OB} ਤੱਕ ਘੁੰਮਾਉਣਾ ਚਾਹੀਦਾ ਹੈ ਤਾਂ ਕਿ ਦੂਸਰੀ ਭੁਜਾ ਦੀ ਸਥਿਤੀ ਹਾਸਿਲ ਕੀਤੀ ਜਾ ਸਕੇ।

ਆਓ, ਕੁੱਝ ਉਦਾਹਰਨਾਂ ਵੇਖੀਏ:-

ਉਦਾਹਰਨ 3: ਦਿੱਤੇ ਕੋਣ ਨੂੰ ਸਾਰੇ ਤਰੀਕਿਆਂ ਨਾਲ ਨਾਮ ਦਿਓ:

ਹੱਲ: $\angle AOC$ or $\angle COA$ or $\angle O$.

ਜਾਂ $\angle 1$

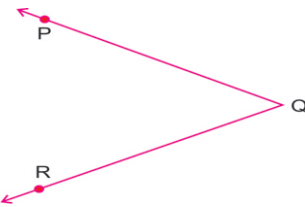


ਉਦਾਹਰਨ 4: ਦਿੱਤੇ ਕੋਣ $\angle PQR$ ਦੇ ਸਿਖਰ ਅਤੇ ਭੁਜਾਵਾਂ ਨੂੰ ਨਾਮ ਦਿਓ।

ਹੱਲ:

ਸਿਖਰ = Q

$\angle PQR$ ਦੀਆਂ ਭੁਜਾਵਾਂ = QP ਅਤੇ QR



ਉਦਾਹਰਨ 5: ਦਿੱਤੀ ਹੋਈ ਆਕ੍ਰਿਤੀ ਦੇ ਸਾਰੇ ਕੋਣਾਂ ਦੇ ਨਾਂ ਦੱਸੋ।

ਹੱਲ:

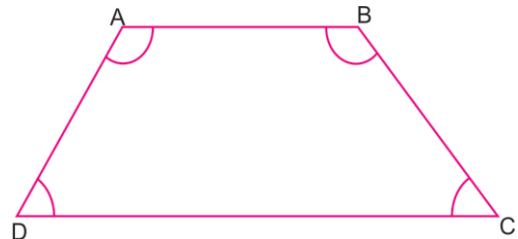
ਦਿੱਤੀ ਹੋਈ ਆਕ੍ਰਿਤੀ ਵਿੱਚ ਚਾਰ ਕੋਣ ਹਨ।

(i) $\angle DAB$ ਜਾਂ $\angle BAD$ (A ਸਿਖਰ ਵਜੋਂ AB ਅਤੇ AD ਭੁਜਾਵਾਂ ਹਨ)

(ii) $\angle ABC$ ਜਾਂ $\angle CBA$ (B ਸਿਖਰ ਵਜੋਂ BC ਅਤੇ BA ਭੁਜਾਵਾਂ ਹਨ)

(iii) $\angle BCD$ ਜਾਂ $\angle DCB$ (C ਸਿਖਰ ਵਜੋਂ CB ਅਤੇ CD ਭੁਜਾਵਾਂ ਹਨ)

(iv) $\angle CDA$ ਜਾਂ $\angle ADC$ (D ਸਿਖਰ ਵਜੋਂ DC ਅਤੇ DA ਭੁਜਾਵਾਂ ਹਨ)



ਉਦਾਹਰਨ 6: ਦਿੱਤੇ ਹੋਏ ਚਿੱਤਰ ਵਿੱਚ ਸਾਰੇ ਕੋਣਾਂ ਦੇ ਨਾਮ ਦਿਓ।

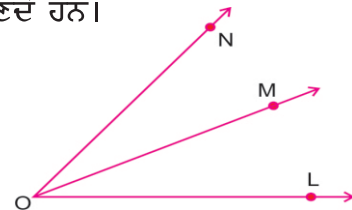
ਹੱਲ:

ਸਪੱਸ਼ਟ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਦਿੱਤੇ ਹੋਏ ਚਿੱਤਰ ਵਿੱਚ ਤਿੰਨ ਕੋਣ ਬਣਦੇ ਹਨ।

(i) $\angle LOM$ ਜਾਂ $\angle MOL$

(ii) $\angle MON$ ਜਾਂ $\angle NOM$

(iii) $\angle NOL$ ਜਾਂ $\angle LON$



ਉਦਾਹਰਨ 7: ਦਿੱਤੇ ਹੋਏ ਚਿੱਤਰ ਵਿੱਚ, ਉਹਨਾਂ ਬਿੰਦੂਆਂ ਦੇ ਨਾਮ ਦੱਸੋ ਜੋ:

(i) $\angle XYZ$ ਦੇ ਅੰਦਰੂਨੀ ਭਾਗ ਵਿੱਚ ਹਨ।

(ii) $\angle XYZ$ ਦੇ ਬਾਹਰੀ ਭਾਗ ਵਿੱਚ ਹਨ।

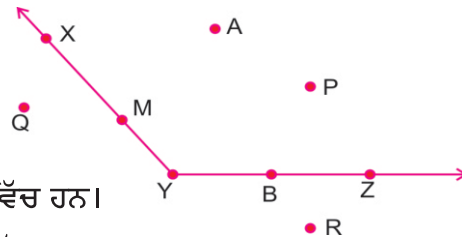
(iii) $\angle XYZ$ ਉੱਤੇ ਹਨ।

ਹੱਲ:

(i) ਬਿੰਦੂ A ਅਤੇ P, $\angle XYZ$ ਦੇ ਅੰਦਰੂਨੀ ਭਾਗ ਵਿੱਚ ਹਨ।

(ii) ਬਿੰਦੂ Q ਅਤੇ R, $\angle XYZ$ ਦੇ ਬਾਹਰੀ ਭਾਗ ਵਿੱਚ ਹਨ।

(iii) ਬਿੰਦੂ X, M, Y, B ਅਤੇ Z, $\angle XYZ$ ਉੱਤੇ ਹਨ।



ਉਦਾਹਰਨ 8: ਦਿੱਤੇ ਗਏ ਚਿੱਤਰ ਵਿੱਚ, ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੇ ਕੋਣਾਂ ਦੇ ਦੂਸਰੇ ਨਾਂ ਲਿਖੋ:

(i) $\angle 1$ (ii) $\angle 2$ (iii) $\angle 3$ (iv) $\angle a$ (v) $\angle b$

ਹੱਲ:

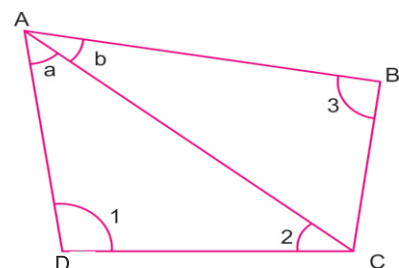
(i) $\angle 1 = \angle ADC$ ਜਾਂ $\angle CDA$

(ii) $\angle 2 = \angle ACD$ ਜਾਂ $\angle DCA$

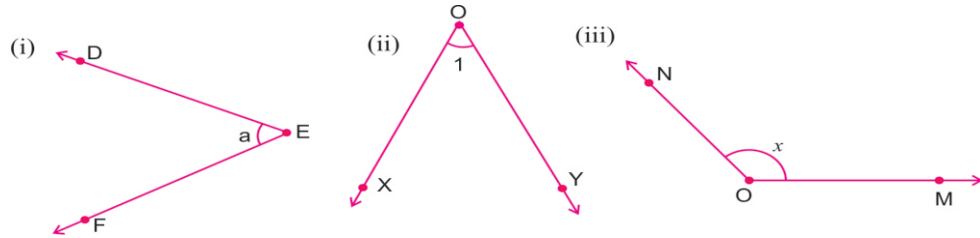
(iii) $\angle 3 = \angle CBA$ ਜਾਂ $\angle ABC$

(iv) $\angle a = \angle DAC$ ਜਾਂ $\angle CAD$

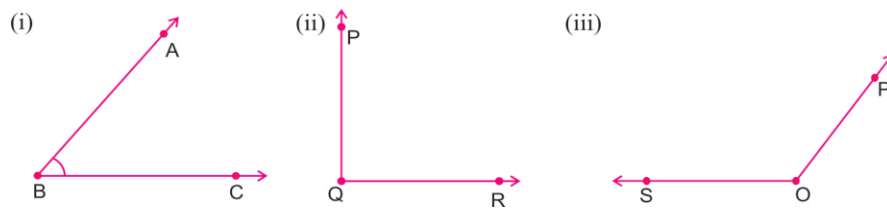
(v) $\angle b = \angle BAC$ ਜਾਂ $\angle CAB$



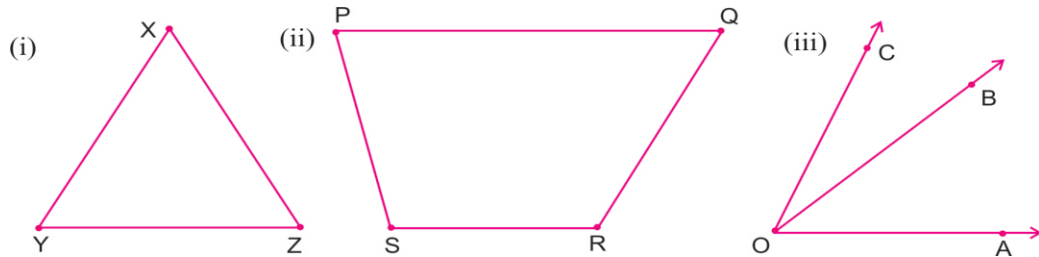
1. ਦਿੱਤੇ ਕੋਣਾਂ ਨੂੰ ਸਾਰੇ ਤਰੀਕਿਆਂ ਨਾਲ ਨਾਮ ਦਿਓ।



2. ਦਿੱਤੇ ਕੋਣਾਂ ਦੇ ਸਿਖਰ ਅਤੇ ਭੁਜਾਵਾਂ ਦੇ ਨਾਮ ਦਿਓ।

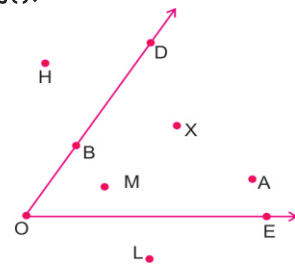


3. ਦਿੱਤੀ ਹੋਈ ਆਕ੍ਰਿਤੀ ਦੇ ਸਾਰੇ ਕੋਣਾਂ ਦੇ ਨਾਮ ਦੱਸੋ।



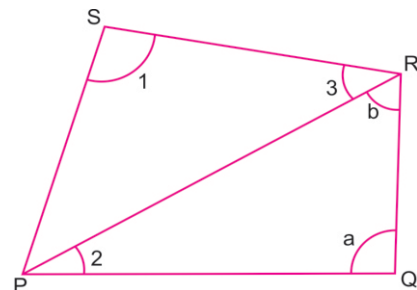
4. ਦਿੱਤੀ ਹੋਈ ਆਕ੍ਰਿਤੀ ਵਿੱਚ, ਉਹਨਾਂ ਬਿੰਦੂਆਂ ਦੇ ਨਾਮ ਦੱਸੋ ਜੋ ਸਥਿਤ ਹਨ:

- $\angle DOE$ ਦੇ ਅੰਦਰੂਨੀ ਭਾਗ ਵਿੱਚ ਹੋਣ।
- $\angle DOE$ ਦੇ ਬਾਹਰੀ ਭਾਗ ਵਿੱਚ ਹੋਣ।
- $\angle DOE$ ਦੇ ਉੱਤੇ ਹੋਣ।



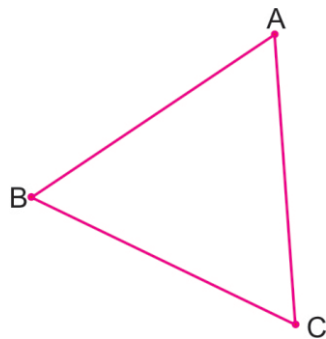
5. ਦਿੱਤੀ ਹੋਈ ਆਕ੍ਰਿਤੀ ਵਿੱਚ, ਦਿੱਤੇ ਹੋਏ ਕੋਣਾਂ ਦਾ ਦੂਸਰਾ ਨਾਮ ਲਿਖੋ।

- $\angle 1$
- $\angle 2$
- $\angle 3$
- $\angle a$
- $\angle b$



8.12 ਤ੍ਰਿਭੁਜਾਂ (Triangles)

ਕੋਈ ਤਿੰਨ ਅਸਮਰੇਖੀ ਬਿੰਦੂ A, B ਅਤੇ C ਲਵੋ। ਉਸ ਨੂੰ AB, BC ਅਤੇ AC ਵਜੋਂ ਜੋੜੋ। ਤਿੰਨ ਅਸਮਰੇਖੀ ਬਿੰਦੂਆਂ ਨੂੰ ਰੇਖਾਖੰਡਾਂ ਨੂੰ ਮਿਲਾ ਕੇ ਬਣੀ ਆਕ੍ਰਿਤੀ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਅਖਵਾਉਂਦੀ ਹੈ। ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਇੱਕ ਬੰਦ ਆਕ੍ਰਿਤੀ ਹੈ, ਜੋ ਤਿੰਨ ਰੇਖਾਖੰਡਾਂ ਤੋਂ ਬਣੀ ਹੁੰਦੀ ਹੈ।



Δ ਦਾ ਚਿੰਨ੍ਹ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਨੂੰ ਦਰਸਾਉਣ ਲਈ ਵਰਤਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਇਸ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਨੂੰ ΔABC , ΔACB , ΔBCA , ΔBAC , ΔCBA ਅਤੇ ΔCAB ਵਜੋਂ ਵੀ ਲਿਖਿਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ।

- ਤਿੰਨ ਬਿੰਦੂ A, B ਅਤੇ C ਇਸਦੇ ਸਿਖਰ ਅਖਵਾਉਂਦੇ ਹਨ।
- ਰੇਖਾਖੰਡ AB, BC ਅਤੇ AC ਇਸਦੀਆਂ ਤਿੰਨ ਭੁਜਾਵਾਂ ਅਖਵਾਉਂਦੀਆਂ ਹਨ।
- ਤਿੰਨ ਕੋਣ $\angle ABC$ ਜਾਂ $\angle B$, $\angle BCA$ ਜਾਂ $\angle C$, $\angle BAC$ ਜਾਂ $\angle A$ ਇਸ ਦੇ ਅੰਦਰੂਨੀ ਕੋਣ ਜਾਂ ਕੇਵਲ ਕੋਣ ਅਖਵਾਉਂਦੇ ਹਨ।

ਇੱਕ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੀਆਂ ਤਿੰਨ ਭੁਜਾਵਾਂ ਅਤੇ ਤਿੰਨ ਕੋਣ ਜਦੋਂ ਇਕੱਠੇ ਕਰ ਲਏ ਜਾਂਦੇ ਹਨ ਤਾਂ ਇਹ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੇ ਛੇ ਭਾਗ ਜਾਂ ਝੱਤ ਅਖਵਾਉਂਦੇ ਹਨ।

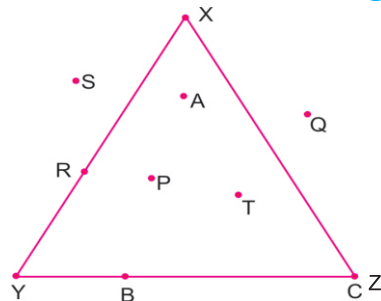
ਨੋਟ:- ਤਿੰਨ ਸਿਖਰ ਤਿਕੋਣ ਦਾ ਹਿੱਸਾ ਜਾਂ ਭਾਗ ਨਹੀਂ ਹੁੰਦੇ, ਕਿਉਂਕਿ ਇਹਨਾਂ ਨੂੰ ਮਾਪਿਆ ਨਹੀਂ ਜਾ ਸਕਦਾ।

ΔABC ਵਿੱਚ, ਅਸੀਂ ਵੇਖਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਭੁਜਾਵਾਂ AB ਅਤੇ AC ਸਿਖਰ A ਉੱਤੇ ਮਿਲਦੀਆਂ ਹਨ ਅਤੇ BC ਤੀਸਰੀ ਭੁਜਾ ਹੈ। ਇਸ ਲਈ ਅਸੀਂ ਕਹਿ ਸਕਦੇ ਹਾਂ ਕਿ 'BC' ਸਿਖਰ A ਦੀ ਸਨਮੁੱਖ ਭੁਜਾ ਹੈ ਅਤੇ A, BC ਦੇ ਸਨਮੁੱਖ ਸਿਖਰ ਹੈ।

ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਸਭ ਤੋਂ ਘੱਟ ਭੁਜਾਵਾਂ ਵਾਲਾ ਬਹੁਭੁਜ ਹੈ।

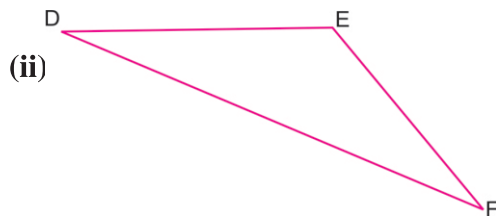
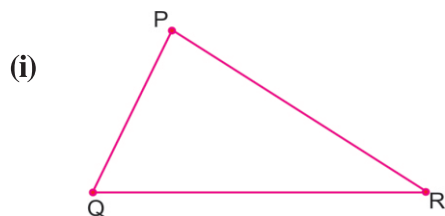
8.12.1 ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੇ ਅੰਦਰੂਨੀ ਅਤੇ ਬਾਹਰੀ ਭਾਗ (Interior and Exterior of a Triangle)

ਤ੍ਰਿਭੁਜ, ਤਲ ਵਿੱਚ ਮੌਜੂਦ ਸਾਰੇ ਬਿੰਦੂਆਂ ਨੂੰ ਤਿੰਨ ਭਾਗਾਂ ਵਿੱਚ ਵੰਡਦੀ ਹੈ।



- ਤਲ ਵਿੱਚ, ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੇ ਅੰਦਰ ਮੌਜੂਦ ਸਾਰੇ ਬਿੰਦੂ ਤਿਕੋਣ ਦਾ ਅੰਦਰੂਨੀ ਭਾਗ ਕਹਾਉਂਦੇ ਹਨ।
ਆਕ੍ਰਿਤੀ ਵਿੱਚ ਬਿੰਦੂ A, P ਅਤੇ T, ΔXYZ ਦੇ ਅੰਦਰੂਨੀ ਭਾਗ ਵਿੱਚ ਹਨ।
- ਤਲ ਵਿੱਚ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੇ ਉੱਪਰ ਮੌਜੂਦ ਸਾਰੇ ਬਿੰਦੂਆਂ ਨੂੰ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੀ ਸੀਮਾ ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।
ਆਕ੍ਰਿਤੀ ਵਿੱਚ X, R, Y, B ਅਤੇ Z, ΔXYZ ਦੀ ਸੀਮਾ 'ਤੇ ਹਨ।
 ΔXYZ ਦਾ ਅੰਦਰੂਨੀ ਭਾਗ ਅਤੇ ਸੀਮਾ ਮਿਲਕੇ ਤਿਕੋਣੀ ਖੇਤਰ ਬਣਾਉਂਦੇ ਹਨ।
- ਤਲ ਦਾ ਉਹ ਭਾਗ ਜੋ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੁਆਰਾ ਘਿਰਿਆ ਨਹੀਂ ਹੁੰਦਾ, ਉਸਨੂੰ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦਾ ਬਾਹਰੀ ਭਾਗ ਕਹਿੰਦੇ ਹਨ।
ਆਕ੍ਰਿਤੀ ਵਿੱਚ Q ਅਤੇ S, ΔXYZ ਦੇ ਬਾਹਰੀ ਭਾਗ ਵਿੱਚ ਹਨ।
ਆਉ ਕੁੱਝ ਉਦਾਹਰਨਾਂ ਕਰੀਏ:

ਉਦਾਹਰਨਾਂ 9 : ਦਿੱਤੀਆਂ ਤ੍ਰਿਭੁਜਾਂ ਦੇ ਸਾਰੇ ਸੰਭਵ ਨਾਮ ਲਿਖੋ:



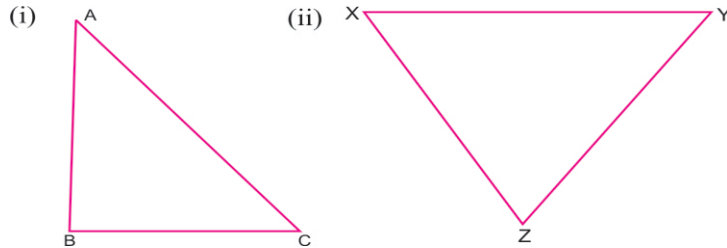
ਹੱਲ :

(i) ਦਿੱਤੀ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੇ ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਨਾਮ ਹਨ:

$\Delta PQR, \Delta PRQ, \Delta QPR, \Delta QRP, \Delta RPQ$ ਜਾਂ ΔRQP

(ii) ਦਿੱਤੀ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੇ ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਨਾਮ ਹਨ: $\Delta DEF, \Delta DFE, \Delta EDF, \Delta EFD, \Delta FED$ ਜਾਂ ΔFDE .

ਉਦਾਹਰਨ 10 : ਦਿੱਤੀਆਂ ਤ੍ਰਿਭੁਜਾਂ ਦੇ ਸਾਰੇ ਸਿਖਰ, ਭੁਜਾਵਾਂ ਅਤੇ ਕੋਣਾਂ ਦੇ ਨਾਮ ਲਿਖੋ:



ਹੱਲ :

(i) (a) ਸਿਖਰ = A, B ਅਤੇ C

(b) ਭੁਜਾਵਾਂ = AB ਜਾਂ BA, BC ਜਾਂ CB, AC ਜਾਂ CA

(c) ਕੋਣ = $\angle BAC$ ਜਾਂ $\angle A$, $\angle ACB$ ਜਾਂ $\angle C$, $\angle ABC$ ਜਾਂ $\angle B$.

(ii) (a) ਸਿਖਰ = X, Y ਅਤੇ Z

(b) ਭੁਜਾਵਾਂ = XY ਜਾਂ YX, YZ ਜਾਂ ZY, XZ ਜਾਂ ZX.

(c) ਕੋਣ = $\angle XYZ$ ਜਾਂ $\angle Y$, $\angle YZX$ ਜਾਂ $\angle Z$, $\angle ZXY$ ਜਾਂ $\angle X$.

ਉਦਾਹਰਨ 11- ਦਿੱਤੇ ਹੋਏ ਚਿੱਤਰ ਵਿੱਚ, ਉਨ੍ਹਾਂ ਬਿੰਦੂਆਂ ਦੇ ਨਾਮ ਦੱਸੋ ਜੋ:

(i) ΔDEF ਦੀ ਸੀਮਾ ਉੱਪਰ ਹੋਣ।

(ii) ΔDEF ਦੇ ਅੰਦਰੂਨੀ ਭਾਗ ਵਿੱਚ ਹੋਣ।

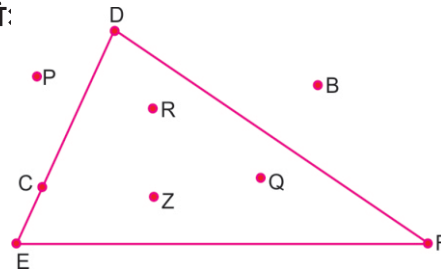
(iii) ΔDEF ਬਾਹਰੀ ਭਾਗ ਵਿੱਚ ਹੋਣ।

ਹੱਲ:

(i) ΔDEF ਦੀ ਸੀਮਾ ਉੱਪਰ ਬਿੰਦੂ = D, C, E, F

(ii) ΔDEF ਦੀ ਅੰਦਰੂਨੀ ਭਾਗ ਵਿੱਚ = R, Z, Q

(iii) ΔDEF ਦੇ ਬਾਹਰੀ ਭਾਗ ਵਿੱਚ = P, B



ਉਦਾਹਰਨ 12- ਦਿੱਤੇ ਹੋਏ ਚਿੱਤਰ ਵਿੱਚ, ਨਾਮ ਲਿਖੋ:

(i) ਸਾਰੀਆਂ ਤ੍ਰਿਭੁਜਾਂ

(ii) ਉਹ ਤ੍ਰਿਭੁਜਾਂ ਜਿਨ੍ਹਾਂ ਦਾ ਸਿਖਰ A ਹੈ

(iii) ਉਹ ਤ੍ਰਿਭੁਜਾਂ ਜਿਨ੍ਹਾਂ ਦਾ ਸਿਖਰ E ਹੈ।

ਹੱਲ:

(i) ਇੱਥੇ ਕੁੱਲ ਪੰਜ ਤ੍ਰਿਭੁਜਾਂ ਹਨ

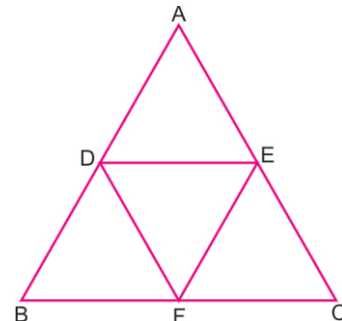
$\Delta ADE, \Delta DEF, \Delta DBF, \Delta EFC$ ਅਤੇ ΔABC

(ii) ਇੱਥੇ ਦੋ ਤ੍ਰਿਭੁਜਾਂ ਹਨ, ਜਿਨ੍ਹਾਂ ਦਾ ਸਿਖਰ A ਹੈ।

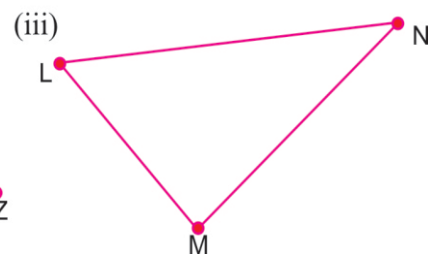
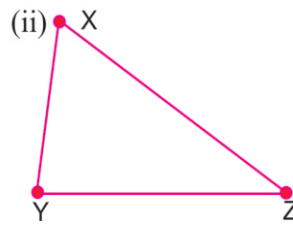
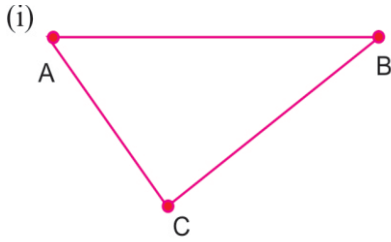
ΔADE ਅਤੇ ΔABC

(iii) ਇੱਥੇ ਤਿੰਨ ਤ੍ਰਿਭੁਜਾਂ ਹਨ, ਜਿਨ੍ਹਾਂ ਦਾ ਸਿਖਰ E ਹੈ।

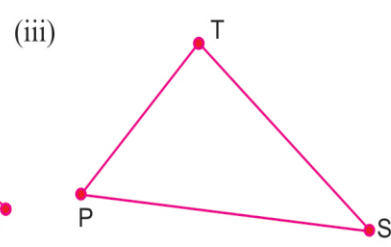
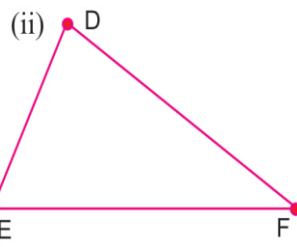
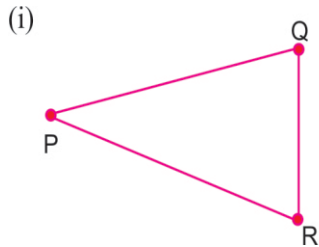
$\Delta EDA, \Delta EDF, \Delta EFC$



1. ਹੇਠ ਦਿੱਤੇ ਤ੍ਰਿਭੁਜਾਂ ਦੇ ਸਾਰੇ ਸੰਭਵ ਨਾਮ ਲਿਖੋ:-

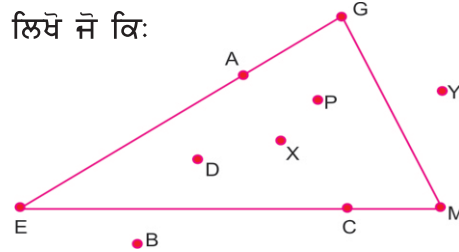


2. ਹੇਠ ਦਿੱਤੇ ਤ੍ਰਿਭੁਜਾਂ ਦੇ ਸਿਖਰਾਂ, ਭੁਜਾਵਾਂ ਅਤੇ ਕੋਣਾਂ ਦੇ ਨਾਮ ਲਿਖੋ:



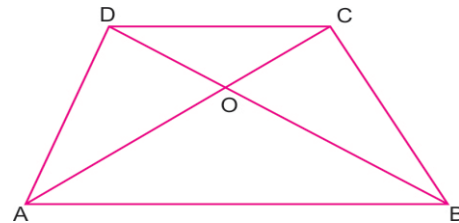
3. ਦਿੱਤੇ ਹੋਏ ਚਿੱਤਰ ਵਿੱਚ, ਉਹਨਾਂ ਬਿੰਦੂਆਂ ਦੇ ਨਾਮ ਲਿਖੋ ਜੋ ਕਿ:

- $\triangle GEM$ ਦੀ ਸੀਮਾ ਉੱਪਰ ਹੋਣ।
- $\triangle GEM$ ਦੇ ਅੰਦਰੂਨੀ ਭਾਗ ਵਿੱਚ ਹੋਣ।
- $\triangle GEM$ ਦੇ ਬਾਹਰੀ ਭਾਗ ਵਿੱਚ ਹੋਣ।



4. ਦਿੱਤੇ ਹੋਏ ਚਿੱਤਰ ਵਿੱਚ ਨਾਮ ਲਿਖੋ

- ਸਾਰੀਆਂ ਤ੍ਰਿਭੁਜਾਂ ਦੇ।
- ਤ੍ਰਿਭੁਜਾਂ ਜਿਨ੍ਹਾਂ ਦਾ ਸਿਖਰ O ਹੈ
- ਤ੍ਰਿਭੁਜਾਂ ਜਿਨ੍ਹਾਂ ਦਾ ਸਿਖਰ A ਹੈ



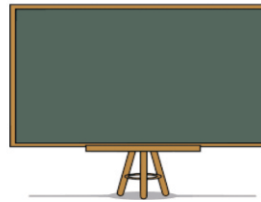
5. ਹੇਠ ਦਿੱਤੇ ਖਾਲੀ ਸਥਾਨ ਭਰੋ:-

- ਇੱਕ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੇ ਸਿਖਰ ਹੁੰਦੇ ਹਨ।
- ਇੱਕ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੇ ਕੋਣ ਹੁੰਦੇ ਹਨ।
- ਇੱਕ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੀਆਂ ਭੁਜਾਵਾਂ ਹੁੰਦੀਆਂ ਹਨ।
- ਇੱਕ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਸਮਤਲ ਨੂੰ ਭਾਗਾਂ ਵਿੱਚ ਵੰਡਦੀ ਹੈ।
- ਇੱਕ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੇ ਭਾਗ ਹੁੰਦੇ ਹਨ।

8.13 ਚਤੁਰਭੁਜ (Quadrilateral)

ਜੇਕਰ ਤੁਸੀਂ ਆਪਣੇ ਆਲੇ-ਦੁਆਲੇ ਦੇਖੋ ਤਾਂ ਤੁਹਾਨੂੰ ਬਹੁਤ ਸਾਰੀਆਂ ਵਸਤੂਆਂ ਅਜਿਹੀਆਂ ਮਿਲਣਗੀਆਂ, ਜੋ ਕਿ ਰੇਖਾਗਣਿਤਿਕ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਚਾਰ ਭੁਜਾਵਾਂ ਵਾਲੀਆਂ ਬੰਦ ਆਕ੍ਰਿਤੀਆਂ ਹੋਣ। ਉਦਾਹਰਨ ਵਜੋਂ ਕਿਤਾਬ ਦਾ ਉਪਰੀ ਹਿੱਸਾ, ਦਰਵਾਜ਼ੇ ਦਾ ਸਾਹਮਣੇ ਵਾਲਾ ਹਿੱਸਾ, ਬਲੈਕਬੋਰਡ ਦਾ ਤਲ ਆਦਿ। ਇਹ ਸਾਰੀਆਂ ਵਸਤੂਆਂ ਚਾਰ ਭੁਜਾਵਾਂ ਵਾਲੀਆਂ ਬੰਦ

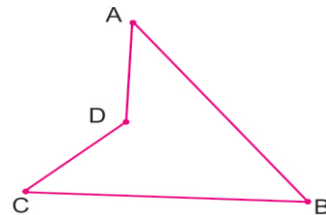
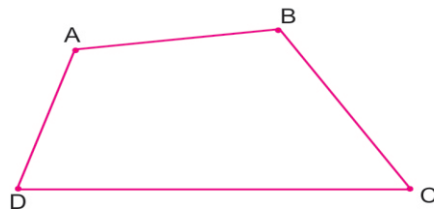
ਆਕ੍ਰਿਤੀਆਂ ਨਾਲ ਮੇਲ ਖਾਂਦੀਆਂ ਹਨ। ਗਣਿਤ ਵਿੱਚ ਇਹ ਚਾਰ ਭੁਜਾਵਾਂ ਵਾਲੀ ਬੰਦ ਆਕ੍ਰਿਤੀ ਚਤੁਰਭੁਜ ਅਖਵਾਉਂਦਾ ਹੈ।



ਚਤੁਰਭੁਜ ਚਾਰ ਭੁਜਾਵਾਂ ਵਾਲੀ ਬੰਦ ਆਕ੍ਰਿਤੀ ਹੈ ਜੋ ਕਿ ਚਾਰ ਰੇਖਾਖੰਡਾਂ ਤੋਂ ਬਣੀ ਹੁੰਦੀ ਹੈ। ਇਹ ਚਾਰ ਭੁਜਾਵਾਂ ਵਾਲੀ ਬਹੁਭੁਜ ਹੈ। ਸ਼ਬਦ ਚਤੁਰਭੁਜ (Quadrilateral) ਦੋ ਸ਼ਬਦ ਚਤੁਰ (Quadri) ਜਿਸਦਾ ਮਤਲਬ ‘ਚਾਰ’ ਅਤੇ ਭੁਜ (lateral) ਜਿਸਦਾ ਮਤਲਬ ‘ਭੁਜਾਵਾਂ’ ਤੋਂ ਬਣਿਆ ਹੈ।

ਮੰਨ ਲਓ ਇੱਕ ਤਲ ਵਿੱਚ ਚਾਰ ਬਿੰਦੂ A, B, C, D ਹਨ।

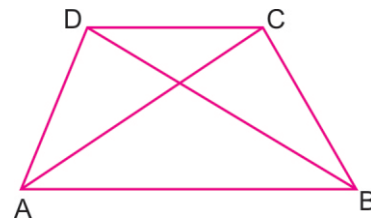
- (i) ਘੱਟ ਤੋਂ ਘੱਟ ਉਨ੍ਹਾਂ ਵਿੱਚੋਂ ਤਿੰਨ ਅਸਮਰੇਖੀ ਹਨ।
- (ii) ਰੇਖਾਖੰਡ AB, BC, CD ਅਤੇ DA ਆਪਣੇ ਅੰਤ ਬਿੰਦੂਆਂ ਤੋਂ ਇਲਾਵਾ ਆਪਸ ਵਿੱਚ ਹੋਰ ਕਿਸੇ ਸਥਾਨ ਤੇ ਨਹੀਂ ਕੱਟਦੇ।



ਇੱਕ ਚਤੁਰਭੁਜ ਦਾ ਨਾਮਕਰਨ ਇਸਦੇ ਸਿਖਰਾਂ ਨੂੰ ਚੱਕਰੀ ਕ੍ਰਮ ਵਿੱਚ ਲਿਖ ਕੇ ਕੀਤਾ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ ਭਾਵ ABCD ਜਾਂ BCDA (ABDC ਨਹੀਂ ਕੀਤਾ ਜਾ ਸਕਦਾ)

ਹੁਣ ਇੱਕ ਚਤੁਰਭੁਜ ABCD ਵਿੱਚ ਹੈ:

- (i) ਚਾਰ ਸਿਖਰ, A, B, C ਅਤੇ D.
- (ii) ਚਾਰ ਭੁਜਾਵਾਂ, AB, BC, CD ਅਤੇ DA
- (iii) ਚਾਰ ਕੋਣ, $\angle A$, $\angle B$, $\angle C$ ਅਤੇ $\angle D$.
- (iv) ਦੋ ਵਿਕਰਨ AC ਅਤੇ BD.



ਚਤੁਰਭੁਜ ਦੇ ਸਨਮੁੱਖ ਸਿਖਰਾਂ ਨੂੰ ਜੋੜਨ ਵਾਲੇ ਰੇਖਾਖੰਡ ਇਸਦੇ ਵਿਕਰਨ ਅਖਵਾਉਂਦੇ ਹਨ। ਦੋ ਵਿਕਰਨ ਚਤੁਰਭੁਜ ਨੂੰ ਚਾਰ ਤ੍ਰਿਭੁਜਾਂ ਵਿੱਚ ਵੰਡਦੇ ਹਨ।

ਲਾਗਵੀਆਂ ਭੁਜਾਵਾਂ : ਇੱਕ ਚਤੁਰਭੁਜ ਦੀਆਂ ਦੋ ਭੁਜਾਵਾਂ ਲਾਗਵੀਆਂ ਭੁਜਾਵਾਂ ਅਖਵਾਉਂਦੀਆਂ ਹਨ, ਜੇਕਰ ਉਨ੍ਹਾਂ ਦਾ ਇੱਕ ਸਾਂਝਾ ਅੰਤ ਬਿੰਦੂ (ਸਿਖਰ) ਹੋਵੇ।

ਆਕ੍ਰਿਤੀ ਵਿੱਚ AB ਅਤੇ BC; BC ਅਤੇ CD ; CD ਅਤੇ DA; DA ਅਤੇ AB, ਚਤੁਰਭੁਜ ABCD ਦੀਆਂ ਲਾਗਵੀਆਂ ਭੁਜਾਵਾਂ ਦੇ ਚਾਰ ਜੋੜੇ ਹਨ।

ਸਨਮੁੱਖ ਭੁਜਾਵਾਂ : ਇੱਕ ਚਤੁਰਭੁਜ ਦੀਆਂ ਦੋ ਭੁਜਾਵਾਂ ਸਨਮੁੱਖ ਭੁਜਾਵਾਂ ਅਖਵਾਉਂਦੀਆਂ ਹਨ, ਜੇਕਰ ਉਨ੍ਹਾਂ ਦਾ ਕੋਈ ਸਾਂਝਾ ਅੰਤ ਬਿੰਦੂ ਨਹੀਂ ਹੁੰਦਾ।

ਆਕ੍ਰਿਤੀ ਵਿੱਚ, AB, CD ਅਤੇ AD, BC ਚਤੁਰਭੁਜ ABCD ਦੀਆਂ ਸਨਮੁੱਖ ਭੁਜਾਵਾਂ ਦੇ ਦੋ ਜੋੜੇ ਹਨ।

ਲਾਗਵੇਂ ਕੋਣ : ਇੱਕ ਚਤੁਰਭੁਜ ਦੇ ਦੋ ਕੋਣ ਲਾਗਵੇਂ ਕੋਣ ਅਖਵਾਉਂਦੇ ਹਨ, ਜੇਕਰ ਉਨ੍ਹਾਂ ਦੀ ਇੱਕ ਸਾਂਝੀ ਭੁਜਾ ਹੋਵੇ।

ਆਕ੍ਰਿਤੀ ਵਿੱਚ, $\angle A$ ਅਤੇ $\angle B$, $\angle B$ ਅਤੇ $\angle C$, $\angle C$ ਅਤੇ $\angle D$, $\angle D$ ਅਤੇ $\angle A$ ਲਾਗਵੇਂ ਕੋਣਾਂ ਦੇ ਜੋੜੇ ਹਨ।

ਸਨਮੁੱਖ ਕੋਣ: ਇੱਕ ਚਤੁਰਭੁਜ ਦੇ ਦੋ ਕੋਣ ਸਨਮੁੱਖ ਕੋਣ ਅਖਵਾਉਂਦੇ ਹਨ, ਜੇਕਰ ਉਹ ਲਾਗਵੇਂ ਕੋਣ ਨਾ ਹੋਣ ਜਾਂ ਉਹਨਾਂ ਵਿੱਚ ਕੋਈ ਵੀ ਭੁਜਾ ਸਾਂਝੀ ਨਾ ਹੋਵੇ।

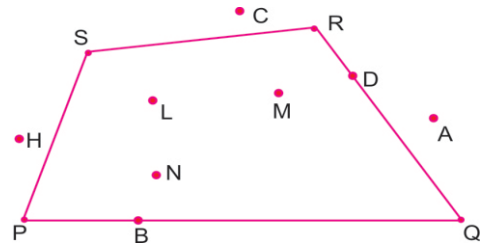
ਆਕ੍ਰਿਤੀ ਵਿੱਚ, $\angle A$ ਅਤੇ $\angle C$, $\angle B$ ਅਤੇ $\angle D$ ਸਨਮੁੱਖ ਕੋਣਾਂ ਦੇ ਜੋੜੇ ਹਨ।

8.13.1 ਇੱਕ ਚਤੁਰਭੁਜ ਦਾ ਅੰਦਰੂਨੀ ਅਤੇ ਬਾਹਰੀ ਭਾਗ (Interior & Exterior of A Quadrilateral)

ਇੱਕ ਚਤੁਰਭੁਜ ਇੱਕ ਸਮਤਲ ਵਿੱਚ ਸਾਰੇ ਬਿੰਦੂਆਂ ਨੂੰ ਤਿੰਨ ਭਾਗਾਂ ਵਿੱਚ ਵੰਡਦਾ ਹੈ।

(i) ਚਤੁਰਭੁਜ ਦੇ ਅੰਦਰ ਆਉਣ ਵਾਲਾ ਖੇਤਰ ਚਤੁਰਭੁਜ ਦਾ ਅੰਦਰੂਨੀ ਭਾਗ ਅਖਵਾਉਂਦਾ ਹੈ।

ਆਕ੍ਰਿਤੀ ਵਿੱਚ, L, M, N ਚਤੁਰਭੁਜ PQRS ਦੇ ਅੰਦਰੂਨੀ ਬਿੰਦੂ ਹਨ।



(ii) ਉਹ ਬਿੰਦੂ ਜੋ ਚਤੁਰਭੁਜ ਦੀ ਸੀਮਾ ਉੱਪਰ ਸਥਿਤ ਹੁੰਦੇ ਹਨ, ਚਤੁਰਭੁਜ ਦੇ ਉੱਪਰ ਅਖਵਾਉਂਦੇ ਹਨ।

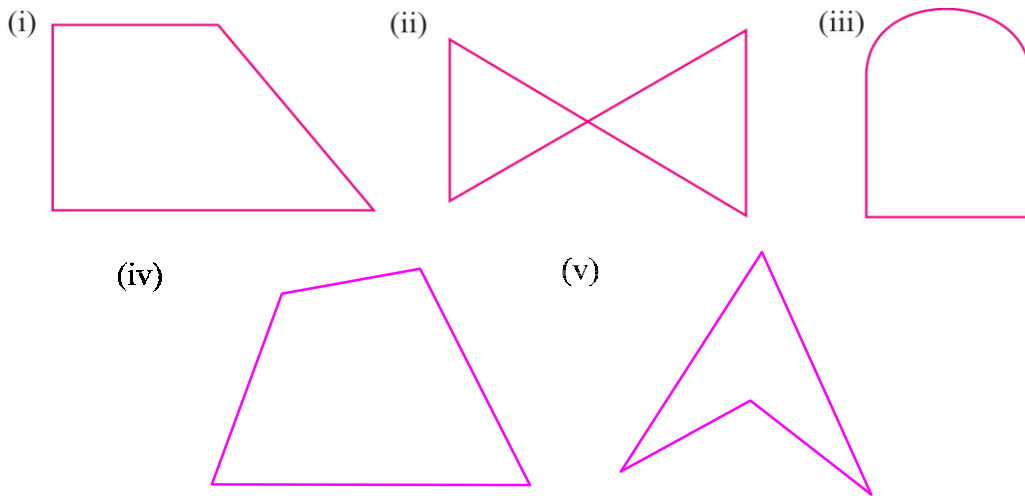
ਆਕ੍ਰਿਤੀ ਵਿੱਚ ਬਿੰਦੂ P, B, Q, D, R ਅਤੇ S ਚਤੁਰਭੁਜ ਦੇ ਉੱਪਰ ਹਨ।

ਚਤੁਰਭੁਜ ਦਾ ਅੰਦਰੂਨੀ ਭਾਗ, ਇਸਦੀ ਸੀਮਾ ਸਹਿਤ ਚਤੁਰਭੁਜੀ ਖੇਤਰ ਕਹਾਉਂਦਾ ਹੈ।

(iii) ਚਤੁਰਭੁਜ ਦੀ ਸੀਮਾ ਤੋਂ ਬਾਹਰ ਵਾਲਾ ਭਾਗ ਚਤੁਰਭੁਜ ਦਾ ਬਾਹਰੀ ਭਾਗ ਅਖਵਾਉਂਦਾ ਹੈ।

ਆਕ੍ਰਿਤੀ ਵਿੱਚ ਬਿੰਦੂ A, C ਅਤੇ H ਚਤੁਰਭੁਜ PQRS ਦੇ ਬਾਹਰੀ ਭਾਗ ਵਿੱਚ ਹਨ।

ਉਦਾਹਰਨ 13- ਹੇਠ ਦਿੱਤੀਆਂ ਆਕ੍ਰਿਤੀਆਂ ਵਿੱਚ ਚਤੁਰਭੁਜ ਦੀ ਪਹਿਚਾਣ ਕਰੋ-



ਹੱਲ:

- (i) ਇਹ ਇੱਕ ਚਤੁਰਭੁਜ ਹੈ, ਕਿਉਂਕਿ ਸਾਰੀਆਂ ਭੁਜਾਵਾਂ ਅੰਤ ਬਿੰਦੂਆਂ 'ਤੇ ਮਿਲਦੀਆਂ ਹਨ।
- (ii) ਭਾਵੇਂ ਕਿ ਇਸਦੀਆਂ ਚਾਰ ਭੁਜਾਵਾਂ ਹਨ, ਪਰ ਇਹ ਇੱਕ ਚਤੁਰਭੁਜ ਨਹੀਂ ਹੈ ਕਿਉਂਕਿ ਇਸਦੀਆਂ ਭੁਜਾਵਾਂ ਅੰਤ ਬਿੰਦੂਆਂ 'ਤੇ ਨਹੀਂ ਕੱਟਦੀਆਂ।
- (iii) ਇਹ ਇੱਕ ਚਤੁਰਭੁਜ ਨਹੀਂ ਹੈ, ਕਿਉਂਕਿ ਇਸਦੀਆਂ ਤਿੰਨ ਭੁਜਾਵਾਂ ਹਨ ਅਤੇ ਇੱਕ ਵਕਰ ਹੈ।
- (iv) ਇਹ ਇੱਕ ਚਤੁਰਭੁਜ ਹੈ, ਜਿਸਦੀਆਂ ਚਾਰ ਭੁਜਾਵਾਂ ਹਨ, ਜੋ ਅੰਤ ਬਿੰਦੂਆਂ 'ਤੇ ਮਿਲਦੀਆਂ ਹਨ।
- (v) ਇਹ ਇੱਕ ਚਤੁਰਭੁਜ ਹੈ, ਜਿਸਦੀਆਂ ਚਾਰ ਭੁਜਾਵਾਂ ਅੰਤ ਬਿੰਦੂਆਂ 'ਤੇ ਮਿਲਦੀਆਂ ਹਨ।

ਉਦਾਹਰਨ 14- ਦਿੱਤੇ ਹੋਏ ਚਤੁਰਭੁਜ EFGH ਲਈ, ਨਾਮ ਦੱਸੋ:-

- (i) ਸਾਰੇ ਸਿਖਰਾਂ ਦੇ
- (ii) ਸਾਰੀਆਂ ਭੁਜਾਵਾਂ ਦੇ
- (iii) ਸਾਰੇ ਕੋਣ
- (iv) HE ਦੇ ਸਨਮੁੱਖ ਭੁਜਾ
- (v) $\angle G$ ਦੇ ਲਾਗਵੇਂ ਕੋਣ

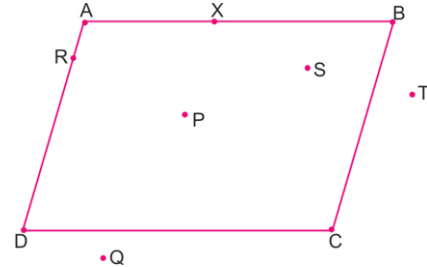
ਹੱਲ:

- (i) ਸਿਖਰ = E, F, G, H
- (ii) ਭੁਜਾਵਾਂ = EF, FG, GH, HE
- (iii) ਕੋਣ = $\angle E$, $\angle F$, $\angle G$, $\angle H$
- (iv) HE ਦੇ ਸਨਮੁੱਖ ਭੁਜਾ GF ਹੈ।
- (v) $\angle G$ ਦੇ ਲਾਗਵੇਂ ਕੋਣ $\angle H$ ਅਤੇ $\angle F$ ਹਨ।



ਉਦਾਹਰਨ 15 : ਦਿੱਤੇ ਚਤੁਰਭੁਜ ABCD ਵਿੱਚ, ਉਹਨਾਂ ਬਿੰਦੂਆਂ ਦੇ ਨਾਮ ਲਿਖੋ ਜੋ:

- (i) ਇਸਦੇ ਅੰਦਰੂਨੀ ਭਾਗ ਵਿੱਚ ਹੋਣ।
- (ii) ਇਸਦੇ ਬਾਹਰੀ ਭਾਗ ਵਿੱਚ ਹੋਣ।
- (iii) ਇਸਦੀ ਸੀਮਾ ਤੇ ਹੋਣ।

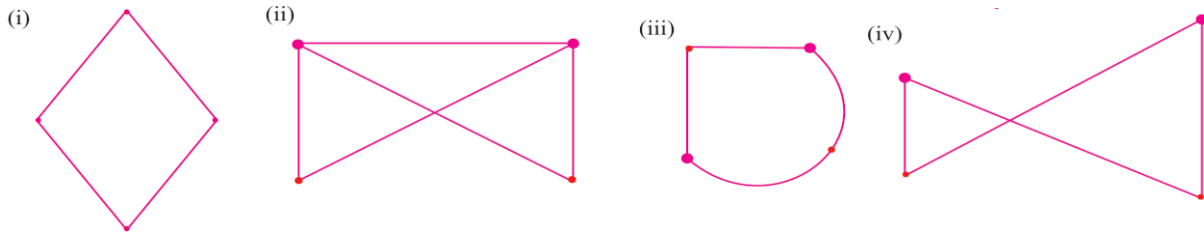


ਹੱਲ :

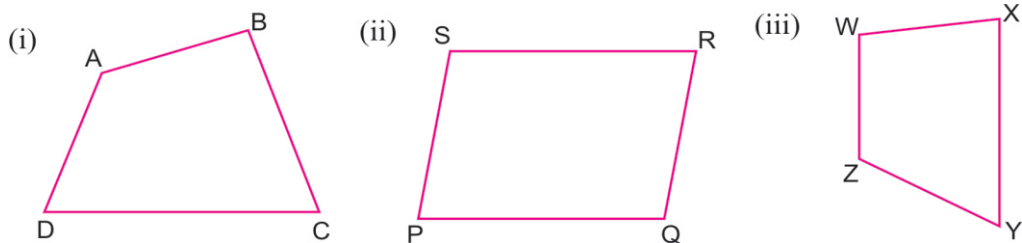
- (i) ABCD ਦੇ ਅੰਦਰੂਨੀ ਭਾਗ ਵਿੱਚ ਬਿੰਦੂ P ਅਤੇ S ਹਨ।
- (ii) ABCD ਦੇ ਬਾਹਰੀ ਭਾਗ ਵਿੱਚ ਬਿੰਦੂ Q ਅਤੇ T ਹਨ।
- (iii) ਇਸਦੀ ਸੀਮਾ ਉੱਪਰ ਬਿੰਦੂ A, X, B, C, D ਅਤੇ R ਹਨ।

ਮਭਿਮਾਸ 8.5

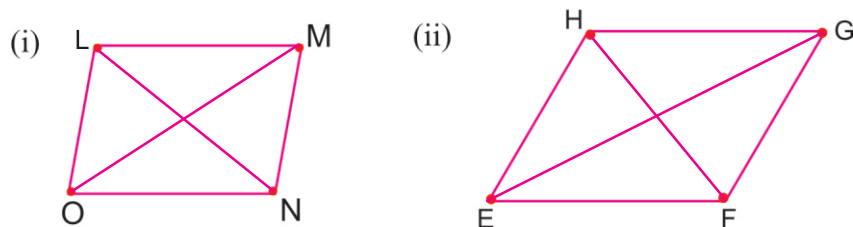
1. ਹੇਠ ਦਿੱਤਿਆਂ ਵਿੱਚੋਂ, ਚਤੁਰਭੁਜ ਦੀ ਪਹਿਚਾਣ ਕਰੋ:



2. ਦਿੱਤੇ ਹੋਏ ਚਤੁਰਭੁਜਾਂ ਦੇ ਨਾਮ ਦੱਸੋ:-

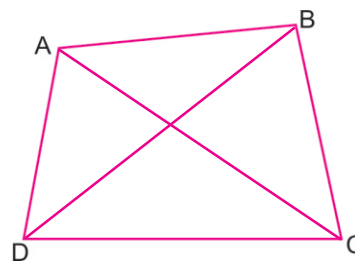


3. ਹੇਠ ਦਿੱਤੇ ਚਤੁਰਭੁਜਾਂ ਦੇ ਸਾਰੇ ਸਿਖਰ, ਕੋਣ, ਭੁਜਾਵਾਂ ਅਤੇ ਵਿਰਕਨਾਂ ਦੇ ਨਾਂ ਲਿਖੋ:-



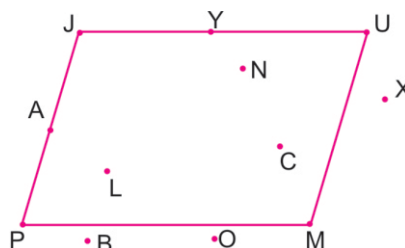
4. ਦਿੱਤੇ ਹੋਏ ਚਤੁਰਭੁਜ ABCD ਲਈ, ਨਾਮ ਦੱਸੋ:-

- AB ਦੇ ਸਨਮੁੱਖ ਭੁਜਾ
- $\angle B$ ਦੇ ਲਾਗਵੇਂ ਕੋਣ
- B ਅਤੇ D ਨੂੰ ਜੋੜਨ ਵਾਲਾ ਵਿਕਰਨ
- $\angle A$ ਦੇ ਸਨਮੁੱਖ ਕੋਣ
- CD ਦੇ ਲਾਗਵੀਆਂ ਭੁਜਾਵਾਂ



5. ਦਿੱਤੇ ਹੋਏ ਚਤੁਰਭੁਜ JUMP ਵਿੱਚ, ਉਹਨਾਂ ਬਿੰਦੂਆਂ ਦੇ ਨਾਂ ਦੱਸੋ ਜੋ:-

- ਇਸਦੇ ਅੰਦਰੂਨੀ ਭਾਗ ਵਿੱਚ ਹੋਣ।
- ਇਸਦੇ ਬਾਹਰੀ ਭਾਗ ਵਿੱਚ ਹੋਣ।
- ਇਸਦੀ ਸੀਮਾ ਤੇ ਹੋਣ।



6. ਖਾਲੀ ਸਥਾਨ ਭਰੋ-

- ਇੱਕ ਚਤੁਰਭੁਜ ਦੇ ਸਿਖਰ ਹਨ।
- ਇੱਕ ਚਤੁਰਭੁਜ ਦੀਆਂ ਭੁਜਾਵਾਂ ਹਨ।
- ਇੱਕ ਚਤੁਰਭੁਜ ਦੇ ਕੋਣ ਹਨ।
- ਇੱਕ ਚਤੁਰਭੁਜ ਦੇ ਵਿਕਰਨ ਹਨ।
- ਇੱਕ ਵਿਕਰਨ ਚਤੁਰਭੁਜ ਨੂੰ ਤ੍ਰਿਭੁਜਾਂ ਵਿੱਚ ਵੰਡਦਾ ਹੈ।
- ਇੱਕ ਚਤੁਰਭੁਜ ਦੇ ਸਨਮੁੱਖ ਸਿਖਰਾਂ ਨੂੰ ਮਿਲਾਉਣ ਵਾਲਾ ਰੇਖਾਖੰਡ ਕਹਾਉਂਦਾ ਹੈ।
- ਇੱਕ ਚਤੁਰਭੁਜ ਦਾ ਅੰਦਰੂਨੀ ਭਾਗ ਅਤੇ ਸੀਮਾ ਇਕੱਠੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਖੇਤਰ ਬਣਾਉਂਦੇ ਹਨ।

7. ਸਹੀ ਜਾਂ ਗਲਤ ਦੱਸੋ:

- ਇੱਕ ਵਿਕਰਨ ਚਤੁਰਭੁਜ ਨੂੰ ਚਾਰ ਤ੍ਰਿਭੁਜਾਂ ਵਿੱਚ ਵੰਡਦਾ ਹੈ।
- ਕੋਣ ਜਿਨ੍ਹਾਂ ਦਾ ਸਾਂਝਾ ਸਿਖਰ ਹੁੰਦਾ ਹੈ, ਲਾਗਵੇਂ ਕੋਣ ਅਖਵਾਉਂਦੇ ਹਨ।
- ਭੁਜਾਵਾਂ ਜਿਨ੍ਹਾਂ ਦਾ ਇੱਕ ਸਾਂਝਾ ਸਿਖਰ ਹੁੰਦਾ ਹੈ, ਲਾਗਵੀਆਂ ਭੁਜਾਵਾਂ ਅਖਵਾਉਂਦੀਆਂ ਹਨ।
- ਇੱਕ ਚਤੁਰਭੁਜ ਦੇ ਚਾਰ ਵਿਕਰਨ ਹੁੰਦੇ ਹਨ।
- ਚਤੁਰਭੁਜੀ ਖੇਤਰ ਚਤੁਰਭੁਜ ਦੇ ਬਾਹਰੀ ਭਾਗ ਅਤੇ ਇਸ ਦੀ ਸੀਮਾ ਤੋਂ ਬਣਦਾ ਹੈ।

8.14 ਚੱਕਰ (Circle)

ਜਦੋਂ ਤੁਸੀਂ ਚੱਕਰਾਕਾਰ ਆਕ੍ਰਿਤੀਆਂ ਬਾਰੇ ਸੋਚੋਗੇ ਤਾਂ ਤੁਹਾਨੂੰ ਆਪਣੇ ਆਲੇ-ਦੁਆਲੇ ਬਹੁਤ ਸਾਰੀਆਂ ਚੱਕਰਾਕਾਰ ਆਕ੍ਰਿਤੀਆਂ ਮਿਲ ਜਾਣਗੀਆਂ।

ਉਦਾਹਰਨ ਵਜੋਂ : ਵੰਗ, ਸਿੱਕਾ, ਰੋਟੀ ਆਦਿ।



ਚੱਕਰ ਇੱਕ ਬਹੁਤ ਹੀ ਪ੍ਰਚੱਲਿਤ ਰੇਖਾ ਗਣਿਤਿਕ ਆਕ੍ਰਿਤੀ ਹੈ, ਜੋ ਤੁਹਾਨੂੰ ਚੱਕਰਾਕਾਰ ਆਕ੍ਰਿਤੀ ਬਾਰੇ ਯਾਦ ਕਰਾਉਂਦੀ ਹੈ। ਇੱਕ ਚੱਕਰ ਇੱਕ ਸਰਲ ਬੰਦ ਵਕਰ ਹੈ ਨਾ ਕਿ ਬਹੁਭੁਜ।

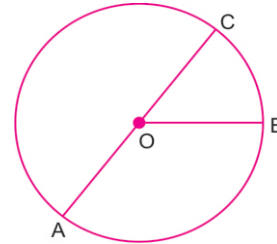
ਚੱਕਰ ਇੱਕ ਤਲ ਵਿੱਚ ਉਨ੍ਹਾਂ ਸਾਰੇ ਬਿੰਦੂਆਂ ਦਾ ਸਮੂਹ ਹੈ, ਜਿਨ੍ਹਾਂ ਦੀ ਦੂਰੀ ਇੱਕ ਸਥਿਰ ਬਿੰਦੂ ਤੋਂ ਨਿਸ਼ਚਿਤ ਰਹਿੰਦੀ ਹੈ।

ਤਿੰਨ ਅਸਮਰੇਖੀ ਬਿੰਦੂਆਂ ਵਿੱਚੋਂ ਕੇਵਲ ਇੱਕ ਹੀ ਚੱਕਰ ਖਿੱਚਿਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ।

8.14.1 ਇੱਕ ਚੱਕਰ ਦੇ ਭਾਗ (Parts of a circle)

ਕੇਂਦਰ (Centre) : ਚੱਕਰ ਦੇ ਅੰਦਰ ਇੱਕ ਸਥਿਰ ਬਿੰਦੂ, ਜਿਸ ਤੋਂ ਚੱਕਰ ਦੇ ਉੱਪਰ ਸਾਰੇ ਬਿੰਦੂ ਸਮਾਨ ਦੂਰੀ 'ਤੇ ਹੁੰਦੇ ਹਨ, ਚੱਕਰ ਦਾ **ਕੇਂਦਰ** ਅਖਵਾਉਂਦਾ ਹੈ।

ਚਿੱਤਰ ਵਿੱਚ, O ਚੱਕਰ ਦਾ ਕੇਂਦਰ ਹੈ।



ਅਰਧ ਵਿਆਸ (Radius) : ਚੱਕਰ ਦੇ ਉੱਪਰ ਕਿਸੇ ਬਿੰਦੂ ਤੋਂ ਇਸਦੇ ਕੇਂਦਰ ਦੀ ਦੂਰੀ, ਉਸ ਚੱਕਰ ਦਾ **ਅਰਧ ਵਿਆਸ** ਅਖਵਾਉਂਦਾ ਹੈ। ਇਸਨੂੰ 'r' ਨਾਲ ਨਿਰੂਪਿਤ ਕੀਤਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਆਕ੍ਰਿਤੀ ਵਿੱਚ OA, OB ਅਤੇ OC ਚੱਕਰ ਦੇ ਅਰਧ ਵਿਆਸ ਹਨ ਅਤੇ $OA=OB=OC$ ਵੀ ਹੈ।

ਵਿਆਸ (Diameter) : ਚੱਕਰ ਦੇ ਕੇਂਦਰ ਵਿੱਚੋਂ ਲੰਘਣ ਵਾਲਾ ਰੇਖਾਖੰਡ ਜੋ ਚੱਕਰ ਦੇ ਉੱਪਰ ਕੋਈ ਦੋ ਬਿੰਦੂਆਂ ਨੂੰ ਮਿਲਾਉਂਦਾ ਹੈ, ਉਸ ਚੱਕਰ ਦਾ **ਵਿਆਸ** ਅਖਵਾਉਂਦਾ ਹੈ। ਇਸਨੂੰ 'd' ਨਾਲ ਦਰਸਾਇਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।

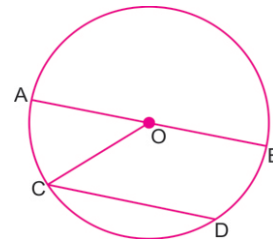
ਆਕ੍ਰਿਤੀ ਵਿੱਚ, AC ਚੱਕਰ ਦਾ ਵਿਆਸ ਹੈ।

- ਨੋਟ ਕਰੋ ਕਿ ਕੇਂਦਰ (O) ਵਿਆਸ ਦਾ ਮੱਧ ਬਿੰਦੂ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।
- ਵਿਆਸ ਚੱਕਰ ਦੇ ਅਰਧ ਵਿਆਸ ਦਾ ਦੁੱਗਣਾ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

ਭਾਵ ਵਿਆਸ = $2 \times$ ਅਰਧ ਵਿਆਸ

ਜਾਂ $d = 2r$

ਜੀਵਾ (Chord) : ਇੱਕ ਚੱਕਰ ਉੱਪਰ ਕੋਈ ਦੋ ਬਿੰਦੂਆਂ ਨੂੰ ਮਿਲਾਉਣ ਵਾਲਾ ਰੇਖਾਖੰਡ ਉਸ ਚੱਕਰ ਦੀ **ਜੀਵਾ** ਜਾਂ ਵਤਰ ਕਹਾਉਂਦੀ ਹੈ। ਆਕ੍ਰਿਤੀ ਵਿੱਚ CD ਅਤੇ AB ਜੀਵਾ ਹਨ।

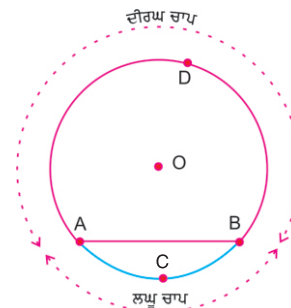


ਚੱਕਰ ਦਾ ਵਿਆਸ ਚੱਕਰ ਦੀ ਸਭ ਤੋਂ ਵੱਡੀ ਜੀਵਾ ਹੈ।

ਚਾਪ (Arc) : ਚੱਕਰ ਦਾ ਇੱਕ ਭਾਗ ਚੱਕਰ ਦੀ **ਚਾਪ** ਅਖਵਾਉਂਦਾ ਹੈ।

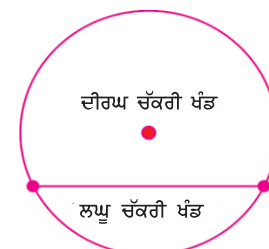
ਆਕ੍ਰਿਤੀ ਵਿੱਚ ACB ਹਿੱਸਾ ਚੱਕਰ ਦੀ ਇੱਕ ਚਾਪ ਹੈ। ਇਸਨੂੰ \widehat{ACB} ਜਾਂ \widehat{AB} ਰਾਹੀਂ ਦਰਸਾਇਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।

- ਚੱਕਰ ਦੀ ਇੱਕ ਚਾਪ ਇਸਨੂੰ ਦੋ ਭਾਗਾਂ ਵਿੱਚ ਵੰਡਦੀ ਹੈ। ਛੋਟੇ ਭਾਗ ਨੂੰ **ਲਘੂ ਚਾਪ** ਅਤੇ ਵੱਡੇ ਭਾਗ ਨੂੰ **ਦੀਰਘ ਚਾਪ** ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ACB ਚੱਕਰ ਦੀ ਲਘੂ ਚਾਪ ਹੈ ਅਤੇ ADB ਚੱਕਰ ਦੀ ਦੀਰਘ ਚਾਪ ਹੈ।



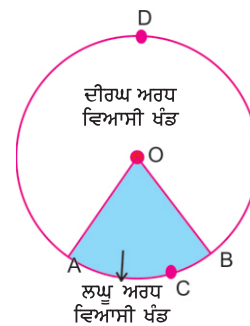
ਚੱਕਰੀ ਖੰਡ (Segment): ਚੱਕਰ ਦੀ ਇੱਕ ਚਾਪ ਅਤੇ ਇਸਦੀ ਸੰਗਤ ਵਤਰ ਦੁਆਰਾ ਘੇਰਿਆ ਗਿਆ ਖੇਤਰ **ਚੱਕਰੀ ਖੰਡ** ਅਖਵਾਉਂਦਾ ਹੈ।

ਇੱਕ ਚੱਕਰ ਦੀ ਲਘੂ ਚਾਪ ਅਤੇ ਇਸਦੀ ਸੰਗਤ ਵਤਰ ਦੁਆਰਾ ਬਣਾਇਆ ਗਿਆ ਚੱਕਰੀ ਖੰਡ, **ਲਘੂ ਚੱਕਰੀ ਖੰਡ** ਅਖਵਾਉਂਦਾ ਹੈ। ਇੱਕ ਚੱਕਰ ਦੀ ਦੀਰਘ ਚਾਪ ਅਤੇ ਇਸਦੀ ਸੰਗਤ ਵਤਰ ਦੁਆਰਾ ਬਣਾਇਆ ਗਿਆ ਚੱਕਰੀ ਖੰਡ **ਦੀਰਘ ਚੱਕਰੀ ਖੰਡ** ਅਖਵਾਉਂਦੇ ਹਨ।



ਅਰਧ ਵਿਆਸੀ ਖੰਡ (Sector) : ਅਜਿਹਾ ਖੇਤਰ ਜੋ ਇੱਕ ਚਾਪ ਅਤੇ ਚੱਕਰ ਦੇ ਦੋ ਅਰਧ ਵਿਆਸਾਂ, ਜੋ ਕਿ ਚਾਪ ਦੇ ਅੰਤ ਬਿੰਦੂਆਂ ਨੂੰ ਮਿਲਦੇ ਹੋਣ, ਨਾਲ ਘਿਰਿਆ ਹੁੰਦਾ ਹੈ, ਅਰਧ ਵਿਆਸੀ ਖੰਡ ਅਖਵਾਉਂਦਾ ਹੈ।

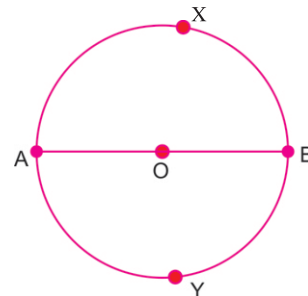
ਅਰਧ ਵਿਆਸੀ ਖੰਡ ਜੋ ਕਿ ਲਘੂ ਚਾਪ ਵੱਲੋਂ ਬਣਾਇਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ, ਲਘੂ ਅਰਧ ਵਿਆਸੀ ਖੰਡ ਅਖਵਾਉਂਦਾ ਹੈ। ਅਰਧ ਵਿਆਸੀ ਖੰਡ ਜੋ ਕਿ ਦੀਰਘ ਚਾਪ ਵੱਲੋਂ ਬਣਾਇਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ, ਦੀਰਘ ਅਰਧ ਵਿਆਸੀ ਖੰਡ ਅਖਵਾਉਂਦਾ ਹੈ।



ਦਿੱਤੀ ਹੋਈ ਆਕ੍ਰਿਤੀ ਵਿੱਚ, \widehat{AB} ਇੱਕ ਚਾਪ ਹੈ ਅਤੇ OA ਅਤੇ OB ਦੇ ਅਰਧ ਵਿਆਸ ਹਨ, ਜੋ ਕਿ ਚੱਕਰੀ ਖੇਤਰ ਨੂੰ ਦੋ ਹਿੱਸਿਆਂ ਵਿੱਚ ਵੰਡਦੇ ਹਨ। OACB ਲਘੂ ਅਰਧ ਵਿਆਸੀ ਖੰਡ ਹੈ ਅਤੇ OADB ਦੀਰਘ ਅਰਧ ਵਿਆਸੀ ਖੰਡ ਹੈ।

ਅਰਧ ਚੱਕਰ (Semi-circle): ਚੱਕਰ ਦਾ ਵਿਆਸ ਇਸਨੂੰ ਦੋ ਬਰਾਬਰ ਭਾਗਾਂ ਵਿੱਚ ਵੰਡਦਾ ਹੈ। ਹਰੇਕ ਭਾਗ ਅਰਧ ਚੱਕਰ ਅਖਵਾਉਂਦਾ ਹੈ।

ਦਿੱਤੀ ਹੋਈ ਆਕ੍ਰਿਤੀ ਵਿੱਚ, AB ਕੇਂਦਰ O ਵਾਲੇ ਚੱਕਰ ਦਾ ਵਿਆਸ ਹੈ। ਹਰੇਕ ਭਾਗ AXB ਅਤੇ AYB ਜਿਸ ਵਿੱਚ ਚੱਕਰ ਨੂੰ ਵੰਡਿਆ ਗਿਆ ਹੈ, ਇੱਕ ਅਰਧ ਚੱਕਰ ਹੈ।

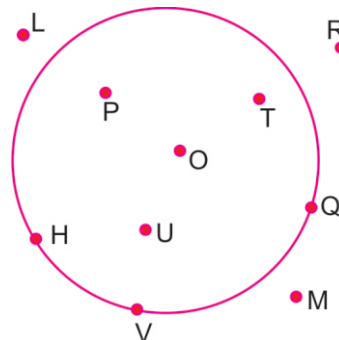


8.14 ਇੱਕ ਚੱਕਰ ਦਾ ਅੰਦਰੂਨੀ ਅਤੇ ਬਾਹਰੀ ਭਾਗ (Interior and Exterior of a circle)

ਇੱਕ ਚੱਕਰ ਇੱਕ ਸਮਤਲ ਵਿੱਚ ਸਾਰੇ ਬਿੰਦੂਆਂ ਨੂੰ ਤਿੰਨ ਭਾਗਾਂ ਵਿੱਚ ਵੰਡਦਾ ਹੈ।

- (i) ਸਮਤਲ ਦਾ ਉਹ ਭਾਗ, ਜੋ ਉਨ੍ਹਾਂ ਸਾਰੇ ਬਿੰਦੂਆਂ ਤੋਂ ਬਣਿਆ ਹੁੰਦਾ ਹੈ, ਜਿਨ੍ਹਾਂ ਨੂੰ ਚੱਕਰ ਨੇ ਘੇਰਿਆ ਹੁੰਦਾ ਹੈ, ਚੱਕਰ ਦਾ ਅੰਦਰੂਨੀ ਭਾਗ ਅਖਵਾਉਂਦਾ ਹੈ।

ਆਕ੍ਰਿਤੀ ਵਿੱਚ, ਬਿੰਦੂ O, T, P, U ਚੱਕਰ ਦੇ ਅੰਦਰੂਨੀ ਭਾਗ ਵਿੱਚ ਹਨ।



- (ii) ਸਮਤਲ ਦਾ ਉਹ ਭਾਗ ਜੋ ਉਨ੍ਹਾਂ ਸਾਰੇ ਬਿੰਦੂਆਂ ਤੋਂ ਬਣਿਆ ਹੁੰਦਾ ਹੈ, ਜੋ ਚੱਕਰ ਦੇ ਉੱਪਰ ਹੋਣ, ਚੱਕਰ ਦੀ ਸੀਮਾ ਅਖਵਾਉਂਦਾ ਹੈ।

ਆਕ੍ਰਿਤੀ ਵਿੱਚ, ਬਿੰਦੂ V, Q, H ਚੱਕਰ ਦੀ ਸੀਮਾ ਉੱਪਰ ਹਨ।

- ਇੱਕ ਚੱਕਰ ਦੀ ਸੀਮਾ ਦੀ ਲੰਬਾਈ ਚੱਕਰ ਦੇ ਘੇਰੇ (ਪਰਿਮਾਪ) ਵਜੋਂ ਵੀ ਜਾਣੀ ਜਾਂਦੀ ਹੈ।
- ਚੱਕਰ ਦਾ ਅੰਦਰੂਨੀ ਭਾਗ ਅਤੇ ਸੀਮਾ ਚੱਕਰੀ ਖੇਤਰ ਬਣਾਉਂਦੇ ਹਨ।

- (iii) ਸਮਤਲ ਦਾ ਉਹ ਭਾਗ ਜੋ ਉਨ੍ਹਾਂ ਸਾਰੇ ਬਿੰਦੂਆਂ ਤੋਂ ਬਣਿਆ ਹੈ, ਜਿਨ੍ਹਾਂ ਨੂੰ ਚੱਕਰ ਨੇ ਨਹੀਂ ਘੇਰਿਆ ਹੁੰਦਾ, ਚੱਕਰ ਦਾ ਬਾਹਰੀ ਭਾਗ ਅਖਵਾਉਂਦਾ ਹੈ।

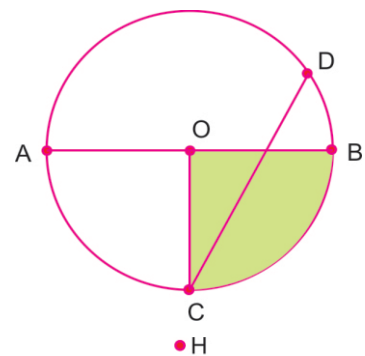
ਆਕ੍ਰਿਤੀ ਵਿੱਚ, ਬਿੰਦੂ L, R ਅਤੇ M ਚੱਕਰ ਦੇ ਬਾਹਰੀ ਭਾਗ 'ਤੇ ਹਨ।

ਆਓ ਕੁੱਝ ਉਦਾਹਰਨਾਂ ਵੇਖੀਏ:

ਉਦਾਹਰਨ 16 : ਦਿੱਤੇ ਹੋਏ ਚਿੱਤਰ ਨੂੰ ਵੇਖ ਕੇ ਹੇਠ ਲਿਖਿਆਂ ਦੇ ਨਾਮ ਲਿਖੋ:

- | | | | |
|---------------------------|------------------------------|------------|-----------|
| (i) ਕੇਂਦਰ | (ii) ਅਰਧ ਵਿਆਸ | (iii) ਵਿਆਸ | (iv) ਜੀਵਾ |
| (v) ਛਾਇਆ-ਅੰਕਿਤ ਭਾਗ ਦੀ ਚਾਪ | (vi) ਛਾਇਆ-ਅੰਕਿਤ ਅਰਧਵਿਆਸੀ ਖੰਡ | | |

- ਹੱਲ :
- ਕੇਂਦਰ - O
 - ਅਰਧਵਿਆਸ : OA, OB, OC
 - ਵਿਆਸ : AB
 - ਜੀਵਾ : AB, CD
 - ਚਾਪ : \widehat{CB} ਜਾਂ \widehat{AC}
 - ਅਰਧ ਵਿਆਸੀ ਖੰਡ : OBC

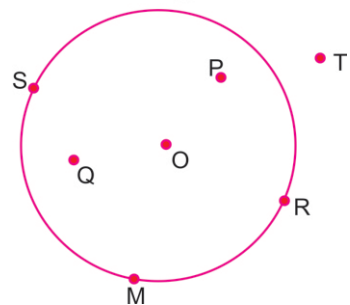


ਉਦਾਹਰਨ 17: ਦਿੱਤੇ ਹੋਏ ਚੱਕਰ ਵਿੱਚ ਬਿੰਦੂਆਂ ਦੇ ਨਾਮ ਦੱਸੋ ਜੋ:

- ਇਸਦੇ ਅੰਦਰੂਨੀ ਭਾਗ ਵਿੱਚ ਹੋਣ।
- ਇਸਦੇ ਬਾਹਰੀ ਭਾਗ ਵਿੱਚ ਹੋਣ।
- ਇਸਦੀ ਸੀਮਾ ਉੱਤੇ ਹੋਣ।

ਹੱਲ:

- ਚੱਕਰ ਦੇ ਅੰਦਰੂਨੀ ਭਾਗ ਵਿੱਚ ਬਿੰਦੂ = O, P, Q
- ਚੱਕਰ ਦੇ ਬਾਹਰੀ ਭਾਗ ਵਿੱਚ ਬਿੰਦੂ = T, H
- ਚੱਕਰ ਦੀ ਸੀਮਾ ਉੱਤੇ ਬਿੰਦੂ = S, M, R



ਉਦਾਹਰਨ 18: ਚੱਕਰ ਦਾ ਅਰਧ ਵਿਆਸ 3ਸਮ ਹੈ। ਚੱਕਰ ਦਾ ਵਿਆਸ ਪਤਾ ਕਰੋ।

ਹੱਲ:

$$\begin{aligned}\text{ਚੱਕਰ ਦਾ ਅਰਧ ਵਿਆਸ} &= 3\text{ਸਮ} \\ \text{ਅਸੀਂ ਜਾਣਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਵਿਆਸ} &= 2 \times \text{ਅਰਧ ਵਿਆਸ} \\ &= 2 \times 3 = 6 \text{ ਸਮ}\end{aligned}$$

ਉਦਾਹਰਨ 19: ਜੇਕਰ ਚੱਕਰ ਦਾ ਵਿਆਸ 20ਸਮ ਹੈ, ਤਾਂ ਚੱਕਰ ਦਾ ਅਰਧਵਿਆਸ ਪਤਾ ਕਰੋ।

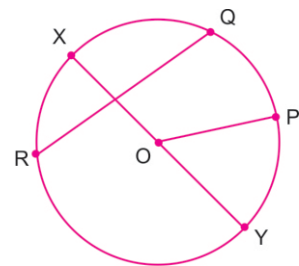
ਹੱਲ:

$$\begin{aligned}\text{ਦਿੱਤਾ ਹੈ ਚੱਕਰ ਦਾ ਵਿਆਸ} &= 20\text{ਸਮ} \\ \therefore \text{ਚੱਕਰ ਦਾ ਅਰਧ ਵਿਆਸ} &= \text{ਵਿਆਸ} \div 2 \\ &= 20 \div 2 = 10 \text{ ਸਮ}\end{aligned}$$

ਅਭਿਆਸ 8.6

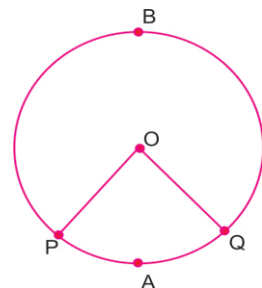
1. ਦਿੱਤੀ ਹੋਈ ਆਕ੍ਰਿਤੀ ਵਿੱਚ ਹੇਠ ਲਿਖਿਆਂ ਦੇ ਨਾਮ ਲਿਖੋ:-

- ਕੇਂਦਰ
- ਅਰਧ ਵਿਆਸ
- ਵਿਆਸ
- ਜੀਵਾ



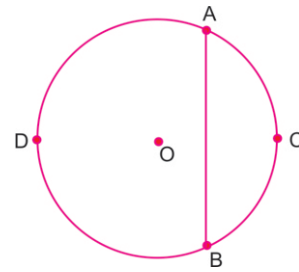
2. ਦਿੱਤੇ ਹੋਏ ਚਿੱਤਰ ਵਿੱਚ ਹੇਠ ਲਿਖਿਆਂ ਦੇ ਨਾਮ ਲਿਖੋ:

- ਲਘੂ ਚਾਪ
- ਦੀਰਘ ਚਾਪ
- ਲਘੂ ਅਰਧ ਵਿਆਸੀ ਖੰਡ
- ਦੀਰਘ ਅਰਧ ਵਿਆਸੀ ਖੰਡ



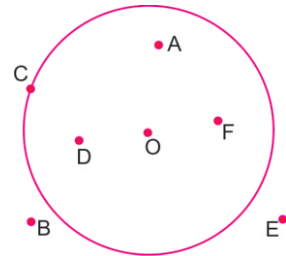
3. ਦਿੱਤੇ ਹੋਏ ਚਿੱਤਰ ਵਿੱਚ, ਹੇਠ ਲਿਖਿਆਂ ਦੇ ਨਾਮ ਲਿਖੋ-

- (i) ਲਘੂ ਚੱਕਰਖੰਡ
- (ii) ਦੀਰਘ ਚੱਕਰ ਖੰਡ



4. ਦਿੱਤੇ ਹੋਏ ਚੱਕਰ ਵਿੱਚ ਬਿੰਦੂਆਂ ਦੇ ਨਾਮ ਦੱਸੋ ਜੋ:-

- (i) ਇਸਦੇ ਅੰਦਰੂਨੀ ਭਾਗ ਵਿੱਚ ਹੋਣ।
- (ii) ਇਸਦੀ ਸੀਮਾ ਉੱਤੇ (ਘੇਰਾ) ਹੋਣ।
- (iii) ਇਸਦੇ ਬਾਹਰੀ ਭਾਗ ਵਿੱਚ ਹੋਣ।



5. ਉਸ ਚੱਕਰ ਦਾ ਵਿਆਸ ਪਤਾ ਕਰੋ, ਜਿਸਦਾ ਅਰਧ ਵਿਆਸ ਹੈ:-

- (i) 5ਸਮ (ii) 4ਮੀਟਰ (iii) 10ਸਮ

6. ਜੇਕਰ ਚੱਕਰ ਦਾ ਵਿਆਸ 12ਸਮ ਹੈ, ਤਾਂ ਇਸਦਾ ਅਰਧ ਵਿਆਸ ਪਤਾ ਕਰੋ।

7. ਖਾਲੀ ਸਥਾਨ ਭਰੋ:-

- (i) ਇੱਕ ਚੱਕਰ ਦੇ ਆਲੇ-ਦੁਆਲੇ ਦੀ ਦੂਰੀ ਅਖਵਾਉਂਦੀ ਹੈ।
- (ii) ਇੱਕ ਚੱਕਰ ਦਾ ਵਿਆਸ, ਇਸਦੇ ਅਰਧ ਵਿਆਸ ਦਾ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।
- (iii) ਚੱਕਰ ਦੀ ਸਭ ਤੋਂ ਵੱਡੀ ਜੀਵਾ ਹੈ।
- (iv) ਇੱਕ ਚੱਕਰ ਦੇ ਸਾਰੇ ਅਰਧ ਵਿਆਸ ਲੰਬਾਈ ਦੇ ਹੁੰਦੇ ਹਨ।
- (v) ਇੱਕ ਚੱਕਰ ਦਾ ਵਿਆਸ ਵਿੱਚ ਲੰਘਦਾ ਹੈ।
- (vi) ਇੱਕ ਚੱਕਰ ਸਮਤਲ ਵਿੱਚ ਸਾਰੇ ਬਿੰਦੂਆਂ ਨੂੰ ਭਾਗਾਂ ਵਿੱਚ ਵੰਡਦਾ ਹੈ।

8. ਸਹੀ ਜਾਂ ਗਲਤ ਦੱਸੋ-

- (i) ਇੱਕ ਚੱਕਰ ਦਾ ਵਿਆਸ ਇਸਦੇ ਅਰਧ ਵਿਆਸ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।
- (ii) ਵਿਆਸ ਚੱਕਰ ਕੀ ਇੱਕ ਜੀਵਾ ਹੈ।
- (iii) ਅਰਧ ਵਿਆਸ ਚੱਕਰ ਦੀ ਇੱਕ ਜੀਵਾ ਹੈ।
- (iv) ਹਰੇਕ ਚੱਕਰ ਦਾ ਇੱਕ ਕੇਂਦਰ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।
- (v) ਇੱਕ ਵਤਰ ਅਤੇ ਚਾਪ ਵੱਲੋਂ ਘੇਰਿਆ ਗਿਆ ਖੇਤਰ, ਚੱਕਰੀਖੰਡ ਅਖਵਾਉਂਦਾ ਹੈ।



● ਬਹੁ-ਵਿਕਲਪੀ ਪ੍ਰਸ਼ਨ ●

1. ਇੱਕ ਬਿੰਦੂ ਵਿੱਚੋਂ ਕਿੰਨੀਆਂ ਰੇਖਾਵਾਂ ਲੰਘ ਸਕਦੀਆਂ ਹਨ?

- (a) 1 (b) 2 (c) 4 (d) ਅਣਗਿਣਤ

2. ਇੱਕ ਰੇਖਾ ਉੱਪਰ ਬਿੰਦੂਆਂ ਦੀ ਸੰਖਿਆ ਹੁੰਦੀ ਹੈ।

- (a) 2 (b) 4 (c) 1 (d) ਅਣਗਿਣਤ

3. ਦੋ ਬਿੰਦੂਆਂ ਵਿੱਚੋਂ ਲੰਘਣ ਵਾਲੀਆਂ ਰੇਖਾਵਾਂ ਦੀ ਸੰਖਿਆ ਹੁੰਦੀ ਹੈ।

- (a) 1 (b) 2 (c) 3 (d) ਅਣਗਿਣਤ

4. ਇੱਕ ਬੰਦ ਵਕਰ ਤਲ ਨੂੰ ਕਿੰਨੇ ਭਾਗਾਂ ਵਿੱਚ ਵੰਡਦਾ ਹੈ?

- (a) 1 (b) 2 (c) 3 (d) 4

5. ਇੱਕ ਚਤੁਰਭੁਜ ਦੇ ਵਿਕਰਨ ਹੁੰਦੇ ਹਨ।

- (a) 1 (b) 2 (c) 3 (d) 4

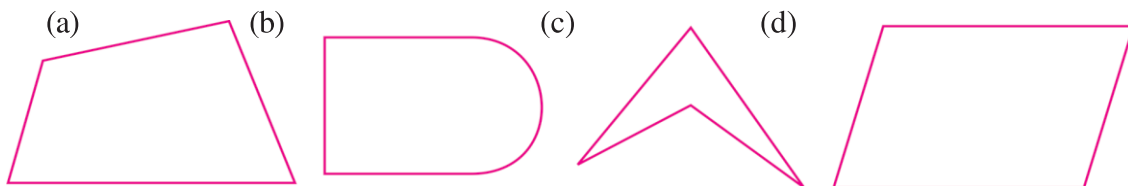
6. ਹੇਠ ਦਿੱਤੀਆਂ ਵਿੱਚ ਕਿਹੜਾ ਇੱਕ ਬਹੁਭੁਜ ਨਹੀਂ ਹੈ?

- (a) ਤ੍ਰਿਭੁਜ (b) ਪੰਜਭੁਜ (c) ਚੱਕਰ (d) ਚਤੁਰਭੁਜ

7. ਇੱਕ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੇ ਭਾਗ ਹੁੰਦੇ ਹਨ।

- (a) 3 (b) 6 (c) 9 (d) 2

8. ਹੇਠ ਦਿੱਤੀਆਂ ਵਿੱਚੋਂ ਕਿਹੜਾ ਇੱਕ ਚਤੁਰਭੁਜ ਨਹੀਂ ਹੈ?



9. ਇੱਕ ਚਤੁਰਭੁਜ ਦੇ ਸਨਮੁੱਖ ਸਿਖਰਾਂ ਨੂੰ ਜੋੜਨ ਵਾਲਾ ਰੇਖਾਖੰਡ ਅਖਵਾਉਂਦਾ ਹੈ।

- (a) ਵਿਕਰਨ (b) ਭੁਜਾ (c) ਕੋਣ (d) ਖੇਤਰ

10. ਇੱਕ ਚੱਕਰ ਦਾ ਅਰਧ ਵਿਆਸ 4 ਸਮ ਹੈ ਤਾਂ ਵਿਆਸ ਹੈ।

- (a) 8 ਸਮ (b) 2 ਸਮ (c) 6 ਸਮ (d) 12 ਸਮ

11. ਇੱਕ ਚੱਕਰ ਦਾ ਵਿਆਸ 12 ਸਮ ਹੈ ਤਾਂ ਅਰਧ ਵਿਆਸ ਹੈ।

- (a) 24 ਸਮ (b) 6 ਸਮ (c) 18 ਸਮ (d) 4 ਸਮ

12. ਇੱਕ ਚੱਕਰ ਦੀ ਸਭ ਤੋਂ ਵੱਡੀ ਵਤਰ ਹੈ।

- (a) ਚਾਪ (b) ਪਰਿਮਾਪ (c) ਵਿਆਸ (d) ਅਰਧ ਵਿਆਸ



● ਸਿੱਖਣ ਦੇ ਪਰਿਣਾਮ ●

ਇਸ ਅਧਿਆਇ ਦੀ ਪੂਰਨਤਾ ਦੇ ਬਾਅਦ, ਵਿਦਿਆਰਥੀ :

- ਬਿੰਦੂ, ਰੇਖਾ, ਰੇਖਾਖੰਡ ਅਤੇ ਕਿਰਨ ਬਾਰੇ ਜਾਨਣ ਦੇ ਯੋਗ ਹਨ।
- ਵਕਰ ਅਤੇ ਇਸਦੀਆਂ ਕਿਸਮਾਂ ਬਾਰੇ ਜਾਨਣ ਦੇ ਯੋਗ ਹਨ।
- ਬਹੁਭੁਜ ਦੀਆਂ ਵੱਖ-ਵੱਖ ਕਿਸਮਾਂ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਜਾਂ ਚਤੁਰਭੁਜ ਆਦਿ ਅਤੇ ਉਹਨਾਂ ਦੇ ਭਾਗਾਂ ਬਾਰੇ ਜਾਨਣ ਦੇ ਯੋਗ ਹਨ।
- ਚੱਕਰ ਅਤੇ ਇਸਦੇ ਭਾਗਾਂ ਬਾਰੇ ਜਾਨਣ ਦੇ ਯੋਗ ਹਨ।
- ਰੇਖਾ ਗਣਿਤਿਕ ਧਾਰਨਾਵਾਂ ਨੂੰ ਆਲੇ-ਦੁਆਲੇ ਵਿੱਚ ਪਛਾਨਣ ਦੇ ਯੋਗ ਹਨ।



ਉੱਤਰਮਾਲਾ

ਅਭਿਆਸ 8.1

2. AB, AC, AD, BC, CD, BD 3. ਅਣਗਿਣਤ 4. ਅਣਗਿਣਤ 5. ਇੱਕ

6. (i) O, A, B, C, D, ਜਾਂ E (ii) \overline{BE} (iii) \overrightarrow{OA} , \overrightarrow{OB} , \overrightarrow{OC} , \overrightarrow{OD} ਜਾਂ \overrightarrow{OE}

(iv) OA, OB, OC, OD, OE, DE

7. \overrightarrow{PQ} , \overrightarrow{PR} , \overrightarrow{QR}

8. (i) ℓ ਅਤੇ m (ii) p ਅਤੇ n, n ਅਤੇ ℓ , n ਅਤੇ m, p ਅਤੇ ℓ , p ਅਤੇ m.

(iii) m ਅਤੇ n (iv) P, Q, S ਅਤੇ P, R, T

9. (i) n ਅਤੇ p, q ਅਤੇ p, n ਅਤੇ q

(ii) m ਅਤੇ ℓ , m ਅਤੇ n, m ਅਤੇ p, m ਅਤੇ q, ℓ ਅਤੇ n, ℓ ਅਤੇ p, ℓ ਅਤੇ q

(iii) p ਅਤੇ ℓ . (iv) E

(v) G, E, C, A ਅਤੇ F, D, C, B

10. (i) ℓ , n (ii) ℓ ਅਤੇ m (iii) B (iv) m ਅਤੇ ℓ , n ਅਤੇ ℓ .

11. (i) F (ii) T (iii) F (iv) F (v) T

ਅਭਿਆਸ 8.2

1. (a) ਸਰਲ ਵਕਰ : (i), (iii), (iv), (vi), (vii), (viii)

(b) ਖੁੱਲ੍ਹਾ ਵਕਰ : (iii), (vi), (viii) ਬੰਦ ਵਕਰ : (i), (ii), (iv), (v), (vii)

2. (ii), (iii), (v)

4. (i) A, B, Q (ii) R, N (iii) P, M

5. (i) D, E, A, B, C (ii) AB, BC, CD, DE, EA

(iii) AC, AD, BE, BD, CE (iv) AE ਅਤੇ BC (v) A ਅਤੇ D

ਅਭਿਆਸ 8.3

1. (i) $\angle DEF$, $\angle FED$, $\angle E$, $\angle a$ (ii) $\angle XOY$, $\angle YOX$, $\angle O$, $\angle 1$

(iii) $\angle NOM$, $\angle MON$, $\angle O$, $\angle x$

2.

	(i)	(ii)	(iii)
ਸਿਖਰ	B	Q	O
ਭੁਜਾਵਾਂ	\overrightarrow{BC} , \overrightarrow{BA}	\overrightarrow{QP} , \overrightarrow{QR}	\overrightarrow{OS} , \overrightarrow{OP}

3. (i) $\angle X$, $\angle Y$, $\angle Z$ (ii) $\angle P$, $\angle Q$, $\angle R$, $\angle S$ (iii) $\angle AOB$, $\angle BOC$, $\angle AOC$

4. (i) A, X, M (ii) H, L (iii) D, B, O, E

5. (i) $\angle S$ ਜਾਂ $\angle PSR$ ਜਾਂ $\angle RSP$ (ii) $\angle RPQ$ ਜਾਂ $\angle QPR$ (iii) $\angle SRP$ ਜਾਂ $\angle PRS$

(iv) $\angle Q$ ਜਾਂ $\angle RQP$ ਜਾਂ $\angle PQR$ (v) $\angle PRQ$ ਜਾਂ $\angle QRP$

ਅਭਿਆਸ 8.4

1. (i) $\triangle ABC$, $\triangle ACB$, $\triangle BAC$, $\triangle BCA$, $\triangle CAB$, $\triangle CBA$.

(ii) $\triangle XYZ$, $\triangle XZY$, $\triangle YZX$, $\triangle YXZ$, $\triangle ZXY$, $\triangle ZYX$.

(iii) $\triangle LMN$, $\triangle LNM$, $\triangle MNL$, $\triangle MLN$, $\triangle NML$, $\triangle NLM$.

2.

	(i)	(ii)	(iii)
ਸਿਖਰ	P, R, Q	D, E, F	T, P, S
ਭੁਜਾਵਾਂ	PR, QR, PQ	DE, EF, DF	TP, PS, TS
ਕੋਣ	$\angle P, \angle R, \angle Q$	$\angle D, \angle E, \angle F$	$\angle T, \angle P, \angle S$

3. (i) G, A, E, C, M (ii) P, X, D (iii) Y, B

4. (i) $\triangle AOD, \triangle DOC, \triangle BOC, \triangle AOB, \triangle ABD, \triangle BCD, \triangle ACD, \triangle ABC$

(ii) $\triangle AOB, \triangle BOC, \triangle COD, \triangle AOD$

(iii) $\triangle AOB, \triangle AOD, \triangle ABD, \triangle ABC, \triangle ACD$

5. (i) 3 (ii) 3 (iii) 3 (iv) 3 (v) 6

ਅਭਿਆਸ 8.5

1. (i) 2. (i) ABCD (ii) PQRS (iii) XYZW

3. (i) ਸਿਖਰ = O, N, M, L ; ਕੋਣ = $\angle O, \angle N, \angle M, \angle L$

ਭੁਜਾਵਾਂ = ON, NM, ML, LO; ਵਿਕਰਨ = OM, NL

(ii) ਸਿਖਰ = H, G, F, E ; ਕੋਣ = $\angle H, \angle G, \angle F, \angle E$

ਭੁਜਾਵਾਂ = HG, GF, FE, EH ; ਵਿਕਰਨ = EG, FH

4. (i) DC (ii) $\angle A$ ਅਤੇ $\angle C$ (iii) BD (iv) $\angle C$ (v) AD ਅਤੇ BC

5. (i) L, N, C (ii) B, O, X (iii) P, M, U, Y, J, A

6. (i) 4 (ii) 4 (iii) 4 (iv) 2 (v) 2 (vi) ਵਿਕਰਨ (viii) ਚਤੁਰਭੁਜ

7. (i) ਗਲਤ (ii) ਗਲਤ (iii) ਸਹੀ (iv) ਗਲਤ (v) ਗਲਤ

ਅਭਿਆਸ 8.6

1. (i) O (ii) OP, OX, OY (iii) XY (iv) XY ਅਤੇ QR

2. (i) \widehat{PAQ} (ii) \widehat{PBQ} (iii) OPAQ (iv) OPBQ

3. (i) ACBA (ii) ADBA

4. (i) A, O, F, D (ii) C (iii) B, E

5. (i) 10ਸਮ (ii) 8ਮੀਟਰ (iii) 20ਸਮ 6. 6ਸਮ

7. (i) ਘੇਰਾ ਜਾਂ ਪਰਿਮਾਪ (ii) ਦੁੱਗਣਾ (iii) ਵਿਆਸ (iv) ਬਰਾਬਰ (v) ਕੇਂਦਰ (vi) 3

8. (i) ਗਲਤ (ii) ਸਹੀ (iii) ਗਲਤ (iv) ਸਹੀ (v) ਸਹੀ

ਬਹੁ-ਵਿਕਲਪੀ ਪ੍ਰਸ਼ਨ

- (1) d (2) d (3) a (4) c (5) b (6) c
(7) b (8) b (9) a (10) a (11) b (12) c





ਆਰੰਭਿਕ ਆਕਾਰਾਂ ਨੂੰ ਸਮਝਣਾ

(UNDERSTANDING ELEMENTARY SHAPES)



ਉਦੇਸ਼

ਇਸ ਅਧਿਆਇ ਵਿੱਚ, ਤੁਸੀਂ ਸਿੱਖੋਗੇ

- ਵੱਖ-ਵੱਖ ਤਰੀਕਿਆਂ ਨਾਲ ਰੇਖਾਖੰਡਾਂ ਦੀ ਤੁਲਨਾ ਕਰਨਾ।
- ਰੇਖਾਖੰਡਾਂ, ਕੋਣਾਂ ਆਦਿ ਨੂੰ ਮਾਪਣਾ।
- ਆਲੇ-ਦੁਆਲੇ ਦੀਆਂ ਉਦਾਹਰਨਾਂ ਰਾਹੀਂ ਕੋਣਾਂ ਨੂੰ ਸਮਝਣਾ।

9.1 ਭੂਮਿਕਾ (Introduction)

ਪਿਛਲੇ ਅਧਿਆਇ ਵਿੱਚ, ਅਸੀਂ ਕੁਝ ਮੁੱਢਲੀਆਂ ਰੇਖਾਗਣਿਤਿਕ ਧਾਰਨਾਵਾਂ ਜਿਵੇਂ ਕਿ ਬਿੰਦੂ, ਰੇਖਾ, ਕਿਰਨ, ਰੇਖਾਖੰਡ, ਕੋਣ, ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਆਦਿ ਬਾਰੇ ਪੜ੍ਹਿਆ ਹੈ।

ਸਾਡੇ ਆਲੇ-ਦੁਆਲੇ ਦੇ ਮੁੱਢਲੇ ਆਕਾਰ ਜਾਂ ਤਾਂ ਸਿੱਧੀਆਂ ਰੇਖਾਵਾਂ ਤੋਂ ਬਣੇ ਹੁੰਦੇ ਹਨ ਜਾਂ ਵਕਰ ਰੇਖਾਵਾਂ ਤੋਂ। ਉਨ੍ਹਾਂ ਦੇ ਕੋਨੇ, ਕਿਨਾਰੇ ਅਤੇ ਸਮਤਲ ਹੁੰਦੇ ਹਨ। ਉਹ ਖੁੱਲ੍ਹੇ ਜਾਂ ਬੰਦ ਵਕਰ ਹੋ ਸਕਦੇ ਹਨ। ਅਸੀਂ ਉਨ੍ਹਾਂ ਨੂੰ ਰੇਖਾ ਖੰਡਾਂ, ਕੋਣਾਂ, ਬਹੁਭੁਜਾਂ, ਚੱਕਰਾਂ ਆਦਿ ਵਿੱਚ ਵਰਗੀਕਰਨ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹਾਂ। ਇਨ੍ਹਾਂ ਸਾਰੀਆਂ ਸ਼ਕਲਾਂ ਦੇ ਵੱਖ-ਵੱਖ ਆਕਾਰ ਅਤੇ ਮਾਪ ਹੁੰਦੇ ਹਨ। ਆਓ ਇਨ੍ਹਾਂ, ਆਕਾਰਾਂ ਨੂੰ ਮਾਪਣਾ ਅਤੇ ਇਹਨਾਂ ਦੀ ਤੁਲਨਾ ਕਰਨਾ ਸਿੱਖਦੇ ਹਾਂ।

9.2 ਰੇਖਾਖੰਡਾਂ ਨੂੰ ਮਾਪਣਾ ਅਤੇ ਤੁਲਨਾ ਕਰਨਾ (Measuring And Comparing line Segments)

ਅਸੀਂ ਜਾਣਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਇੱਕ ਰੇਖਾਖੰਡ ਇੱਕ ਰੇਖਾ ਦਾ ਭਾਗ ਹੁੰਦਾ ਹੈ, ਜਿਸਦੇ ਦੋ ਅੰਤ-ਬਿੰਦੂ ਹੁੰਦੇ ਹਨ।



ਇਸ ਪ੍ਰਕਾਰ, ਇੱਕ ਤਲ ਵਿੱਚ ਦੋ ਬਿੰਦੂ ਕੇਵਲ ਇੱਕ ਰੇਖਾ ਖੰਡ ਨੂੰ ਨਿਰਧਾਰਿਤ ਕਰਦੇ ਹਨ। ਰੇਖਾਖੰਡ ਦਾ ਮਾਪ ਭਾਵ ਇਨ੍ਹਾਂ ਦੋ ਬਿੰਦੂਆਂ ਵਿਚਕਾਰ ਸਭ ਤੋਂ ਘੱਟ ਦੂਰੀ, ਇਸਦੀ ਲੰਬਾਈ ਅਖਾਉਂਦੀ ਹੈ। ਇਸਨੂੰ ਮੀਟਰਾਂ, ਸੈਂਟੀਮੀਟਰਾਂ, ਮਿਲੀਮੀਟਰਾਂ ਆਦਿ ਵਿੱਚ ਮਾਪਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਇੱਕ ਰੇਖਾਖੰਡ, ਇੱਕ ਰੇਖਾ ਦੀ ਨਿਸ਼ਚਿਤ ਲੰਬਾਈ ਹੁੰਦੀ ਹੈ, ਪਰ ਇਸਦੀ ਨਾ ਚੌੜਾਈ ਹੁੰਦੀ ਹੈ, ਨਾ ਮੋਟਾਈ। ਇੱਕ ਰੇਖਾਖੰਡ ਦੀ ਨਿਸ਼ਚਿਤ ਲੰਬਾਈ ਇਸਦੇ ਮਾਪ ਅਤੇ ਤੁਲਨਾ ਨੂੰ ਸੰਭਵ ਬਣਾਉਂਦੀ ਹੈ।

9.2.1 ਰੇਖਾਖੰਡਾਂ ਦੀ ਤੁਲਨਾ ਕਰਨਾ (Comparing line segments)

ਦੋ ਰੇਖਾਖੰਡਾਂ ਦੀ ਤੁਲਨਾ ਕਰਨ ਤੋਂ ਭਾਵ ਹੈ, ਦੋਹਾਂ ਵਿਚੋਂ ਛੋਟਾ ਜਾਂ ਵੱਡਾ ਰੇਖਾਖੰਡ ਪਤਾ ਕਰਨਾ। ਅਸੀਂ ਵੱਖ-ਵੱਖ ਢੰਗਾਂ ਨਾਲ ਦੋ ਰੇਖਾਖੰਡਾਂ ਦੀ ਤੁਲਨਾ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹਾਂ।

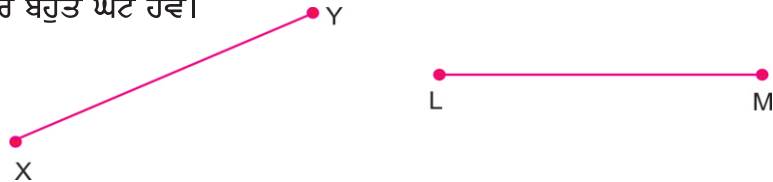
ਵਿਧੀ 1.

ਦੇਖ ਕੇ ਤੁਲਨਾ

AB ਅਤੇ CD ਰੇਖਾ ਖੰਡਾਂ ਨੂੰ ਵੇਖੋ।



ਸਿਰਫ ਉਨ੍ਹਾਂ ਨੂੰ ਵੇਖ ਕੇ, ਅਸੀਂ ਅਸਾਨੀ ਨਾਲ ਪਤਾ ਲਗਾ ਸਕਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਰੇਖਾ ਖੰਡ AB, CD ਨਾਲੋਂ ਛੋਟਾ ਹੈ, ਭਾਵ $\overline{AB} < \overline{CD}$. ਪਰ ਇਹ ਉਸ ਸਮੇਂ ਸੰਭਵ ਨਹੀਂ ਹੈ, ਜੇ ਉਨ੍ਹਾਂ ਦੀਆਂ ਲੰਬਾਈਆਂ ਵਿਚਕਾਰ ਅੰਤਰ ਬਹੁਤ ਘੱਟ ਹੋਵੇ।



ਇੱਥੇ ਦੋਵੇਂ ਰੇਖਾਖੰਡ XY ਅਤੇ LM ਸਮਾਨ ਲੰਬਾਈ ਦੇ ਪ੍ਰਤੀਤ ਹੁੰਦੇ ਹਨ ਅਤੇ ਸਿਰਫ ਵੇਖ ਕੇ ਇਹ ਦੱਸਣਾ ਮੁਸ਼ਕਿਲ ਹੈ ਕਿ ਕਿਹੜਾ ਵੱਡਾ ਹੈ ਜਾਂ ਕਿਹੜਾ ਛੋਟਾ।

ਇਸ ਲਈ, ਸਾਨੂੰ ਤੁਲਨਾ ਕਰਨ ਲਈ ਕੁੱਝ ਸਟੀਕ ਵਿਧੀਆਂ ਦੀ ਲੋੜ ਹੈ।

ਵਿਧੀ 2.

ਟਰੇਸਿੰਗ ਰਾਹੀਂ ਤੁਲਨਾ : ਆਓ AB ਅਤੇ CD ਦੀ ਤੁਲਨਾ ਟਰੇਸਿੰਗ ਵਿਧੀ ਰਾਹੀਂ ਕਰੀਏ।

ਟਰੇਸਿੰਗ ਪੇਪਰ ਉੱਪਰ AB ਨੂੰ ਟਰੇਸ ਕਰੋ ਅਤੇ ਇਸ ਨੂੰ CD ਉੱਪਰ ਇਸ ਪ੍ਰਕਾਰ ਰੱਖੋ ਕਿ ਬਿੰਦੂ A, ਬਿੰਦੂ C ਨਾਲ ਸੰਪਾਤੀ ਤੋਂ ਜਾਵੇ।



ਇਥੇ ਤਿੰਨ ਸੰਭਾਵਨਾਵਾਂ ਹੋ ਸਕਦੀਆਂ ਹਨ:

- (i) B, C ਅਤੇ D ਦੇ ਵਿਚਕਾਰ ਹੈ। ਅਸੀਂ ਆਖਦੇ ਹਾਂ ਕਿ AB, CD ਤੋਂ ਛੋਟਾ ਹੈ ਭਾਵ $AB < CD$



- (ii) B ਪੂਰੀ ਤਰ੍ਹਾਂ D ਦੇ ਉੱਪਰ ਹੈ। ਅਸੀਂ ਆਖਦੇ ਹਾਂ ਕਿ AB, CD ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੈ ਭਾਵ $AB = CD$.



- (iii) B, D ਤੋਂ ਪਰਾਂ ਹੈ। ਅਸੀਂ ਆਖਦੇ ਹਾਂ ਕਿ AB, CD ਤੋਂ ਵੱਡਾ ਹੈ ਭਾਵ $AB > CD$.

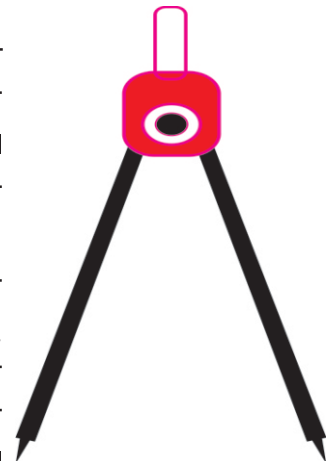


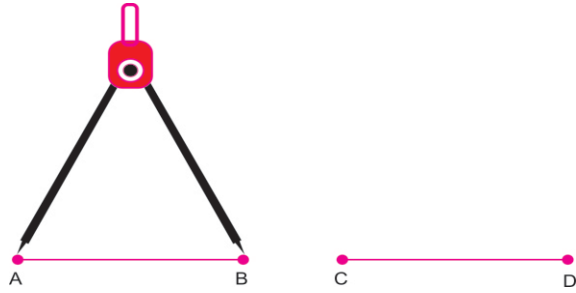
ਵਿਧੀ 3.

ਵਿਭਾਜਕ ਰਾਹੀਂ ਤੁਲਨਾ:

ਆਪਣੇ ਜਿਓਮੈਟਰੀ ਬਾਕਸ ਵਿੱਚ ਵੇਖੋ। ਤੁਸੀਂ ਦੋ ਨੁਕੀਲੀਆਂ ਭੁਜਾਵਾਂ, ਜੋ ਕਿ ਇੱਕ ਨੋਬ (Knob) ਦੀ ਮਦਦ ਨਾਲ ਜੁੜੀਆਂ ਹੁੰਦੀਆਂ ਹਨ, ਵਾਲੀ ਇੱਕ ਵਸਤੂ ਵੇਖੋਗੇ, ਇਸ ਵਸਤੂ ਨੂੰ ਵਿਭਾਜਕ ਵਜੋਂ ਜਾਣਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਆਓ ਵਿਭਾਜਕ ਦਾ ਪ੍ਰਯੋਗ ਕਰਕੇ ਦੋ ਰੇਖਾਖੰਡ AB ਅਤੇ CD ਦੀ ਤੁਲਨਾ ਕਰੀਏ।

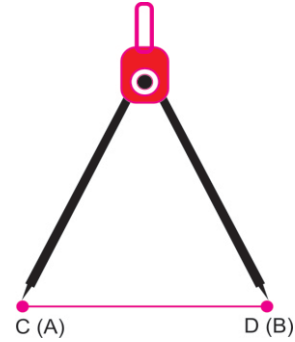
ਵਿਭਾਜਕ ਦੀ ਇੱਕ ਭੁਜਾ ਦੀ ਸੂਈ A ਉੱਤੇ ਰੱਖੋ ਅਤੇ ਦੂਸਰੀ ਭੁਜਾ ਨੂੰ ਧਿਆਨ ਨਾਲ ਖੋਲ੍ਹੋ ਤਾਂ ਜੋ ਇਹ B ਨਾਲ ਸੰਪਾਤੀ ਹੋ ਜਾਵੇ। ਹੁਣ, ਵਿਭਾਜਕ ਨੂੰ ਧਿਆਨ ਨਾਲ ਚੁੱਕ ਲਵੋ ਤਾਂ ਕਿ ਦੋ ਭੁਜਾਵਾਂ ਵਿਚਕਾਰ ਖੁੱਲ੍ਹਾ ਹਿੱਸਾ ਅਪਰਿਵਰਤਿਤ ਰਹੇ। ਰੇਖਾਖੰਡ CD ਦੇ C ਉੱਤੇ ਇੱਕ ਸੂਈ ਰੱਖੋ ਅਤੇ ਦੂਸਰੀ ਭੁਜਾ CD ਉੱਤੇ ਕਿਸੇ ਵੀ ਬਿੰਦੂ 'ਤੇ ਟਿੱਕ ਸਕਦੀ ਹੈ।



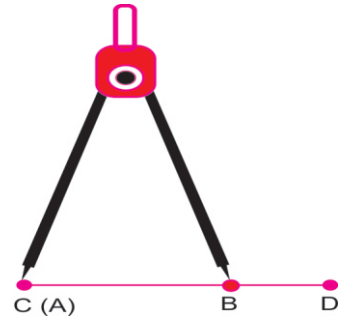


ਹੁਣ ਇਥੇ ਤਿੰਨ ਸੰਭਾਵਨਾਵਾਂ ਹਨ

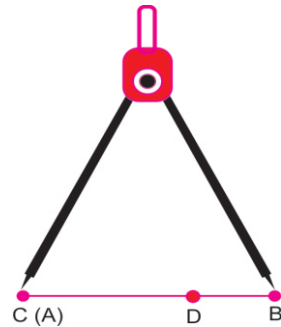
- (i) ਦੂਸਰੀ ਭੁਜਾ ਬਿਲਕੁੱਲ D ਉੱਤੇ
ਟਿੱਕਦੀ ਹੈ, ਤਾਂ $AB = CD$.



- (ii) ਦੂਸਰੀ ਭੁਜਾ C ਅਤੇ D ਦੇ ਵਿਚਕਾਰ
ਟਿੱਕਦੀ ਹੈ, ਤਾਂ $AB < CD$.



- (iii) ਦੂਸਰੀ ਭੁਜਾ D ਤੋਂ ਪਰੇ ਟਿੱਕਦੀ ਹੈ,
ਤਾਂ $AB > CD$.



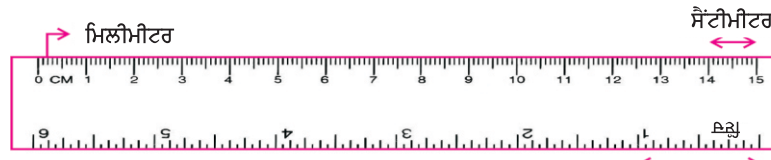
ਇਹ ਵਿਧੀਆਂ ਉੱਥੇ ਲਾਭਕਾਰੀ ਨਹੀਂ ਹਨ, ਜਿੱਥੇ ਅਸੀਂ ਜਾਨਣਾ ਚਾਹੁੰਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਇੱਕ ਰੇਖਾਖੰਡ ਦੂਸਰੇ ਤੋਂ ਕਿੰਨਾ ਵੱਡਾ ਜਾਂ ਛੋਟਾ ਹੈ। ਆਓ ਹੁਣ ਰੇਖਾਖੰਡਾਂ ਦੀ ਲੰਬਾਈ ਨੂੰ ਮਾਪਣਾ ਸਿੱਖੀਏ।

9.2.2 ਰੇਖਾਖੰਡਾਂ ਨੂੰ ਮਾਪਣਾ (Measurement of line segments)

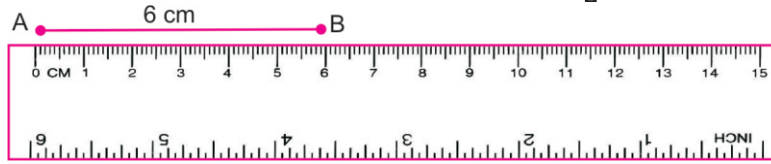
ਵਿਧੀ 1. ਛੁੱਟੇ ਨਾਲ ਮਾਪ।

ਇੱਕ ਰੇਖਾਖੰਡ ਨੂੰ ਮਾਪਣ ਲਈ, ਅਸੀਂ ਛੁੱਟੇ ਦਾ ਪ੍ਰਯੋਗ ਕਰਦੇ ਹਾਂ, ਜਿਸਦੇ ਇੱਕ ਕਿਨਾਰੇ 'ਤੇ ਸੈਂਟੀਮੀਟਰ ਚਿੰਨ੍ਹ ਅਤੇ ਦੂਸਰੇ ਕਿਨਾਰੇ 'ਤੇ ਇੱਕ ਵਾਲੇ ਚਿੰਨ੍ਹ ਹੁੰਦੇ ਹਨ।

ਧਿਆਨ ਨਾਲ ਦੇਖੋ ਕਿ ਹਰੇਕ ਸੈਂਟੀਮੀਟਰ (ਸਮ) ਦਸ ਬਰਾਬਰ ਹਿੱਸਿਆਂ ਵਿੱਚ ਵੰਡਿਆ ਹੋਇਆ ਹੈ ਅਤੇ ਹਰੇਕ ਹਿੱਸਾ ਮਿਲੀਮੀਟਰ (ਮਿ.ਮੀ.) ਅਖਵਾਉਂਦਾ ਹੈ।



AB ਨੂੰ ਮਾਪਣ ਲਈ, ਫੁੱਟੇ ਨੂੰ ਇਸ ਪ੍ਰਕਾਰ ਰੱਖੋ ਕਿ ਰੇਖਾਖੰਡ ਦਾ ਬਿੰਦੂ A ਫੁੱਟੇ ਦੇ '0' ਚਿੰਨ੍ਹ ਨਾਲ ਸੰਪਾਤੀ (ਮੇਲ ਖਾ ਜਾਵੇ) ਹੋ ਜਾਵੇ। ਫਿਰ ਫੁੱਟੇ ਉੱਪਰ ਬਿੰਦੂ B ਦੇ ਸਾਹਮਣੇ ਵਾਲਾ ਚਿੰਨ੍ਹ ਪੜ੍ਹੋ।



ਵਿਧੀ 2.

ਇਸ ਪ੍ਰਕਾਰ, ਰੇਖਾਖੰਡ AB ਦੀ ਲੰਬਾਈ = 6 ਸਮ ਹੈ।

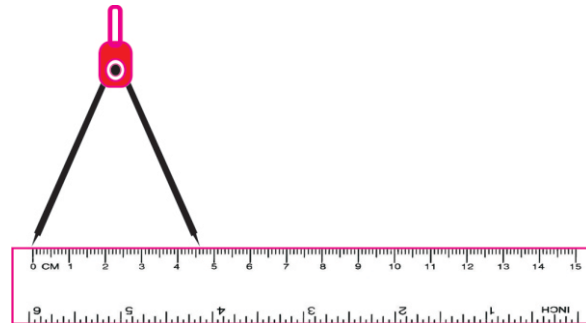
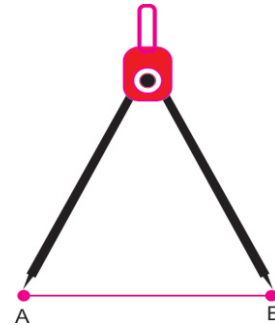
ਫੁੱਟੇ ਅਤੇ ਵਿਭਾਜਕ ਦੋਹਾਂ ਰਾਹੀਂ ਮਾਪ।

ਆਓ, AB ਦੀ ਲੰਬਾਈ ਮਾਪਣ ਲਈ ਇੱਕ ਫੁੱਟੇ ਅਤੇ ਇੱਕ ਵਿਭਾਜਕ ਦਾ ਪ੍ਰਯੋਗ ਕਰੀਏ।

ਵਿਭਾਜਕ ਦੀਆਂ ਭੁਜਾਵਾਂ ਨੂੰ ਇਸ ਪ੍ਰਕਾਰ ਖੋਲ੍ਹੋ ਕਿ ਇਸਦੀ ਇੱਕ ਭੁਜਾ A ਉੱਤੇ ਹੋਵੇ ਅਤੇ ਦੂਸਰੀ B 'ਤੇ ਹੋਵੇ।

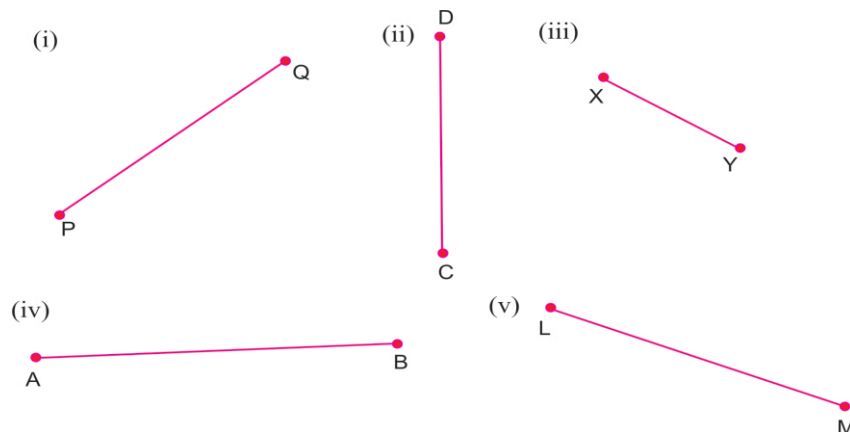
ਹੁਣ, ਇਸਦੀਆਂ ਭੁਜਾਵਾਂ ਨੂੰ ਹਿਲਾਏ ਬਿਨ੍ਹਾਂ ਵਿਭਾਜਕ ਨੂੰ ਚੁੱਕ ਲਓ ਅਤੇ ਫੁੱਟੇ ਉੱਪਰ ਇਸ ਪ੍ਰਕਾਰ ਰੱਖੋ ਕਿ ਇਸਦੀ ਇੱਕ ਭੁਜਾ '0' ਚਿੰਨ੍ਹ 'ਤੇ ਹੋਵੇ। ਵਿਭਾਜਕ ਦੀ ਦੂਸਰੀ ਭੁਜਾ ਦੇ ਸਾਹਮਣੇ ਵਾਲਾ ਚਿੰਨ੍ਹ ਪੜ੍ਹੋ।

ਵਿਭਾਜਕ ਦੀ ਦੂਸਰੀ ਭੁਜਾ ਫੁੱਟੇ ਦੇ 4.5 ਸਮ ਚਿੰਨ੍ਹ 'ਤੇ ਹੈ। ਇਸ ਪ੍ਰਕਾਰ $AB = 4.5$ ਸਮ ਹੈ।



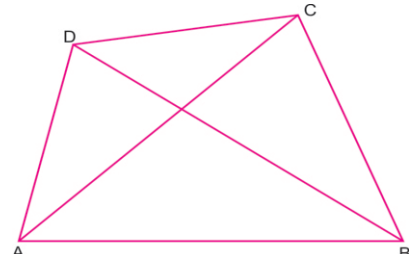
ਅਭਿਆਸ 9.1

1. ਇੱਕ ਫੁੱਟੇ ਅਤੇ ਇੱਕ ਵਿਭਾਜਕ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਕੇ ਰੇਖਾਖੰਡਾਂ ਨੂੰ ਮਾਪੋ।



2. ਚਿੱਤਰ ਵਿੱਚ ਰੇਖਾਖੰਡਾਂ ਦੀ ਤੁਲਨਾ ਕਰੋ ਅਤੇ ਖਾਲੀ ਥਾਵਾਂ ਭਰੋ।

- (i) AB ____ AB
- (ii) CD ____ AC
- (iii) AC ____ AD
- (iv) BC ____ AC
- (v) BD ____ CD



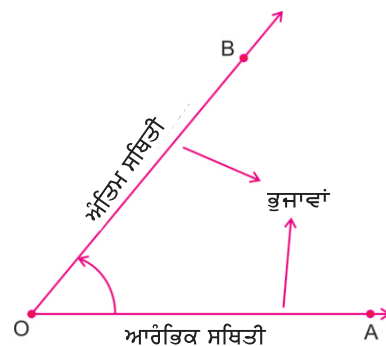
3. ਕੋਈ ਰੇਖਾਖੰਡ AB ਖਿੱਚੋ। A ਅਤੇ B ਦੇ ਵਿਚਕਾਰ ਕੋਈ ਬਿੰਦੂ C ਲਵੋ। AB , BC ਅਤੇ AC ਦੀਆਂ ਲੰਬਾਈਆਂ ਮਾਪੋ। ਕੀ $AB = AC + CB$?

4. ਇੱਕ ਰੇਖਾਖੰਡ $AB = 5$ ਸਮ ਅਤੇ $AC = 9$ ਸਮ ਇਸ ਪ੍ਰਕਾਰ ਖਿੱਚੋ ਕਿ ਬਿੰਦੂ A , B , C ਸਮਰੇਖੀ ਹੋਣ। BC ਦੀ ਲੰਬਾਈ ਕਿੰਨੀ ਹੈ?

9.3 ਕੋਣਾਂ ਨੂੰ ਮਾਪਣਾ (Measuring Angles)

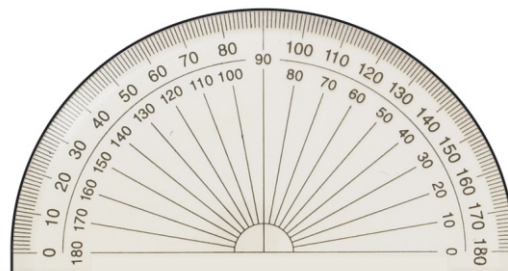
ਪਿਛਲੇ ਅਧਿਆਇ ਵਿੱਚ, ਅਸੀਂ ਸਿੱਖਿਆ ਹੈ ਕਿ ਕੋਣ ਇੱਕ ਸਾਂਝੇ ਆਰੰਭਿਕ ਬਿੰਦੂ ਵਾਲੀਆਂ ਦੋ ਕਿਰਨਾਂ ਵੱਲੋਂ ਬਣਾਈ ਗਈ ਆਕ੍ਰਿਤੀ ਹੈ। ਕੋਣ ਨੂੰ ਇੱਕ ਕਿਰਨ ਉੱਪਰ ਦੂਸਰੀ ਕਿਰਨ ਨੂੰ ਘੁਮਾਉਣ ਨਾਲ ਵੀ ਦਰਸਾਇਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ।

ਕੋਣ ਦਾ ਮਾਪ ਜਾਂ ਆਕਾਰ ਘੁੰਮਣ ਦੀ ਉਹ ਮਾਤਰਾ ਹੈ, ਜਿਸ ਦੁਆਰਾ ਇੱਕ ਭੁਜਾ ਨੂੰ ਦੂਸਰੀ ਭੁਜਾ ਦੀ ਸਥਿਤੀ ਵਿੱਚ ਲਿਆਉਣ ਲਈ ਸਥਿਰ ਬਿੰਦੂ ਦੁਆਲੇ ਘੁਮਾਇਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।

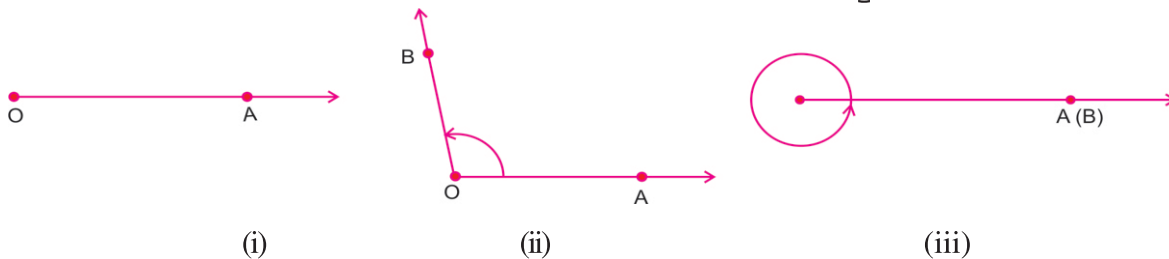


ਕੋਣ ਦਾ ਮਾਪ, ਕੋਣ ਨੂੰ ਬਣਾਉਣ ਵਾਲੀਆਂ ਦੋ ਭੁਜਾਵਾਂ ਦੇ ਖੁੱਲਣ ਜਾਂ ਝੁੱਕਣ 'ਤੇ ਨਿਰਭਰ ਕਰਦਾ ਹੈ। ਜੇਕਰ ਦੋ ਕੋਣਾਂ ਦਾ ਝੁਕਾਓ ਵੱਖ ਹੈ, ਤਾਂ ਅਸੀਂ ਆਖਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਉਨ੍ਹਾਂ ਦੇ ਮਾਪ ਵੀ ਵੱਖ ਹਨ। ਇੱਕ ਕੋਣ ਦਾ ਮਾਪ ਕੋਣ ਮਾਪਕ ਦੀ ਸਹਾਇਤਾ ਨਾਲ ਡਿਗਰੀਆਂ ਵਿੱਚ ਮਾਪਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।

ਕੋਣ ਮਾਪਕ (ਡੀ) (Protactor) : ਆਪਣੇ ਜਿਓਮੈਟਰੀ ਬਾਕਸ ਵਿੱਚ ਵੇਖੋ। ਇੱਥੇ ਇੱਕ ਅਜਿਹਾ ਰੇਖਾ ਗਣਿਤਿਕ (ਜਿਮਾਇਤੀ) ਉਪਕਰਣ ਹੈ ਜੋ ਅੱਖਰ D ਵਰਗਾ ਦਿਸਦਾ ਹੈ। ਕਿਨਾਰੇ ਉੱਪਰ ਘੜੀ ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਨਾਲ ਹੀ ਨਾਲ ਘੜੀ ਦੀ ਉਲਟ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ 0° ਤੋਂ 180° ਤੱਕ ਕੋਣਾਂ ਦੇ ਚਿੰਨ੍ਹ ਲੱਗੇ ਹੋਏ ਹਨ।



ਕੋਣਾਂ ਦਾ ਡਿਗਰੀ ਮਾਪ (Degree measure of angles) : ਇੱਕ ਕਿਰਨ OA 'ਤੇ ਵਿਚਾਰ ਕਰੋ। ਬਿੰਦੂ O ਨੂੰ ਸਥਿਰ ਰੱਖ ਕੇ, ਇਸ ਕਿਰਨ ਨੂੰ ਇਸਦੀ ਆਰੰਭਿਕ ਸਥਿਤੀ ਤੋਂ ਸ਼ੁਰੂ ਕਰਕੇ ਘੁਮਾਓ। ਜਦੋਂ ਕਿਰਨ ਆਪਣੀ ਆਰੰਭਿਕ ਸਥਿਤੀ 'ਤੇ ਵਾਪਿਸ ਆਉਂਦੀ ਹੈ, ਤਾਂ ਅਸੀਂ ਆਖਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਕਿਰਨ ਨੇ ਇੱਕ ਚੱਕਰ ਪੂਰਾ ਕਰ ਲਿਆ ਹੈ।

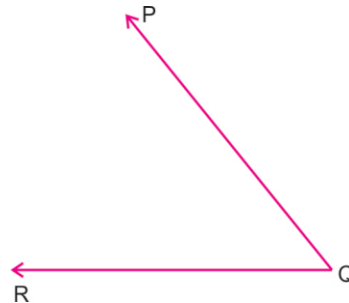
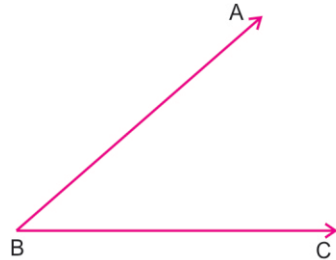


ਇੱਕ ਪੂਰਾ ਚੱਕਰ (Revolution) 360 ਬਰਾਬਰ ਹਿੱਸਿਆਂ ਵਿੱਚ ਵੰਡਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਅਤੇ ਹਰੇਕ ਭਾਗ 'ਇੱਕ ਡਿਗਰੀ' ਕਹਾਉਂਦਾ ਹੈ।

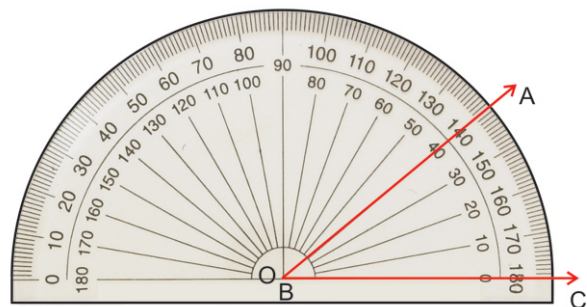
ਇੱਕ ਕੋਣ ਨੂੰ ਮਾਪਣ ਦੀ ਮਿਆਰੀ ਇਕਾਈ 'ਡਿਗਰੀ' ਹੈ। ਇਸਨੂੰ 'o' ਨਾਲ ਦਰਸਾਇਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।

ਇਸ ਪ੍ਰਕਾਰ, ਅਸੀਂ ਆਖਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਇੱਕ ਪੂਰਾ ਚੱਕਰ ਜਾਂ ਪੂਰਾ ਕੋਣ 360° ਦਾ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

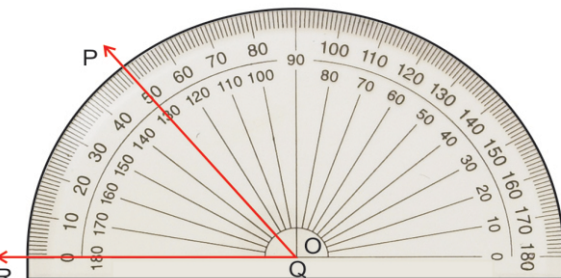
ਆਉ, $\angle ABC$ ਅਤੇ $\angle PQR$ ਦਾ ਮਾਪ ਪਤਾ ਕਰੀਏ।



ਕੋਣ ਮਾਪਕ (ਡੀ) ਨੂੰ ਇਸ ਪ੍ਰਕਾਰ ਰੱਖੋ ਕਿ ਆਧਾਰ ਰੇਖਾ ਦਾ ਮੱਧ ਬਿੰਦੂ O, B ਨਾਲ ਸੰਪਾਤੀ ਹੋ (ਮੇਲ ਖਾ) ਜਾਵੇ ਅਤੇ ਅਧਾਰ ਰੇਖਾ ਪੂਰੀ ਤਰ੍ਹਾਂ ਕਿਰਨ \overrightarrow{BC} ਉੱਪਰ ਆ ਜਾਵੇ। ਕਿਉਂਕਿ \overrightarrow{BC} ਸਿਖਰ (ਅਧਾਰ ਰੇਖਾ ਦਾ ਮੱਧ ਬਿੰਦੂ) O ਦੇ ਸੱਜੇ ਪਾਸੇ ਹੈ, B ਦੇ ਸੱਜੇ ਪਾਸੇ ਵੱਲੋਂ 0° ਤੋਂ ਗਿਣਨਾ ਸ਼ੁਰੂ ਕਰੋ ਅਤੇ ਜਿਸ ਚਿੰਨ੍ਹ ਨਾਲ ਭੁਜਾ AB ਸੰਪਾਤੀ ਹੁੰਦੀ ਹੈ, ਨੂੰ ਪੜ੍ਹੋ। ਇਹ 40° ਚਿੰਨ੍ਹ ਨਾਲ ਸੰਪਾਤੀ ਹੁੰਦੀ ਹੈ। ਇਸ ਲਈ $\angle ABC = 40^\circ$ ।



ਇਸੇ ਪ੍ਰਕਾਰ $\angle PQR$ ਨੂੰ ਮਾਪਣ ਲਈ ਕੋਣ ਮਾਪਕ ਨੂੰ ਇਸ ਪ੍ਰਕਾਰ ਰੱਖੋ ਕਿ ਅਧਾਰ ਰੇਖਾ ਉੱਤੇ ਮੱਧ ਬਿੰਦੂ O ਬਿੰਦੂ Q ਨਾਲ ਸੰਪਾਤੀ ਹੋ ਜਾਵੇ ਅਤੇ ਅਧਾਰ ਰੇਖਾ ਪੂਰੀ ਤਰ੍ਹਾਂ QR ਉੱਪਰ ਆ ਜਾਵੇ। ਕਿਉਂਕਿ QR ਸਿਖਰ O ਦੇ ਖੱਬੇ ਪਾਸੇ ਹੈ, Q ਦੇ ਖੱਬੇ ਪਾਸੇ ਵੱਲ ਗਿਣਨਾ ਸ਼ੁਰੂ ਕਰੋ ਅਤੇ ਜਿਸ ਚਿੰਨ੍ਹ ਨਾਲ ਭੁਜਾ PQ ਸੰਪਾਤੀ ਹੁੰਦੀ ਹੈ, ਨੂੰ ਪੜ੍ਹੋ। ਇਹ 50° ਚਿੰਨ੍ਹ ਨਾਲ ਸੰਪਾਤੀ ਹੁੰਦੀ ਹੈ। ਇਸ ਲਈ $\angle PQR = 50^\circ$ ।



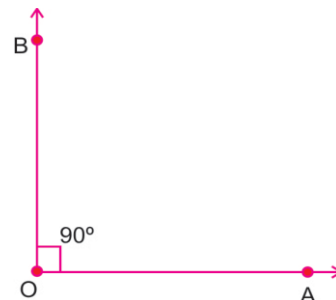
9.3.1 ਕੋਣਾਂ ਦੀਆਂ ਕਿਸਮਾਂ (Types of Angles)

ਰੇਖਾ ਗਣਿਤ ਵਿੱਚ, ਕੋਣਾਂ ਦਾ ਵਰਗੀਕਰਨ ਉਨ੍ਹਾਂ ਦੇ ਮਾਪ ਦੇ ਆਧਾਰ 'ਤੇ ਕੀਤਾ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ।

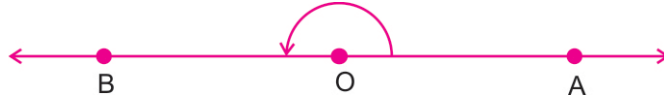
ਸਿਫਰ ਕੋਣ (Zero Angle) : ਉਹ ਕੋਣ ਜਿਸਦਾ ਮਾਪ 0° ਹੈ, ਇੱਕ ਸਿਫਰ ਕੋਣ ਅਖਵਾਉਂਦਾ ਹੈ। ਜਦੋਂ ਕੋਈ ਕਿਰਨ ਬਿਲਕੁਲ ਵੀ ਨਹੀਂ ਹਿਲਦੀ, ਅਸੀਂ ਆਖਦੇ ਹਾਂ ਇਹ ਇੱਕ 0° ਕੋਣ ਹੈ।



ਸਮਕੋਣ (Right Angle) : ਇੱਕ ਕੋਣ ਜਿਸਦਾ ਮਾਪ 90° ਹੈ, ਇੱਕ ਸਮਕੋਣ ਅਖਵਾਉਂਦਾ ਹੈ। ਦੋ ਰੇਖਾਵਾਂ ਜੋ ਇੱਕ ਸਮਕੋਣ 'ਤੇ ਮਿਲਦੀਆਂ ਹਨ, ਲੰਬ ਰੇਖਾਵਾਂ ਅਖਵਾਉਂਦੀਆਂ ਹਨ। ਇਸਨੂੰ $OB \perp OA$ ਵੀ ਲਿਖਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। '⊥' ਲੰਬ ਦਾ ਚਿੰਨ੍ਹ ਹੈ।

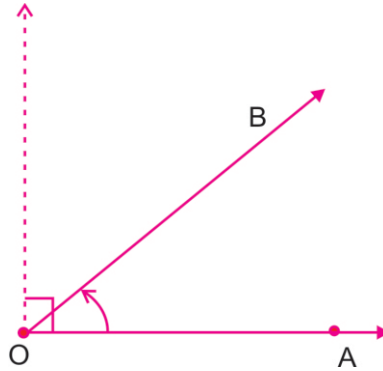


ਸਰਲ ਕੋਣ (Straight Angle) : ਇੱਕ ਕੋਣ ਜਿਸ ਦਾ ਮਾਪ 180° ਹੈ, ਸਰਲ ਕੋਣ ਅਖਵਾਉਂਦਾ ਹੈ।

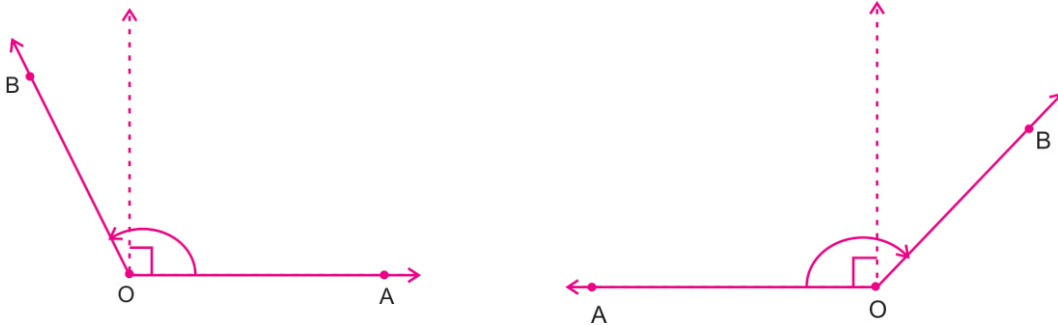


ਦੋ ਸਮਕੋਣ ਮਿਲ ਕੇ ਇੱਕ ਸਰਲ ਕੋਣ ਬਣਾਉਂਦੇ ਹਨ।

ਨਿਊਨ ਕੋਣ (Acute Angle) : ਇੱਕ ਕੋਣ ਜਿਸਦਾ ਮਾਪ 0° ਅਤੇ 90° ਦੇ ਵਿਚਕਾਰ ਹੋਵੇ, ਇੱਕ ਨਿਊਨ ਕੋਣ ਅਖਵਾਉਂਦਾ ਹੈ। ਇਸ ਪ੍ਰਕਾਰ, ਇੱਕ ਨਿਊਨ ਕੋਣ, ਸਿਫਰ ਕੋਣ ਤੋਂ ਵੱਡਾ ਪਰ ਸਮਕੋਣ ਤੋਂ ਛੋਟਾ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।



ਅਧਿਕ ਕੋਣ (Obtuse Angle) : ਇੱਕ ਕੋਣ ਜਿਸਦਾ ਮਾਪ 90° ਅਤੇ 180° ਦੇ ਵਿੱਚ ਹੋਵੇ, ਅਧਿਕ ਕੋਣ ਅਖਵਾਉਂਦਾ ਹੈ। ਇਸ ਪ੍ਰਕਾਰ, ਇੱਕ ਅਧਿਕ ਕੋਣ, ਇੱਕ ਸਮਕੋਣ ਤੋਂ ਵੱਡਾ ਪਰ ਇੱਕ ਸਰਲ ਕੋਣ ਤੋਂ ਛੋਟਾ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

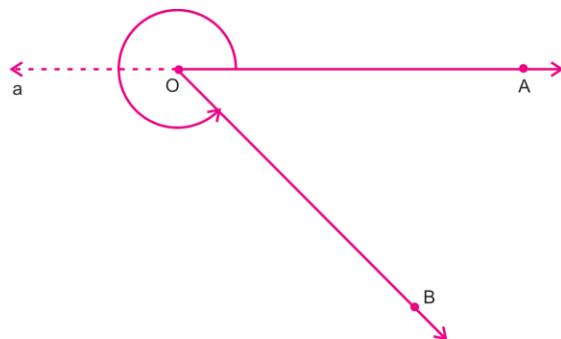


ਪੂਰਨ ਕੋਣ (Complete Angle) : ਇੱਕ ਕੋਣ ਜਿਸਦਾ ਮਾਪ 360° ਹੋਵੇ, ਪੂਰਨ ਕੋਣ ਅਖਵਾਉਂਦਾ ਹੈ। ਜਦੋਂ ਇੱਕ ਕਿਰਨ ਇੱਕ ਚੱਕਰ ਪੂਰਾ ਕਰਦੀ ਹੈ, ਇਹ 360° ਦੇ ਇੱਕ ਕੋਣ ਤੱਕ ਘੁੰਮ ਚੁੱਕੀ ਹੁੰਦੀ ਹੈ।



ਰਿਫਲੈਕਸ ਕੋਣ (Reflex Angle) : ਇੱਕ ਕੋਣ ਜਿਸਦਾ ਮਾਪ 180° ਅਤੇ 360° ਦੇ ਵਿਚਕਾਰ ਹੋਵੇ, ਰਿਫਲੈਕਸ ਕੋਣ ਅਖਵਾਉਂਦਾ ਹੈ।

ਇਸ ਪ੍ਰਕਾਰ, ਇੱਕ ਰਿਫਲੈਕਸ ਕੋਣ ਇੱਕ ਸਰਲ ਕੋਣ ਤੋਂ ਵੱਡਾ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਪਰ ਪੂਰਨ ਕੋਣ ਤੋਂ ਛੋਟਾ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।



ਆਓ ਕੁਝ ਉਦਾਹਰਨਾਂ ਵੇਖੀਏ-

ਉਦਾਹਰਨ 1. ਹੇਠ ਦਿੱਤੇ ਕੋਣਾਂ ਦਾ ਨਿਊਨ, ਸਮਕੋਣ, ਅਧਿਕ ਕੋਣ, ਸਰਲ ਜਾਂ ਰਿਫਲੈਕਸ ਕੋਣ ਵਿੱਚ ਵਰਗੀਕਰਣ ਕਰੋ।

- | | | | |
|-----------------|------------------|------------------|--------------------|
| (i) 89° | (ii) 101° | (iii) 62° | (iv) 180° |
| (v) 91° | (vi) 215° | (vii) 90° | (viii) 181° |
| (ix) 18° | (x) 130° | | |

- ਹੱਲ :**
- (i) 89° , 0° ਅਤੇ 90° ਦੇ ਵਿਚਕਾਰ ਹੈ।
 \therefore ਇਹ ਇੱਕ ਨਿਊਨ ਕੋਣ ਹੈ।
 - (ii) 101° , 90° ਅਤੇ 180° ਦੇ ਵਿਚਕਾਰ ਹੈ।
 \therefore ਇਹ ਇੱਕ ਅਧਿਕ ਕੋਣ ਹੈ।
 - (iii) 62° , 0° ਅਤੇ 90° ਦੇ ਵਿਚਕਾਰ ਹੈ।
 \therefore ਇਹ ਇੱਕ ਨਿਊਨ ਕੋਣ ਹੈ।
 - (iv) 180° ਇੱਕ ਸਰਲ ਕੋਣ ਹੈ।
 - (v) 91° , 90° ਅਤੇ 180° ਦੇ ਵਿਚਕਾਰ ਹੈ।
 \therefore ਇਹ ਇੱਕ ਅਧਿਕ ਕੋਣ ਹੈ।
 - (vi) 215° , 180° ਅਤੇ 360° ਦੇ ਵਿਚਕਾਰ ਹੈ।
 \therefore ਇਹ ਇੱਕ ਰਿਫਲੈਕਸ ਕੋਣ ਹੈ।
 - (vii) 90° ਇੱਕ ਸਮਕੋਣ ਹੈ।
 - (viii) 181° , 180° ਅਤੇ 360° ਦੇ ਵਿਚਕਾਰ ਹੈ।
 \therefore ਇਹ ਇੱਕ ਰਿਫਲੈਕਸ ਕੋਣ ਹੈ।
 - (ix) 18° , 0° ਅਤੇ 90° ਦੇ ਵਿਚਕਾਰ ਹੈ।
 \therefore ਇਹ ਇੱਕ ਨਿਊਨ ਕੋਣ ਹੈ।
 - (x) 130° , 90° ਅਤੇ 180° ਦੇ ਵਿਚਕਾਰ ਹੈ।
 \therefore ਇਹ ਇੱਕ ਅਧਿਕ ਕੋਣ ਹੈ।

9.4 ਚੱਕਰ (ਘੁੰਮਣ) ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਕੋਣ (Angles in terms of revolution)



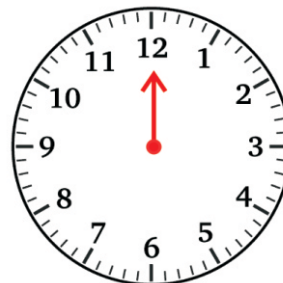
● ਕਿਰਿਆ ●

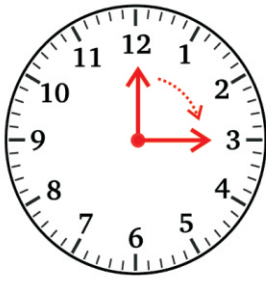
ਦੀਵਾਰ ਘੜੀ ਦੁਆਰਾ ਕੋਣਾਂ ਦੀਆਂ ਕਿਸਮਾਂ।

ਵਿਆਖਿਆ : ਆਓ ਘੜੀ ਦੇ ਚਿਹਰੇ ਦੇ ਉੱਪਰ ਚੱਕਰ (ਘੁੰਮਣ) ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਕੋਣ ਨੂੰ ਨਿਰੂਪਿਤ ਕਰੀਏ।

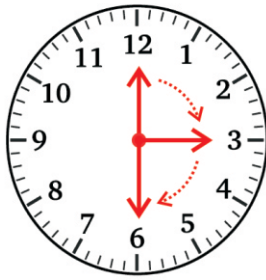
ਜਦੋਂ ਇੱਕ ਘੜੀ ਦੀ ਮਿੰਟਾਂ ਵਾਲੀ ਸੂਈ 12 'ਤੇ ਹੈ ਅਤੇ ਨਹੀਂ ਘੁੰਮੀ, ਅਸੀਂ ਆਖਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਮਿੰਟ ਵਾਲੀ ਸੂਈ ਸਿਫਰ ਕੋਣ ਘੁੰਮੀ ਹੈ। ਇਸ ਪ੍ਰਕਾਰ, ਸਿਫਰ ਕੋਣ ਵਿੱਚ ਕੋਈ ਚੱਕਰ (ਘੁੰਮਣਾ) ਨਹੀਂ ਹੁੰਦਾ।

ਮਿੰਟਾਂ ਵਾਲੀ ਸੂਈ ਦੀ 12 ਤੋਂ 12 ਤੱਕ ਦੀ ਚਾਲ ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੀ ਗਈ ਹੈ।

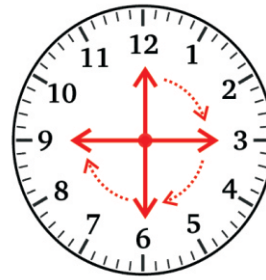




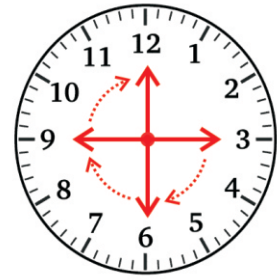
12 ਤੋਂ 3
1 ਸਮਕੋਣ = ਚੱਕਰ ਦਾ
 $\frac{1}{4}$ ਹਿੱਸਾ



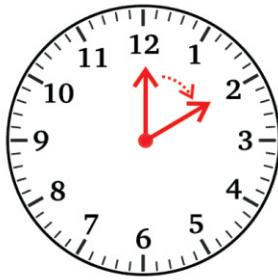
12 ਤੋਂ 6
ਦੋ ਸਮਕੋਣ = ਇੱਕ ਸਰਲ
ਕੋਣ = ਇੱਕ ਚੱਕਰ ਦਾ
 $\frac{1}{2}$ ਹਿੱਸਾ



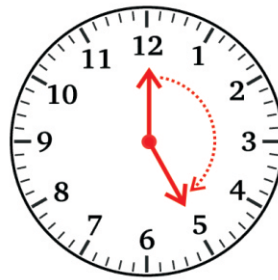
12 ਤੋਂ 9
3 ਸਮਕੋਣ = ਇੱਕ ਚੱਕਰ
ਦਾ $\frac{3}{4}$ ਹਿੱਸਾ



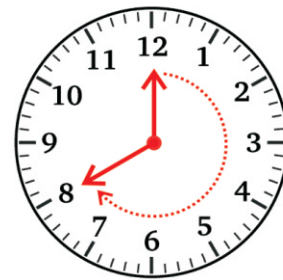
12 ਤੋਂ 12
4 ਸਮਕੋਣ = ਪੂਰਨ ਕੋਣ
= $\frac{4}{4}$ ਜਾਂ ਇੱਕ ਪੂਰਾ ਚੱਕਰ



12 ਤੋਂ 2
ਨਿਊਨ ਕੋਣ (ਇੱਕ ਚੱਕਰ ਦੇ $\frac{1}{4}$ ਤੋਂ
ਘੱਟ)

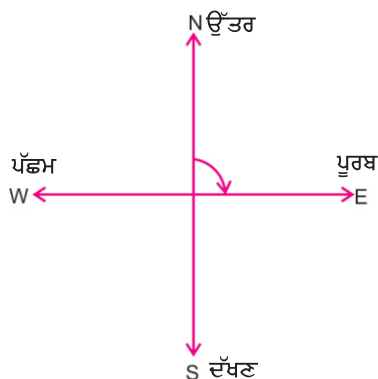


12 ਤੋਂ 5
ਅਧਿਕ ਕੋਣ (ਇੱਕ ਚੱਕਰ ਦੇ $\frac{1}{4}$
ਤੋਂ ਵੱਧ ਪਰ $\frac{1}{2}$ ਤੋਂ ਘੱਟ)

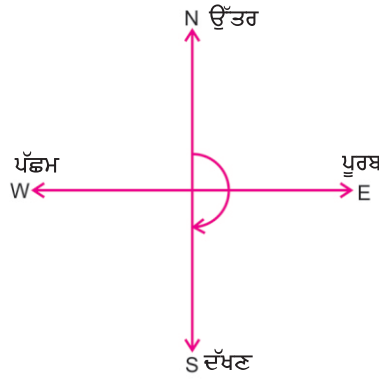


12 ਤੋਂ 8
ਰਿਫਲੈਕਸ ਕੋਣ ($\frac{1}{2}$ ਤੋਂ ਵੱਧ ਪਰ 1
ਪੂਰਨ ਚੱਕਰ ਤੋਂ ਘੱਟ).

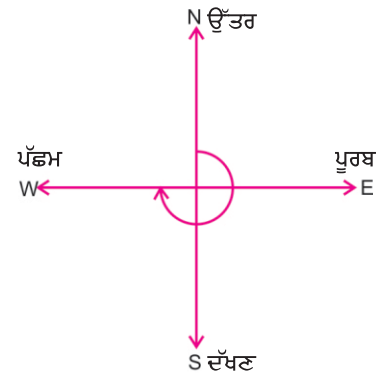
ਆਓ ਕੋਣਾਂ ਦੀਆਂ ਕਿਸਮਾਂ ਨੂੰ ਦਿਸ਼ਾਵਾਂ ਰਾਹੀਂ ਸਪੱਸ਼ਟ ਕਰੀਏ। ਇੱਕ ਆਦਮੀ ਉੱਤਰ (North) ਵੱਲ ਮੂੰਹ ਕਰਕੇ ਖੜਾ ਹੈ। ਹੇਠ ਦਿਸ਼ਾਵਾਂ ਵੱਲ ਵੇਖਣ ਲਈ ਉਹ ਜਿਵੇਂ ਮੁੜਦਾ ਹੈ, ਉਹ ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤਾ ਗਿਆ ਹੈ।



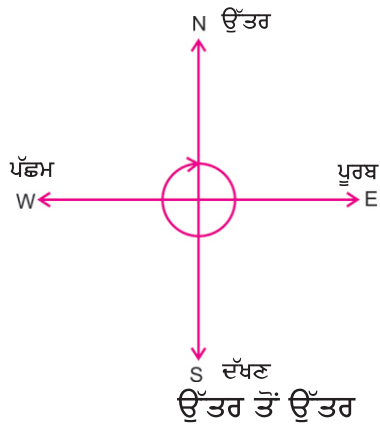
ਉੱਤਰ ਤੋਂ ਪੂਰਬ
1 ਸਮਕੋਣ =
ਇੱਕ ਚੱਕਰ ਦਾ $\frac{1}{4}$ ਹਿੱਸਾ



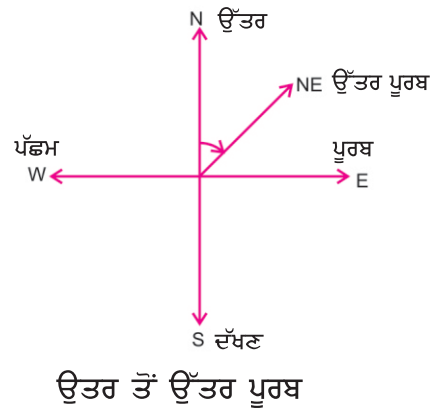
ਉੱਤਰ ਤੋਂ ਦੱਖਣ
2 ਸਮਕੋਣ =
ਇੱਕ ਚੱਕਰ ਦਾ $\frac{1}{2}$ ਹਿੱਸਾ



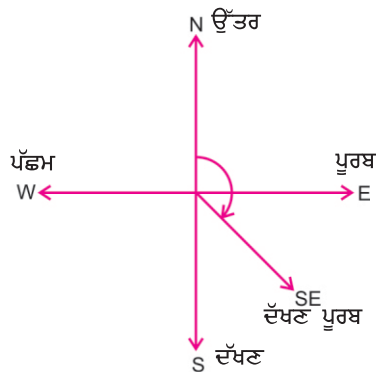
ਉੱਤਰ ਤੋਂ ਪੱਛਮ
3 ਸਮਕੋਣ =
ਇੱਕ ਚੱਕਰ ਦਾ $\frac{3}{4}$ ਹਿੱਸਾ



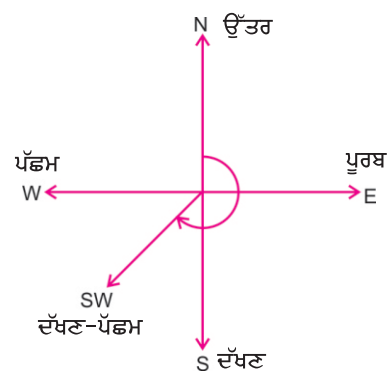
4 ਸਮਕੋਣ = ਇੱਕ ਚੱਕਰ ਦਾ $\frac{4}{4} =$ ਇੱਕ ਪੂਰਾ ਚੱਕਰ



ਨਿਊਨ ਕੋਣ = ਇੱਕ ਚੱਕਰ ਦੇ $\frac{1}{4}$ ਤੋਂ ਘੱਟ



ਅਧਿਕ ਕੋਣ = ਇੱਕ ਚੱਕਰ ਦੇ $\frac{1}{4}$ ਤੋਂ ਵੱਧ ਪਰ $\frac{1}{2}$ ਤੋਂ ਘੱਟ



ਰਿਫਲੈਕਸ ਕੋਣ = $\frac{1}{2}$ ਚੱਕਰ ਤੋਂ ਵੱਧ ਪਰ 1 ਪੂਰਨ ਚੱਕਰ ਤੋਂ ਘੱਟ

ਉਦਾਹਰਨ 2. ਘੜੀ ਦੀ ਮਿੰਟਾਂ ਵਾਲੀ ਸੂਈ ਇੱਕ ਚੱਕਰ ਦਾ ਕਿੰਨਾ ਭਾਗ ਘੁੰਮਦੀ ਹੈ, ਜਦੋਂ ਇਹ ਚਲਦੀ ਹੈ
(i) 12 ਤੋਂ 3 ਤੱਕ, (ii) 2 ਤੋਂ 8 ਤੱਕ (iii) 3 ਤੋਂ 12 ਤੱਕ

ਹੱਲ : (i) 12 ਤੋਂ 3 ਤੱਕ : ਚੌਥਾਈ ਜਾਂ $\frac{1}{4}$ (ii) 2 ਤੋਂ 8 ਤੱਕ : ਅੱਧਾ ਜਾਂ $\frac{1}{2}$
(iii) 3 ਤੋਂ 12 ਤੱਕ : 3 ਚੌਥਾਈਆਂ ਜਾਂ $\frac{3}{4}$.

ਉਦਾਹਰਨ 3. ਘੜੀ ਦੀ ਘੰਟਿਆਂ ਵਾਲੀ ਸੂਈ ਕਿਸ ਬਿੰਦੂ 'ਤੇ ਰੁਕਦੀ ਹੈ, ਜੇਕਰ ਇਹ ਸ਼ੁਰੂ ਹੁੰਦੀ ਹੈ:

- (i) 12 ਤੋਂ ਅਤੇ ਘੜੀ ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ $\frac{1}{2}$ ਚੱਕਰ ਘੁੰਮਦੀ ਹੈ।
- (ii) 4 ਤੋਂ ਅਤੇ ਘੜੀ ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ $\frac{1}{4}$ ਚੱਕਰ ਘੁੰਮਦੀ ਹੈ।
- (iii) 7 ਤੋਂ ਅਤੇ ਘੜੀ ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ $\frac{3}{4}$ ਚੱਕਰ ਘੁੰਮਦੀ ਹੈ।

ਹੱਲ : (i) 1 ਚੱਕਰ ਪੂਰਾ ਕਰਨ ਲਈ, ਘੰਟਿਆਂ ਵਾਲੀ ਸੂਈ 12 ਘੰਟੇ ਲੈਂਦੀ ਹੈ।

ਇੱਕ ਚੱਕਰ ਦੇ $\frac{1}{2}$ ਲਈ, ਘੰਟਿਆਂ ਵਾਲੀ ਸੂਈ $\frac{1}{2} \times 12 = 6$ ਘੰਟੇ ਲੈਂਦੀ ਹੈ।

\therefore ਜੇਕਰ ਘੰਟਿਆਂ ਵਾਲੀ ਸੂਈ 12 ਤੋਂ ਸ਼ੁਰੂ ਹੁੰਦੀ ਹੈ ਅਤੇ ਘੜੀ ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ $\frac{1}{2}$ ਚੱਕਰ ਘੁੰਮਦੀ ਹੈ, ਤਾਂ ਇਹ 6 'ਤੇ ਰੁਕੇਗੀ।

(ii) 1 ਚੱਕਰ ਪੂਰਾ ਕਰਨ ਲਈ, ਘੰਟਿਆਂ ਵਾਲੀ ਸੂਈ 12 ਘੰਟੇ ਲੈਂਦੀ ਹੈ। ਇੱਕ ਚੱਕਰ ਦੇ $\frac{1}{4}$ ਲਈ, ਘੰਟਿਆਂ ਵਾਲੀ ਸੂਈ $\frac{1}{4} \times 12 = 3$ ਘੰਟੇ ਲੈਂਦੀ ਹੈ।

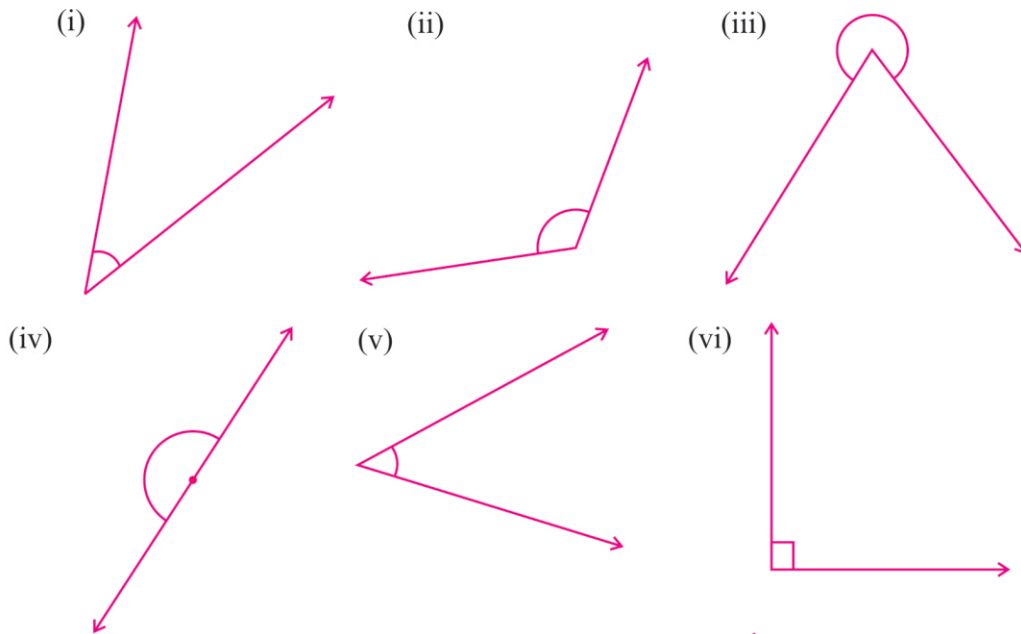
ਇਸ ਲਈ, ਜੇਕਰ ਘੰਟਿਆਂ ਵਾਲੀ ਸੂਈ 4 ਤੋਂ ਸ਼ੁਰੂ ਹੁੰਦੀ ਹੈ ਅਤੇ ਘੜੀ ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ $\frac{1}{4}$ ਚੱਕਰ ਘੁੰਮਦੀ ਹੈ, ਤਾਂ ਇਹ 7 'ਤੇ ਰੁਕੇਗੀ।

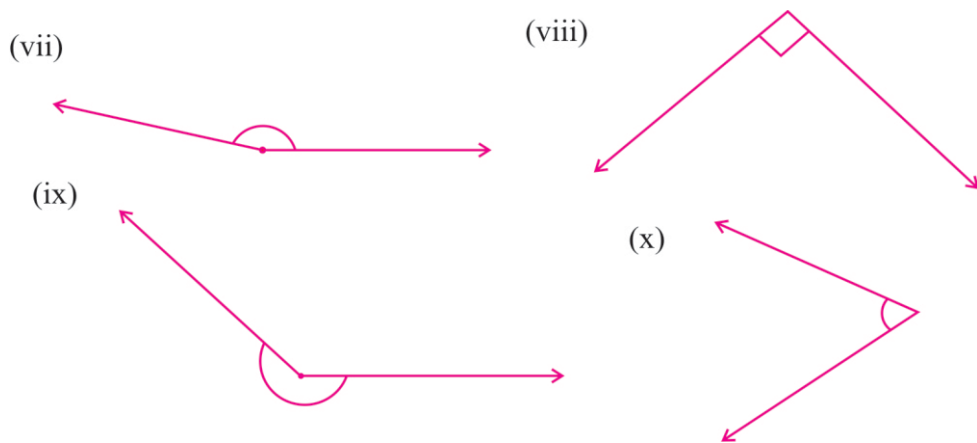
(iii) 1 ਚੱਕਰ ਪੂਰਾ ਕਰਨ ਲਈ ਘੰਟਿਆਂ ਵਾਲੀ ਸੂਈ 12 ਘੰਟੇ ਲੈਂਦੀ ਹੈ। ਇੱਕ ਚੱਕਰ ਦੇ $\frac{3}{4}$ ਲਈ, ਘੰਟਿਆਂ ਵਾਲੀ ਸੂਈ $\frac{3}{4} \times 12 = 9$ ਘੰਟੇ ਲੈਂਦੀ ਹੈ।

\therefore ਜੇਕਰ ਘੰਟਿਆਂ ਵਾਲੀ ਸੂਈ 7 ਤੋਂ ਸ਼ੁਰੂ ਹੁੰਦੀ ਹੈ ਅਤੇ ਘੜੀ ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ $\frac{3}{4}$ ਚੱਕਰ ਘੁੰਮਦੀ ਹੈ ਤਾਂ ਇਹ 4 'ਤੇ ਰੁਕੇਗੀ।

ਮਭਿਮਾਸ਼ 9.2

1. ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੇ ਕੋਣਾਂ ਦਾ ਨਿਊਨ ਕੋਣ, ਅਧਿਕ ਕੋਣ, ਸਮ ਕੋਣ, ਸਰਲ ਜਾਂ ਰਿਫਲੈਕਸ ਕੋਣਾਂ ਵਿੱਚ ਵਰਗੀਕਰਨ ਕਰੋ-

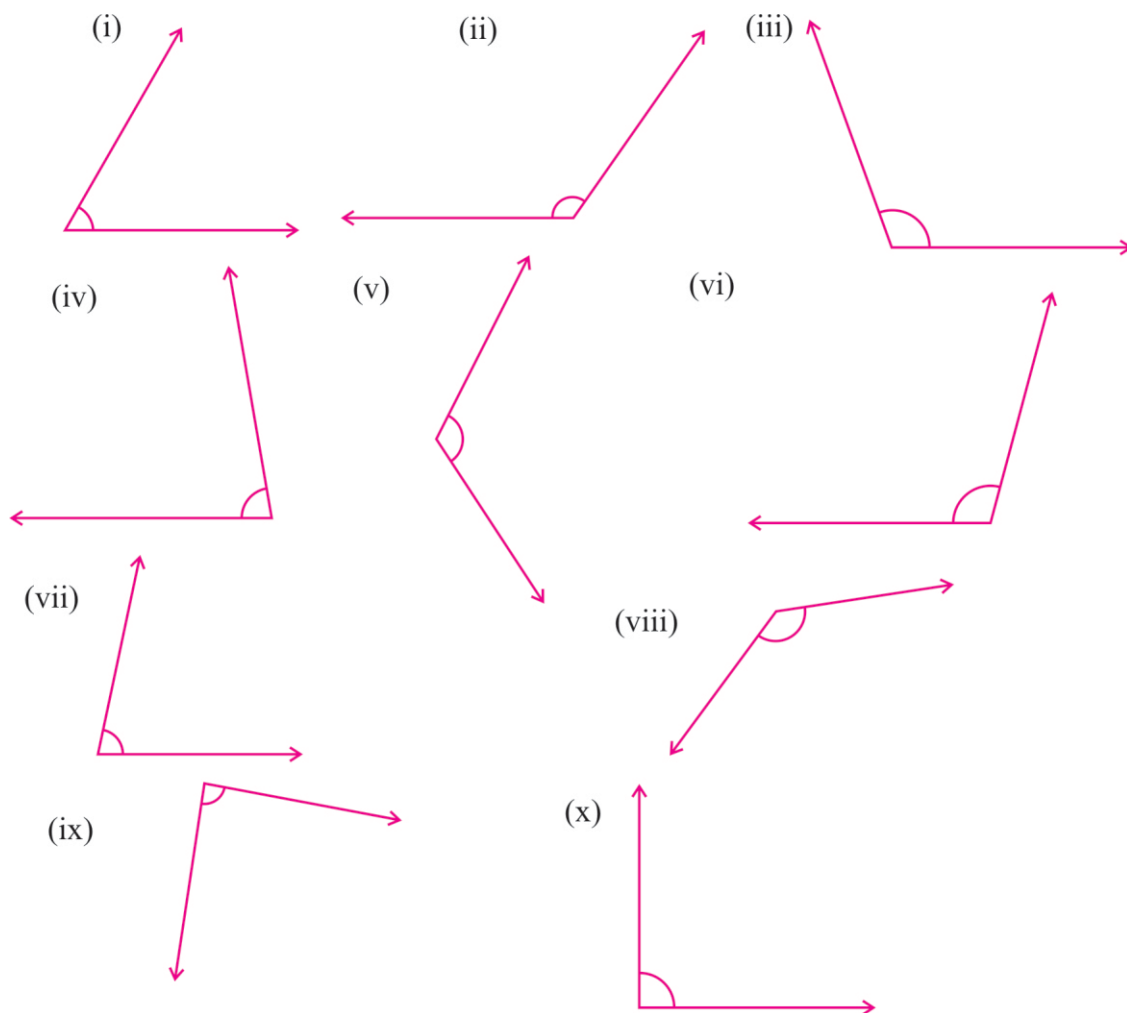




2. ਕੋਣਾਂ ਦੀ ਕਿਸਮ ਲਿਖੋ:

- | | | | |
|-----------------|------------------|-------------------|--------------------|
| (i) 80° | (ii) 172° | (iii) 90° | (iv) 0° |
| (v) 179° | (vi) 215° | (vii) 360° | (viii) 350° |
| (ix) 15° | (x) 180° | | |

3. ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੇ ਕੋਣਾਂ ਨੂੰ ਕੋਣ ਮਾਪਕ (ਡੀ) ਨਾਲ ਮਾਪੋ ਅਤੇ ਉਨ੍ਹਾਂ ਦਾ ਮਾਪ ਲਿਖੋ।



4. ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੇ ਕੋਣ ਕਿੰਨੇ ਡਿਗਰੀ ਦੇ ਹੋਣਗੇ:

(i) ਦੋ ਸਮਕੋਣ

(ii) $\frac{2}{3}$ ਸਮਕੋਣ

(iii) ਚਾਰ ਸਮਕੋਣ

5. ਇੱਕ ਘੜੀ ਦੀ ਘੰਟਿਆਂ ਵਾਲੀ ਸੂਈ ਘੜੀ ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਇੱਕ ਚੱਕਰ ਦਾ ਕਿੰਨਾ ਭਾਗ ਘੁੰਮਦੀ ਹੈ, ਜਦੋਂ ਇਹ ਜਾਂਦੀ ਹੈ :

(i) 3 ਤੋਂ 9 ਤੱਕ

(ii) 5 ਤੋਂ 8 ਤੱਕ

(iii) 10 ਤੋਂ 4 ਤੱਕ

(iv) 2 ਤੋਂ 11 ਤੱਕ

(v) 6 ਤੋਂ 3 ਤੱਕ

(vi) 2 ਤੋਂ 7 ਤੱਕ

6. ਇੱਕ ਘੜੀ ਦੀ ਘੰਟਿਆਂ ਵਾਲੀ ਸੂਈ ਵੱਲੋਂ ਬਣਾਏ ਸਮਕੋਣਾਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ ਪਤਾ ਕਰੋ ਜਦੋਂ ਇਹ ਘੜੀ ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਜਾਂਦੀ ਹੈ-

(i) 5 ਤੋਂ 8 ਤੱਕ

(ii) 1 ਤੋਂ 7 ਤੱਕ

(iii) 4 ਤੋਂ 10 ਤੱਕ

(iv) 9 ਤੋਂ 12 ਤੱਕ

(v) 11 ਤੋਂ 2 ਤੱਕ

(vi) 9 ਤੋਂ 6 ਤੱਕ

(vii) 2 ਤੋਂ 11 ਤੱਕ

(viii) 10 ਤੋਂ 1 ਤੱਕ

(ix) 12 ਤੋਂ 6 ਤੱਕ

(x) 5 ਤੋਂ 2 ਤੱਕ

7. ਇੱਕ ਘੜੀ ਦੀ ਸੂਈ ਕਿੱਥੇ ਰੁਕੇਗੀ, ਜੇਕਰ ਇਹ ਸ਼ੁਰੂ ਹੁੰਦੀ ਹੈ-

(i) 12 ਤੋਂ ਅਤੇ ਘੜੀ ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ $\frac{1}{4}$ ਚੱਕਰ ਬਣਾਉਂਦੀ ਹੈ।

(ii) 2 ਤੋਂ ਅਤੇ ਘੜੀ ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ $\frac{1}{2}$ ਚੱਕਰ ਬਣਾਉਂਦੀ ਹੈ।

(iii) 5 ਤੋਂ ਅਤੇ ਘੜੀ ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ $\frac{1}{4}$ ਚੱਕਰ ਬਣਾਉਂਦੀ ਹੈ।

(iv) 5 ਤੋਂ ਅਤੇ ਘੜੀ ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ $\frac{3}{4}$ ਚੱਕਰ ਬਣਾਉਂਦੀ ਹੈ।

8. ਤੁਸੀਂ ਚੱਕਰ ਦਾ ਕਿੰਨਾ ਭਾਗ ਮੁੜਦੇ ਹੋ, ਜੇਕਰ ਤੁਸੀਂ ਚਿਹਰਾ ਕਰਕੇ ਖੜੇ ਹੋ।

(i) ਪੂਰਬ ਵੱਲ ਅਤੇ ਘੜੀ ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਉੱਤਰ ਵੱਲ ਮੁੜਦੇ ਹੋ।

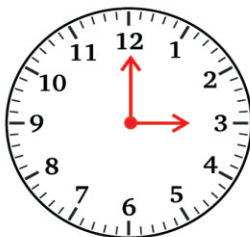
(ii) ਦੱਖਣ ਵੱਲ ਅਤੇ ਘੜੀ ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਉੱਤਰ ਵੱਲ ਮੁੜਦੇ ਹੋ।

(iii) ਦੱਖਣ ਵੱਲ ਅਤੇ ਘੜੀ ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਪੂਰਬ ਵੱਲ ਮੁੜਦੇ ਹੋ।

(iv) ਪੱਛਮ ਵੱਲ ਅਤੇ ਘੜੀ ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਪੂਰਬ ਵੱਲ ਮੁੜਦੇ ਹੋ।

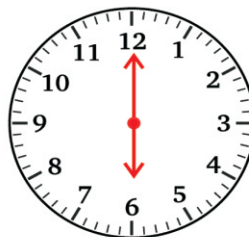
9. ਹਰੇਕ ਚਿੱਤਰ ਵਿੱਚ ਘੜੀ ਦੀਆਂ ਸੂਈਆਂ ਵਿੱਚ ਕੋਣ ਦਾ ਮਾਪ ਪਤਾ ਕਰੋ:

(i)



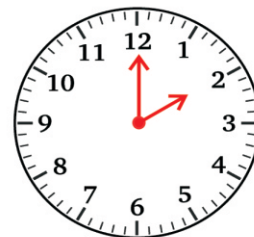
3.00 am

(ii)



6.00 am

(iii)



2.00 am

10. ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੇ ਕੋਣ ਕੋਣ ਮਾਪਕ ਨਾਲ ਬਣਾਓ।

- (i) 40° (ii) 75°
 (iii) 105° (iv) 90° (v) 130°

11. ਸਹੀ ਜਾਂ ਗਲਤ ਦੱਸੋ।

- (i) ਦੋ ਸਮਕੋਣਾਂ ਦਾ ਜੋੜ ਹਮੇਸ਼ਾ ਇੱਕ ਸਰਲ ਕੋਣ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।
 (ii) ਦੋ ਨਿਊਨ ਕੋਣਾਂ ਦਾ ਜੋੜ ਹਮੇਸ਼ਾ ਇੱਕ ਰਿਫਲੈਕਸ ਕੋਣ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।
 (iii) ਅਧਿਕ ਕੋਣ ਦਾ ਮਾਪ 90° ਤੋਂ 180° ਦੇ ਵਿੱਚ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।
 (iv) ਇੱਕ ਪੂਰਨ ਚੱਕਰ ਦੇ ਚਾਰ ਸਮਕੋਣ ਹੁੰਦੇ ਹਨ।

12. ਖਾਲੀ ਥਾਵਾਂ ਭਰੋ।

- (i) ਕੋਣ ਜੋ 0° ਤੋਂ ਵੱਡਾ ਅਤੇ 90° ਤੋਂ ਛੋਟਾ ਹੁੰਦਾ ਹੈ, ਅਖਵਾਉਂਦਾ ਹੈ।
 (ii) ਕੋਣ ਜਿਸਦਾ ਮਾਪ ਦੋ ਸਮਕੋਣਾਂ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੁੰਦਾ ਹੈ, ਅਖਵਾਉਂਦਾ ਹੈ।
 (iii) 90° ਅਤੇ 180° ਦਾ ਵਿਚਲਾ ਕੋਣ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

9.5 ਲੰਬ ਰੇਖਾਵਾਂ (Perpendicular Lines)

ਜੇਕਰ ਦੋ ਰੇਖਾਵਾਂ ਇੱਕ ਦੂਸਰੇ ਨੂੰ ਇੱਕ ਸਮਕੋਣ 'ਤੇ ਕੱਟਦੀਆਂ ਹਨ, ਤਾਂ ਰੇਖਾਵਾਂ ਲੰਬ ਰੇਖਾਵਾਂ ਅਖਵਾਉਂਦੀਆਂ ਹਨ। ਲੰਬ ਰੇਖਾਵਾਂ ਲਈ ' \perp ' ਚਿੰਨ੍ਹ ਹੈ।

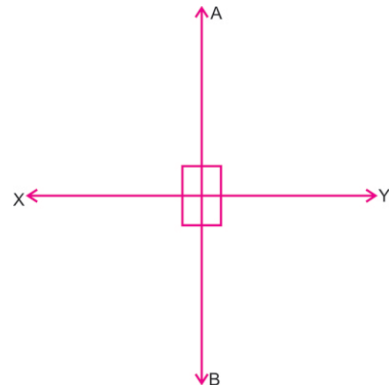
ਦਿੱਤੇ ਹੋਏ ਚਿੱਤਰ ਵਿੱਚ, ਰੇਖਾ AB, XY ਉੱਪਰ ਲੰਬ ਹੈ।

ਭਾਵ $AB \perp XY$

ਅਸੀਂ ਇਹ ਵੀ ਕਹਿ ਸਕਦੇ ਹਾਂ ਕਿ XY, AB ਉੱਪਰ ਲੰਬ ਹੈ।

ਭਾਵ $XY \perp AB$

ਇੱਕ ਕਿਤਾਬ ਦੇ ਦੋ ਲਾਗਵੇਂ ਕਿਨਾਰੇ ਇੱਕ ਦੂਸਰੇ ਉੱਪਰ ਲੰਬ ਹੁੰਦੇ ਹਨ।

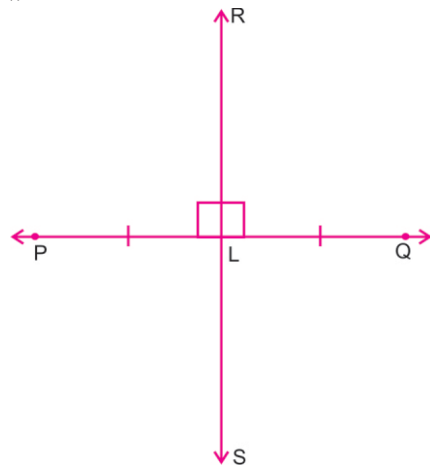


9.6 ਲੰਬ ਸਮਦੁਭਾਜਕ (Perpendicular Bisector)

ਇੱਕ ਰੇਖਾ ਜੋ ਕਿ ਇੱਕ ਰੇਖਾ ਖੰਡ ਦੇ ਮੱਧ ਬਿੰਦੂ ਉੱਤੇ ਲੰਬ ਹੋਵੇ, ਉਸ ਰੇਖਾਖੰਡ ਦਾ ਲੰਬ ਸਮਦੁਭਾਜਕ ਅਖਵਾਉਂਦੀ ਹੈ।

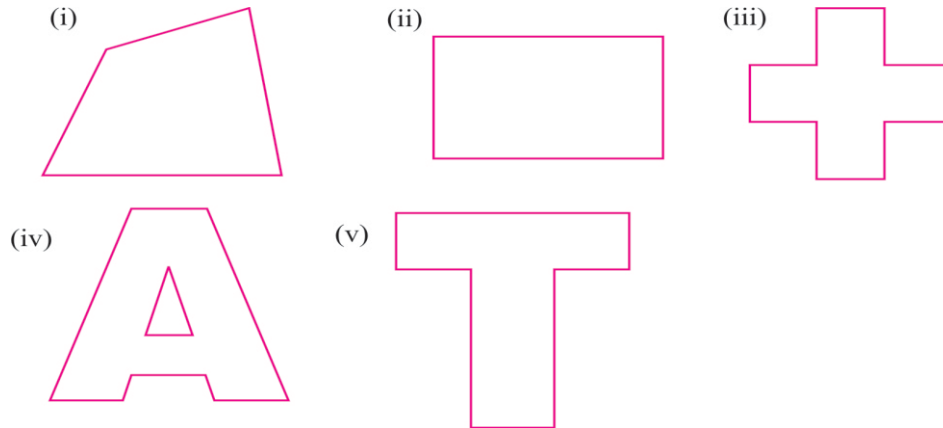
ਚਿੱਤਰ ਅਨੁਸਾਰ, $RS \perp PQ$ ਅਤੇ RS, PQ ਨੂੰ ਸਮਦੁਭਾਜਿਤ ਕਰਦੀ ਹੈ।

ਇੱਥੇ, $PL = LQ$



ਅਭਿਆਸ 9.3

1. ਉਹ ਚਿੱਤਰ ਪਹਿਚਾਣੋ, ਜਿਨ੍ਹਾਂ ਵਿੱਚ ਲੰਬ ਰੇਖਾਵਾਂ ਹਨ।



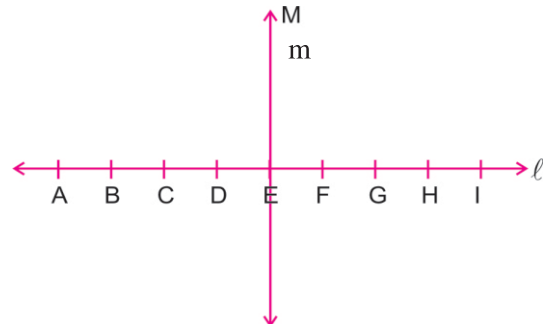
2. ਉਹ ਉਦਾਹਰਨ ਪਹਿਚਾਣੋ, ਜਿਨ੍ਹਾਂ ਵਿੱਚ ਲੰਬ ਰੇਖਾਵਾਂ ਹਨ।

- (i) ਰੇਲ ਦੀ ਪਟੜੀ ਦੀਆਂ ਰੇਖਾਵਾਂ (ii) ਇੱਕ ਮੇਜ਼ ਦੇ ਲਾਗਵੇਂ ਕਿਨਾਰੇ
(iii) ਅੱਖਰ 'L' ਨੂੰ ਬਣਾਉਣ ਵਾਲੇ ਰੇਖਾਖੰਡ

3. ਮੰਨ ਲਓ \overrightarrow{AB} , \overrightarrow{PQ} ਉੱਪਰ ਲੰਬ ਹੈ ਅਤੇ ਉਹ O ਤੇ ਕੱਟਦੀਆਂ ਹਨ। $\angle AOP$ ਦਾ ਮਾਪ ਕੀ ਹੈ?

4. ਦਿੱਤੇ ਹੋਏ ਚਿੱਤਰ ਵਿੱਚ ਰੇਖਾ m ਰੇਖਾ l ਉੱਤੇ ਲੰਬ ਹੈ। ਰੇਖਾ l ਉੱਤੇ ਹਰੇਕ ਬਿੰਦੂ ਬਰਾਬਰ ਦੂਰੀ 'ਤੇ ਲਗਾਇਆ ਗਿਆ ਹੈ। ਆਕ੍ਰਿਤੀ ਨੂੰ ਦੇਖੋ ਅਤੇ ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਕਥਨਾਂ ਲਈ ਸਹੀ ਜਾਂ ਗਲਤ ਦੱਸੋ।

- (i) ਰੇਖਾ m ਰੇਖਾਖੰਡ AI ਦਾ ਲੰਬ ਸਮਦੁਭਾਜਕ ਹੈ।
(ii) $CE = EF$
(iii) $DF = 2DE$



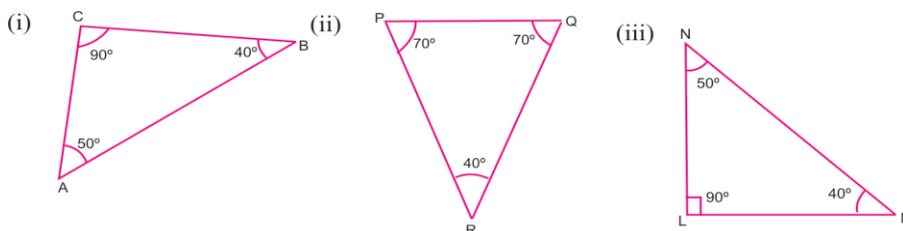
9.7 ਤ੍ਰਿਭੁਜਾਂ ਦਾ ਵਰਗੀਕਰਣ (Classification of Triangles)

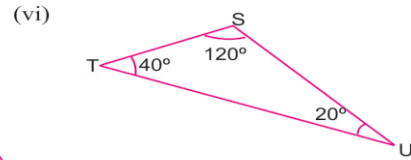
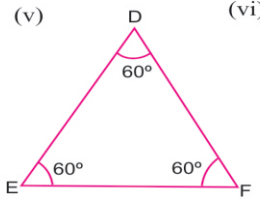
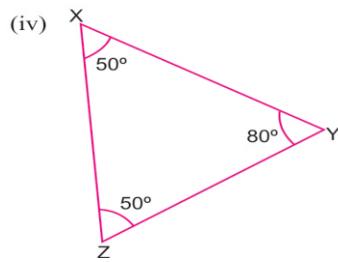
ਪਿਛਲੇ ਅਧਿਆਇ ਵਿੱਚ, ਅਸੀਂ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਬਾਰੇ ਸਿੱਖਿਆ ਹੈ। 'ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਇੱਕ ਸਮਤਲ ਬੰਦ ਆਕ੍ਰਿਤੀ ਹੈ, ਜੋ ਕਿ ਤਿੰਨ ਅਸਮਾਂਤਰ ਰੇਖਾ ਖੰਡਾਂ ਨਾਲ ਬਣਦੀ ਹੈ।'

ਇਸ ਦੇ ਛੇ ਭਾਗ ਜਾਂ ਤੱਤ ਹੁੰਦੇ ਹਨ, ਜਿਨ੍ਹਾਂ ਵਿੱਚ ਤਿੰਨ ਭੁਜਾਵਾਂ ਅਤੇ ਤਿੰਨ ਕੋਣ ਹਨ। ਇਸ ਲਈ, ਅਸੀਂ, ਤ੍ਰਿਭੁਜਾਂ ਨੂੰ ਉਨ੍ਹਾਂ ਦੀਆਂ ਭੁਜਾਵਾਂ ਅਤੇ ਕੋਣਾਂ ਦੇ ਮਾਪ ਦੇ ਅਧਾਰ 'ਤੇ ਵਰਗੀਕ੍ਰਿਤ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹਾਂ।

9.7.1 ਭੁਜਾਵਾਂ ਦੇ ਆਧਾਰ 'ਤੇ (On the basis of sides)

ਹੇਠ ਦਿੱਤੀਆਂ ਤ੍ਰਿਭੁਜਾਂ ਦੀਆਂ ਭੁਜਾਵਾਂ ਮਾਪੋ।





ਦਿੱਤੀ ਸਾਰਣੀ ਨੂੰ ਪੂਰਾ ਕਰੋ:

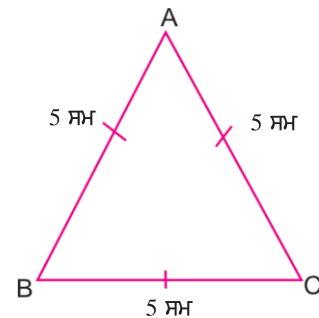
ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੀ ਵਿਸ਼ੇਸ਼ਤਾ	ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦਾ ਨਾਂ
(a) ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਜਿਸਦੀਆਂ ਸਾਰੀਆਂ ਭੁਜਾਵਾਂ ਦੀ ਲੰਬਾਈ ਸਮਾਨ ਹੈ।	$\triangle DEF$
(b) ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਜਿਸਦੀਆਂ ਦੋ ਭੁਜਾਵਾਂ ਦੀ ਲੰਬਾਈ ਸਮਾਨ ਹੈ।
(c) ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਜਿਸਦੀਆਂ ਸਾਰੀਆਂ ਭੁਜਾਵਾਂ ਦੀ ਲੰਬਾਈ ਵੱਖ-ਵੱਖ ਹੈ।

ਤ੍ਰਿਭੁਜਾਂ ਨੂੰ ਉਨ੍ਹਾਂ ਦੀਆਂ ਭੁਜਾਵਾਂ ਦੇ ਮਾਪ ਦੇ ਆਧਾਰ 'ਤੇ ਵਰਗੀਕ੍ਰਿਤ ਕੀਤਾ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ।

ਸਮਭੁਜੀ ਤ੍ਰਿਭੁਜ (Equilateral triangle) : ਇੱਕ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਜਿਸਦੀਆਂ ਸਾਰੀਆਂ ਭੁਜਾਵਾਂ ਦੀ ਲੰਬਾਈ ਸਮਾਨ ਹੈ, ਇੱਕ ਸਮਭੁਜੀ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਅਖਵਾਉਂਦੀ ਹੈ।

ਦਿੱਤੀ ਗਈ $\triangle ABC$ ਵਿੱਚ,

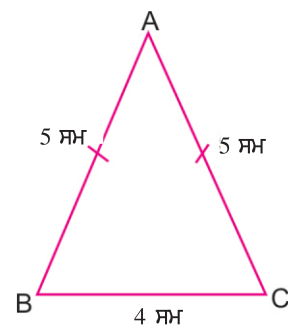
$AB = BC = AC = 5$ ਸਮ, ਇਸ ਲਈ ਇਹ ਇੱਕ ਸਮਭੁਜੀ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਹੈ।



ਸਮਦੋਭੁਜੀ ਤ੍ਰਿਭੁਜ (Isosceles triangle) : ਇੱਕ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਜਿਸਦੀਆਂ ਦੋ ਭੁਜਾਵਾਂ ਦੀ ਲੰਬਾਈ ਸਮਾਨ ਹੈ, ਇੱਕ ਸਮਦੋਭੁਜੀ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਅਖਵਾਉਂਦੀ ਹੈ।

ਦਿੱਤੀ ਹੋਈ $\triangle ABC$ ਵਿੱਚ,

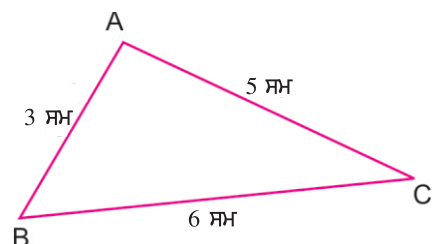
$AB = AC = 5$ ਸਮ, ਇਸ ਲਈ $\triangle ABC$ ਇੱਕ ਸਮਦੋਭੁਜੀ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਹੈ।



ਬਿਖਮਭੁਜੀ ਤ੍ਰਿਭੁਜ (Scalene triangle) : ਇੱਕ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਜਿਸ ਦੀਆਂ ਸਾਰੀਆਂ ਭੁਜਾਵਾਂ ਦੀਆਂ ਲੰਬਾਈਆਂ ਵੱਖ-ਵੱਖ ਹਨ, ਬਿਖਮਭੁਜੀ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਅਖਵਾਉਂਦੀ ਹੈ।

ਦਿੱਤੀ $\triangle ABC$ ਵਿੱਚ,

$AB \neq BC \neq AC$, ਇਸ ਲਈ $\triangle ABC$ ਇੱਕ ਬਿਖਮਭੁਜੀ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਹੈ।



9.7.2 ਕੋਣਾਂ ਦੇ ਅਧਾਰ 'ਤੇ (On the Basis of Angles)

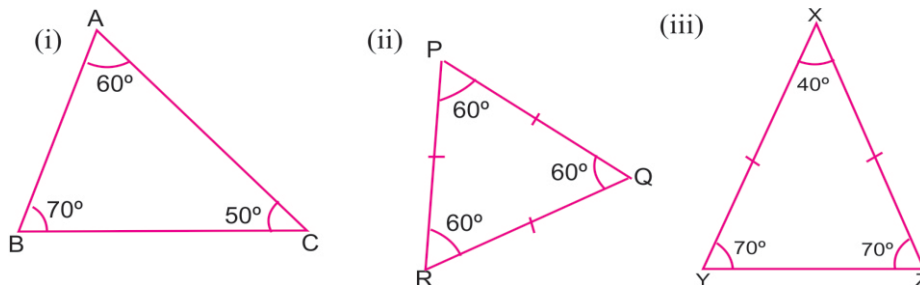
ਜਿਨ੍ਹਾਂ ਤ੍ਰਿਭੁਜਾਂ ਦੀਆਂ ਭੁਜਾਵਾਂ ਦਾ ਮਾਪ ਤੁਸੀਂ ਪਹਿਲਾਂ 9.7.1 ਵਿੱਚ ਕੀਤਾ ਹੈ, ਉਹਨਾਂ ਤ੍ਰਿਭੁਜਾਂ ਦੇ ਕੋਣਾਂ ਨੂੰ ਮਾਪ ਕੇ ਨਿਰੀਖਣ ਕਰੋ ਅਤੇ ਹੇਠ ਦਿੱਤੀ ਸਾਰਣੀ ਪੂਰੀ ਕਰੋ :

ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੀ ਵਿਸ਼ੇਸ਼ਤਾ	ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦਾ ਨਾਂ
ਸਾਰੇ ਨਿਊਨ ਕੋਣਾਂ ਵਾਲੀ ਤ੍ਰਿਭੁਜ	$\triangle XYZ$
ਇੱਕ ਸਮਕੋਣ ਵਾਲੀ ਤ੍ਰਿਭੁਜ
ਇੱਕ ਅਧਿਕ ਕੋਣ ਵਾਲੀ ਤ੍ਰਿਭੁਜ

ਅਸੀਂ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਨੂੰ ਉਨ੍ਹਾਂ ਦੇ ਕੋਣਾਂ ਦੇ ਮਾਪ ਦੇ ਅਧਾਰ 'ਤੇ ਵੀ ਵਰਗੀਕ੍ਰਿਤ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹਾਂ।

ਨਿਊਨ ਕੋਣ ਤ੍ਰਿਭੁਜ (Acute angled triangle) : ਇੱਕ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਜਿਸਦੇ ਸਾਰੇ ਕੋਣ ਨਿਊਨ ਹੋਣ, ਨਿਊਨ ਕੋਣ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਅਖਵਾਉਂਦੀ ਹੈ।

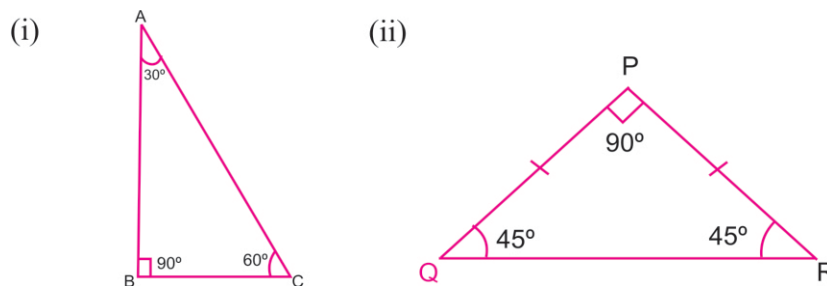
ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੇ ਚਿੱਤਰਾਂ ਵਿੱਚ ਸਾਰੇ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਨਿਊਨ ਕੋਣ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਹਨ।



ਨਿਊਨ ਕੋਣ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਬਿਖਮਭੁਜੀ, ਸਮਭੁਜੀ ਜਾਂ ਸਮਦੋਭੁਜੀ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਹੋ ਸਕਦੀ ਹੈ।

ਸਮਕੋਣ ਤ੍ਰਿਭੁਜ (Right Angled triangle) : ਇੱਕ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਜਿਸਦਾ ਇੱਕ ਕੋਣ ਸਮਕੋਣ ਹੋਵੇ, ਇੱਕ ਸਮਕੋਣ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਅਖਵਾਉਂਦੀ ਹੈ।

ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੇ ਚਿੱਤਰਾਂ ਵਿੱਚ, ਦੋਵੇਂ ਤ੍ਰਿਭੁਜਾਂ ਸਮਕੋਣ ਤ੍ਰਿਭੁਜਾਂ ਹਨ।



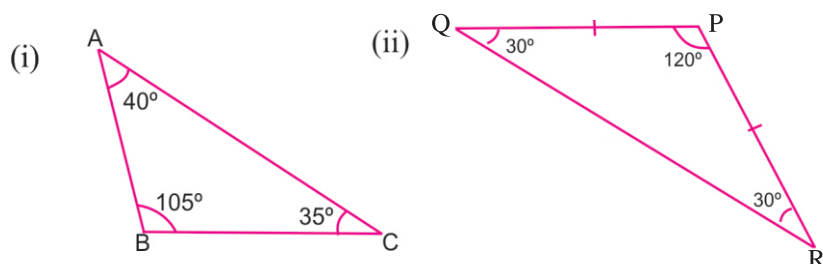
ਸਮਕੋਣ ਦੇ ਸਨਮੁੱਖ ਭੁਜਾਂ 'ਕਰਣ' ਅਖਵਾਉਂਦੀ ਹੈ ਅਤੇ ਬਾਕੀ ਦੋ ਭੁਜਾਂਵਾਂ ਇਸਦੀਆਂ ਬਾਹਾਂ ਅਖਵਾਉਂਦੀਆਂ ਹਨ।

ਚਿੱਤਰ ਵਿੱਚ, AC ਅਤੇ QR ਕ੍ਰਮਵਾਰ ਕਰਣ ਹਨ।

* ਇੱਕ ਸਮਕੋਣ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਬਿਖਮਭੁਜੀ ਜਾਂ ਸਮਦੋਭੁਜੀ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਹੋ ਸਕਦੀ ਹੈ।

* ਇੱਕ ਸਮਕੋਣ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਵਿੱਚ ਇੱਕ ਕੋਣ ਸਮਕੋਣ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਅਤੇ ਬਾਕੀ ਦੋ ਨਿਊਨ ਕੋਣ ਹੁੰਦੇ ਹਨ।

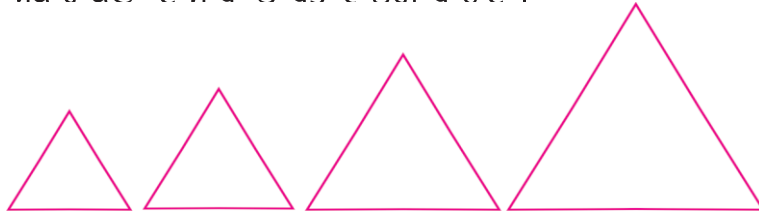
ਅਧਿਕ ਕੋਣ ਤ੍ਰਿਭੁਜ (Obtuse Angled Triangle) : ਇੱਕ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਜਿਸਦਾ ਇੱਕ ਕੋਣ ਅਧਿਕ ਹੈ, ਅਧਿਕ ਕੋਣੀ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਅਖਵਾਉਂਦੀ ਹੈ। ਸਾਹਮਣੇ ਦਿੱਤੇ ਚਿੱਤਰ ਵਿੱਚ ਦੋਵੇਂ ਤ੍ਰਿਭੁਜਾਂ ਅਧਿਕ ਕੋਣ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਹਨ।



- * ਇੱਕ ਅਧਿਕ ਕੋਣ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਕੇਵਲ ਬਿਖਮਭੁਜੀ ਜਾਂ ਸਮਦੋਭੁਜੀ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਹੋ ਸਕਦੀ ਹੈ।
- * ਇੱਕ ਅਧਿਕ ਕੋਣ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਵਿੱਚ, ਇੱਕ ਕੋਣ ਅਧਿਕ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਅਤੇ ਬਾਕੀ ਦੋ ਕੋਣ ਨਿਊਨ ਕੋਣ ਹੁੰਦੇ ਹਨ।

ਤ੍ਰਿਭੁਜਾਂ ਬਾਰੇ ਉਪਰੋਕਤ ਚਰਚਾ ਤੋਂ ਬਾਅਦ ਅਸੀਂ ਨਿਰੀਖਣ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹਾਂ ਕਿ

- * ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦਾ ਅਕਾਰ ਕੋਣਾਂ ਦੇ ਮਾਪ 'ਤੇ ਪਛਾਵ ਨਹੀਂ ਪਾਉਂਦਾ।



- * ਵੱਡੇ ਕੋਣ ਦੀ ਸਨਮੁੱਖ ਭੁਜਾ, ਛੋਟੇ ਕੋਣ ਦੀ ਸਨਮੁੱਖ ਭੁਜਾ ਤੋਂ ਵੱਡੀ ਹੁੰਦੀ ਹੈ।
- * ਜੇਕਰ ਇੱਕ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੇ ਕੋਣ ਬਰਾਬਰ ਹੋਣ ਤਾਂ ਬਰਾਬਰ ਕੋਣਾਂ ਦੀਆਂ ਸਨਮੁੱਖ ਭੁਜਾਵਾਂ ਦੀ ਲੰਬਾਈ ਵੀ ਬਰਾਬਰ ਹੁੰਦੀ ਹੈ।
- * ਇੱਕ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੇ ਸਾਰੇ ਕੋਣਾਂ ਦਾ ਜੋੜ 180° ਹੁੰਦਾ ਹੈ।
- * ਇੱਕ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਵਿੱਚ ਕੋਈ ਦੋ ਭੁਜਾਵਾਂ ਦਾ ਜੋੜ, ਇਸਦੀ ਤੀਸਰੀ ਭੁਜਾ ਤੋਂ ਹਮੇਸ਼ਾ ਵੱਡਾ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

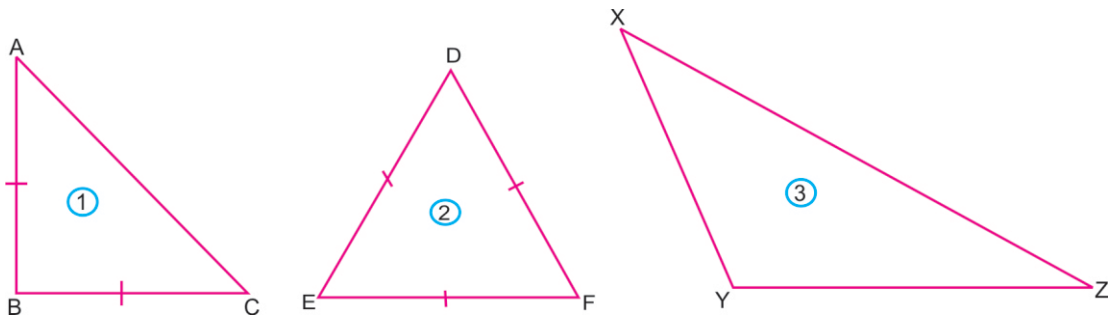


● ਕਿਰਿਆ ●

ਭੁਜਾਵਾਂ ਅਤੇ ਕੋਣਾਂ ਦੇ ਆਧਾਰ 'ਤੇ ਤ੍ਰਿਭੁਜਾਂ ਦਾ ਵਰਗੀਕਰਣ।

ਲੋੜੀਂਦੀ ਸਮੱਗਰੀ : ਛੁੱਟਾ, ਕੋਣ ਮਾਪਕ ਅਤੇ ਪੈਨ ਆਦਿ।

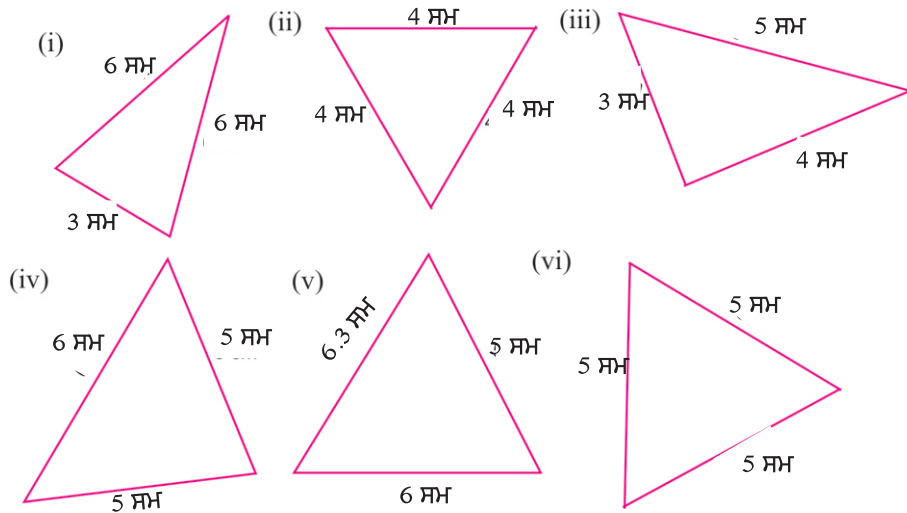
ਵਿਧੀ :- ਦਿੱਤੀ ਹੋਈ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦਾ ਹਰੇਕ ਕੋਣ ਅਤੇ ਹਰੇਕ ਭੁਜਾ ਦੀ ਲੰਬਾਈ ਮਾਪੋ।



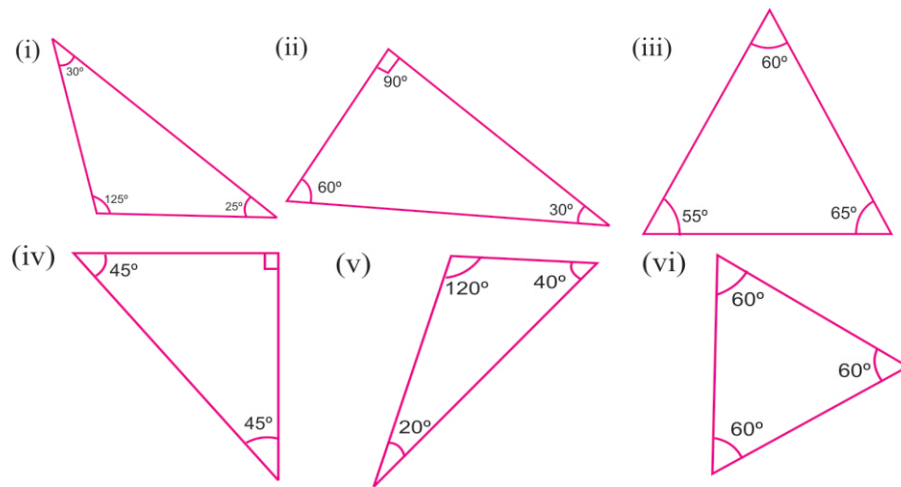
ਲੜੀ ਨੰ.	ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦਾ ਨਾਂ	ਭੁਜਾਵਾਂ ਦੇ ਆਧਾਰ 'ਤੇ ਵਰਗੀਕਰਣ	ਕੋਣਾਂ ਦੇ ਆਧਾਰ 'ਤੇ ਵਰਗੀਕਰਣ
1	$\triangle ABC$	$AB = BC \neq AC$ ਸਮਦੋਭੁਜੀ ਤ੍ਰਿਭੁਜ	$\angle B = 90^\circ$ ਸਮਕੋਣੀ ਤ੍ਰਿਭੁਜ
2	$\triangle DEF$	$DE = EF = DF$ ਸਮਭੁਜੀ ਤ੍ਰਿਭੁਜ	$\angle E = \angle F = \angle D = 60^\circ$ ਨਿਊਨ ਕੋਣੀ ਤ੍ਰਿਭੁਜ
3	$\triangle XYZ$	$XY \neq YZ \neq ZX$ ਬਿਖਮਭੁਜੀ ਤ੍ਰਿਭੁਜ	$\angle Y = 120^\circ$ ਅਧਿਕ ਕੋਣੀ ਤ੍ਰਿਭੁਜ

ਅਭਿਆਸ 9.4

1. ਹੇਠ ਦਿੱਤੇ ਤ੍ਰਿਭੁਜਾਂ ਦਾ ਬਿਖਮਭੁਜੀ, ਸਮਦੋਭੁਜੀ ਜਾਂ ਸਮਭੁਜੀ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਵਿੱਚ ਵਰਗੀਕਰਨ ਕਰੋ।



2. ਹੇਠ ਦਿੱਤੇ ਤ੍ਰਿਭੁਜਾਂ ਦਾ ਨਿਊਨ ਕੋਣ, ਅਧਿਕ ਕੋਣ ਜਾਂ ਸਮਕੋਣ ਤ੍ਰਿਭੁਜਾਂ ਵਿੱਚ ਵਰਗੀਕਰਨ ਕਰੋ।



3. ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੀਆਂ ਵਿੱਚੋਂ ਕਿਹੜੀਆਂ ਤ੍ਰਿਭੁਜਾਂ, ਦਿੱਤੇ ਹੋਏ ਕੋਣਾਂ ਨਾਲ ਸੰਭਵ ਹਨ।

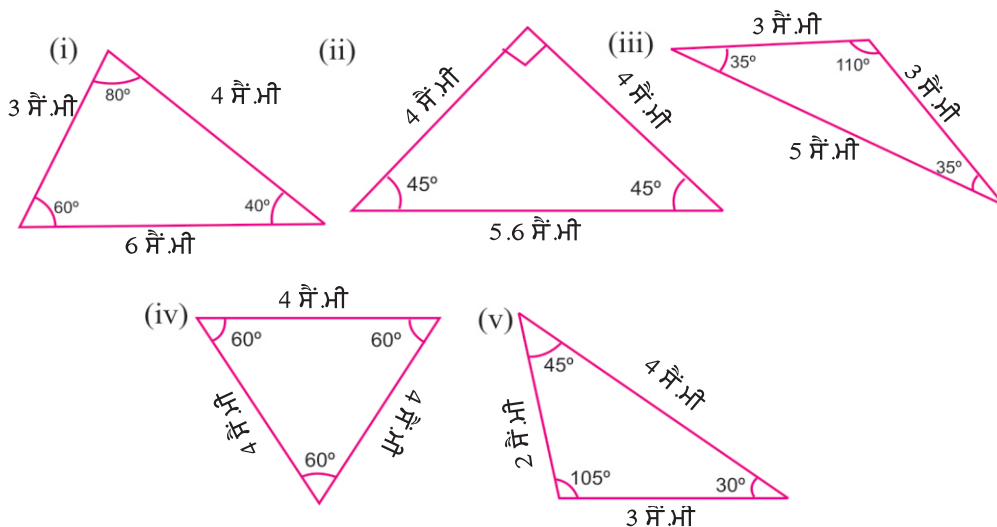
- | | | |
|-------------------------------------|--------------------------------------|--------------------------------------|
| (i) $60^\circ, 60^\circ, 60^\circ$ | (ii) $110^\circ, 50^\circ, 30^\circ$ | (iii) $65^\circ, 55^\circ, 60^\circ$ |
| (iv) $90^\circ, 40^\circ, 50^\circ$ | (v) $48^\circ, 62^\circ, 50^\circ$ | (vi) $90^\circ, 95^\circ, 30^\circ$ |

4. ਹੇਠ ਦਿੱਤੀਆਂ ਤ੍ਰਿਭੁਜਾਂ ਨੂੰ ਬਿਖਮਭੁਜੀ, ਸਮਦੋਭੁਜੀ ਜਾਂ ਸਮਭੁਜੀ ਤ੍ਰਿਭੁਜਾਂ ਵਿੱਚ ਵਰਗੀਕਰਨ ਕਰੋ।

- | | | |
|--------------------------------------|-----------------------------------|---------------------------------|
| (i) 4 ਸੈਂਮੀ, 5 ਸੈਂਮੀ, 6 ਸੈਂਮੀ | (ii) 5 ਸੈਂਮੀ, 7 ਸੈਂਮੀ, 5 ਸੈਂਮੀ | (iii) 4.2 ਮੀ., 5.3 ਮੀ., 6.1 ਮੀ. |
| (iv) 3.5 ਸੈਂਮੀ, 3.5 ਸੈਂਮੀ, 3.5 ਸੈਂਮੀ | (v) 8 ਸੈਂਮੀ, 4.2 ਸੈਂਮੀ, 4.2 ਸੈਂਮੀ | (vi) 2 ਸੈਂਮੀ, 3 ਸੈਂਮੀ, 4 ਸੈਂਮੀ |

5. ਹੇਠ ਦਿੱਤੀਆਂ ਤ੍ਰਿਭੁਜਾਂ ਨੂੰ ਦੋਵਾਂ ਤਰ੍ਹਾਂ ਨਾਲ ਨਾਮ ਦਿਓ:-

(ਭੁਜਾਵਾਂ ਅਤੇ ਕੋਣਾਂ ਦੇ ਆਧਾਰ 'ਤੇ)



6. ਖਾਲੀ ਥਾਵਾਂ ਭਰੋ-

- (i) ਇੱਕ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੀਆਂ ਭੁਜਾਵਾਂ ਹਨ।
- (ii) ਇੱਕ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੇ ਸਿਖਰ ਹਨ।
- (iii) ਇੱਕ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੇ ਕੋਣ ਹਨ।
- (iv) ਇੱਕ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੇ ਭਾਗ ਹਨ।
- (v) ਇੱਕ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਜਿਸਦੀਆਂ ਸਾਰੀਆਂ ਭੁਜਾਵਾਂ ਦੀ ਲੰਬਾਈ ਵੱਖ-ਵੱਖ ਹੈ, ਵਜੋਂ ਜਾਣੀ ਜਾਂਦੀ ਹੈ।
- (vi) ਇੱਕ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਜਿਸਦੇ ਸਾਰੇ ਕੋਣ ਨਿਊਨ ਹੋਣ, ਵਜੋਂ ਜਾਣੀ ਜਾਂਦੀ ਹੈ।
- (vii) ਇੱਕ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਜਿਸਦੀਆਂ ਦੋ ਭੁਜਾਵਾਂ ਬਰਾਬਰ ਹੋਣ, ਵਜੋਂ ਜਾਣੀ ਜਾਂਦੀ ਹੈ।
- (viii) ਇੱਕ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਜਿਸਦਾ ਇੱਕ ਕੋਣ ਅਧਿਕ ਕੋਣ ਹੋਵੇ, ਵਜੋਂ ਜਾਣੀ ਜਾਂਦੀ ਹੈ।
- (ix) ਇੱਕ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਜਿਸਦੀਆਂ ਸਾਰੀਆਂ ਭੁਜਾਵਾਂ ਬਰਾਬਰ ਹੋਣ, ਵਜੋਂ ਜਾਣੀ ਜਾਂਦੀ ਹੈ।
- (x) ਇੱਕ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਜਿਸਦਾ ਇੱਕ ਕੋਣ ਸਮਕੋਣ ਹੋਵੇ, ਵਜੋਂ ਜਾਣੀ ਜਾਂਦੀ ਹੈ।

7. ਸਹੀ ਜਾਂ ਗਲਤ ਦਸੋ;

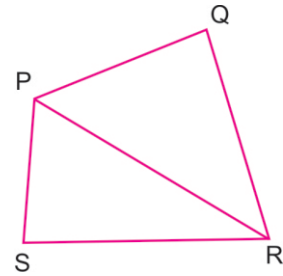
- (i) ਹਰੇਕ ਸਮਭੁਜੀ ਤ੍ਰਿਭੁਜ, ਇੱਕ ਸਮਦੋਭੁਜੀ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਹੁੰਦੀ ਹੈ।
- (ii) ਹਰੇਕ ਨਿਊਨ ਕੋਣੀ ਤ੍ਰਿਭੁਜ, ਇੱਕ ਬਿਖਮਭੁਜੀ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਹੁੰਦੀ ਹੈ।
- (iii) ਹਰੇਕ ਸਮਦੋਭੁਜੀ ਤ੍ਰਿਭੁਜ, ਇੱਕ ਸਮਭੁਜੀ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਹੁੰਦੀ ਹੈ।
- (iv) ਇੱਕ ਅਧਿਕ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਵਿੱਚ, ਦੋ ਅਧਿਕ ਕੋਣ ਹੁੰਦੇ ਹਨ।
- (v) ਇੱਕ ਸਮਕੋਣ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਵਿੱਚ, ਕੇਵਲ ਇੱਕ ਹੀ ਸਮਕੋਣ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।
- (vi) ਸਮਕੋਣ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਕਦੀ ਵੀ ਸਮਦੋਭੁਜੀ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਨਹੀਂ ਹੋ ਸਕਦੀ।



● ਬਹੁ-ਵਿਕਲਪੀ ਪ੍ਰਸ਼ਨ ●

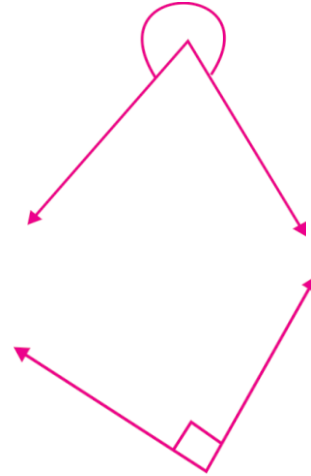
1. ਦਿੱਤੀ ਆਕ੍ਰਿਤੀ ਵਿੱਚੋਂ ਹੇਠ ਦਿੱਤਿਆਂ ਵਿੱਚੋਂ ਕਿਹੜਾ ਸਹੀ ਹੈ?

- (a) $PR = PQ$
- (b) $PR > QR$
- (c) $PS > PR$
- (d) $PR < PQ$



2. ਦਿੱਤੀ ਆਕ੍ਰਿਤੀ ਵਿੱਚ, ਕਿਹੜਾ ਕੋਣ ਦਰਸਾਇਆ ਗਿਆ ਹੈ।

- (a) ਰਿਫਲੈਕਸ ਕੋਣ
- (b) ਨਿਊਨ ਕੋਣ
- (c) ਅਧਿਕ ਕੋਣ
- (d) ਸਮਕੋਣ



3. ਦਿੱਤੀ ਆਕ੍ਰਿਤੀ ਵਿੱਚ ਕਿਹੜਾ ਕੋਣ ਦਰਸਾਇਆ ਗਿਆ ਹੈ।

- (a) ਨਿਊਨ ਕੋਣ
- (b) ਸਮਕੋਣ
- (c) ਅਧਿਕ ਕੋਣ
- (d) ਰਿਫਲੈਕਸ ਕੋਣ

4. ਹੇਠ ਦਿੱਤੀਆਂ ਵਿੱਚੋਂ ਲੰਬ ਰੇਖਾਵਾਂ ਦੀ ਉਦਾਹਰਨ ਕਿਹੜੀ ਹੈ?

- (a) ਰੇਲ ਦੀਆਂ ਪਟੜੀਆਂ
- (b) ਅੱਖਰ 'x' ਬਣਾਉਂਦੇ ਰੇਖਾਖੰਡ
- (c) ਇੱਕ ਮੇਜ਼ ਦੇ ਲਾਗਵੇਂ ਕਿਨਾਰੇ
- (d) ਅੱਖਰ 'M' ਬਣਾਉਂਦੇ ਰੇਖਾ ਖੰਡ

5. ਹੇਠ ਦਿੱਤੇ ਕੋਣਾਂ ਵਿੱਚੋਂ ਕਿਹੜੇ ਕੋਣ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਬਣਾਉਂਦੇ ਹਨ।

- (a) $60^\circ, 72^\circ, 48^\circ$
- (b) $73^\circ, 54^\circ, 59^\circ$
- (c) $60^\circ, 51^\circ, 70^\circ$
- (d) $100^\circ, 42^\circ, 39^\circ$

6. ਹੇਠ ਦਿੱਤੀਆਂ ਭੁਜਾਵਾਂ ਵਿੱਚੋਂ ਕਿਹੜੀਆਂ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੀਆਂ ਭੁਜਾਵਾਂ ਹਨ।

- (a) 1, 2, 3
- (b) 2, 2, 7
- (c) 3, 4, 2
- (d) 5, 6, 12



● ਸਿੱਖਣ ਦੇ ਪਰਿਣਾਮ ●

ਇਸ ਅਧਿਆਇ ਦੀ ਪੂਰਨਤਾ ਦੇ ਬਾਅਦ, ਵਿਦਿਆਰਥੀ :

- ਵੱਖ-ਵੱਖ ਵਿਧੀਆਂ ਨਾਲ ਰੇਖਾ ਖੰਡਾਂ ਦੀ ਤੁਲਨਾ ਕਰਨ ਦੇ ਯੋਗ ਹਨ।
- ਰੇਖਾਖੰਡਾਂ ਕੋਣਾਂ ਆਦਿ ਨੂੰ ਮਾਪਣ ਦੇ ਯੋਗ ਹਨ।
- ਆਲੇ ਦੁਆਲੇ ਦੀਆਂ ਉਦਾਹਰਣਾਂ ਰਾਹੀਂ ਕੋਣਾਂ ਬਾਰੇ ਜਾਣਨ ਦੇ ਯੋਗ ਹਨ।



ਉੱਤਰਮਾਲਾ

ਅਭਿਆਸ 9.1

1. (i) 3.1 cm (ii) 2.9 cm (iii) 2 cm (iv) 4.8 cm (v) 4.1 cm
2. (i) $AB = AB$ (ii) $CD < AC$ (iii) $AC > AD$ (iv) $BC < AC$ (v) $BD > CD$

ਅਭਿਆਸ 9.2

1. (i) ਨਿਊਨ ਕੋਣ (ii) ਅਧਿਕ ਕੋਣ (iii) ਰਿਫਲੈਕਸ ਕੋਣ (iv) ਸਰਲ ਕੋਣ
(v) ਨਿਊਨ ਕੋਣ (vi) ਸਮ ਕੋਣ (vii) ਅਧਿਕ ਕੋਣ (viii) ਸਮ ਕੋਣ
(ix) ਰਿਫਲੈਕਸ ਕੋਣ (x) ਨਿਊਨ ਕੋਣ
2. (i) ਨਿਊਨ ਕੋਣ (ii) ਅਧਿਕ ਕੋਣ (iii) ਸਮ ਕੋਣ (iv) ਸਿਫਰ ਕੋਣ
(v) ਅਧਿਕ ਕੋਣ (vi) ਰਿਫਲੈਕਸ ਕੋਣ (vii) ਪੂਰਨ ਕੋਣ (viii) ਰਿਫਲੈਕਸ ਕੋਣ
(ix) ਨਿਊਨ ਕੋਣ (x) ਸਰਲ ਕੋਣ
3. (i) 60° (ii) 125° (iii) 110° (iv) 80° (v) 120°
(vi) 105° (vii) 80° (viii) 135° (ix) 88° (x) 90°
4. (i) 180° (ii) 60° (iii) 360°
5. (i) $\frac{1}{2}$ (ii) $\frac{1}{4}$ (iii) $\frac{1}{2}$ (iv) $\frac{3}{4}$ (v) $\frac{3}{4}$ (vi) $\frac{5}{12}$
6. (i) 1 (ii) 2 (iii) 2 (iv) 1 (v) 1 (vi) 3
(vii) 3 (viii) 1 (ix) 2 (x) 3
7. (i) 3 (ii) 8 (iii) 8 (iv) 2
8. (i) $\frac{3}{4}$ (ii) $\frac{1}{2}$ (iii) $\frac{3}{4}$ (iv) $\frac{1}{2}$
9. (i) 90° (ii) 180° (iii) 60°
11. (i) ਸਹੀ (ii) ਗਲਤ (iii) ਸਹੀ (iv) ਸਹੀ
12. (i) ਨਿਊਨ ਕੋਣ (ii) ਸਰਲ ਕੋਣ ਜਾਂ 180° (iii) ਅਧਿਕ ਕੋਣ

ਅਭਿਆਸ 9.3

1. (ii), (iii), (v) 2. (ii), (iii) 3. 90° 4. (i) ਸਹੀ (ii) ਸਹੀ (iii) ਸਹੀ

ਅਭਿਆਸ 9.4

1. (i) ਸਮਦੋਭੁਜੀ (ii) ਸਮਭੁਜੀ (iii) ਬਿਖਮਭੁਜੀ (iv) ਸਮਦੋਭੁਜੀ
(v) ਬਿਖਮਭੁਜੀ (vi) ਸਮਭੁਜੀ
2. (i) ਅਧਿਕ ਕੋਣੀ (ii) ਸਮਕੋਣੀ (iii) ਨਿਊਨ ਕੋਣੀ (iv) ਸਮਕੋਣੀ
(v) ਅਧਿਕ ਕੋਣੀ (vi) ਨਿਊਨ ਕੋਣੀ
3. (i), (iii), (iv)
4. (i) ਬਿਖਮ ਭੁਜੀ (ii) ਸਮਦੋਭੁਜੀ (iii) ਬਿਖਮਭੁਜੀ (iv) ਸਮਭੁਜੀ
(v) ਸਮਦੋਭੁਜੀ (vi) ਬਿਖਮਭੁਜੀ
5. (i) ਬਿਖਮਭੁਜੀ, ਨਿਊਨ ਕੋਣੀ (ii) ਸਮਦੋਭੁਜੀ, ਸਮਕੋਣੀ
(iii) ਸਮਦੋਭੁਜੀ, ਅਧਿਕ ਕੋਣੀ (iv) ਸਮਭੁਜੀ, ਨਿਊਨ ਕੋਣੀ
(v) ਬਿਖਮਭੁਜੀ, ਅਧਿਕ ਕੋਣੀ
6. (i) 3 (ii) 3 (iii) 3 (iv) 6
(v) ਵਿਖਮਭੁਜੀ ਤ੍ਰਿਭੁਜ (vi) ਨਿਊਨ ਕੋਣੀ (vii) ਸਮਦੋਭੁਜੀ ਤ੍ਰਿਭੁਜ (viii) ਅਧਿਕ ਕੋਣੀ ਤ੍ਰਿਭੁਜ
(ix) ਸਮਭੁਜੀ ਤ੍ਰਿਭੁਜ (x) ਸਮਕੋਣੀ ਤ੍ਰਿਭੁਜ
7. (i) ਸਹੀ (ii) ਗਲਤ (iii) ਗਲਤ (iv) ਗਲਤ (v) ਸਹੀ (vi) ਗਲਤ

ਬਹੁ-ਵਿਕਲਪੀ ਪ੍ਰਸ਼ਨ

- (1) b (2) a (3) b (4) c (5) a (6) c





10

ਅਨੁਪਾਤ ਅਤੇ ਸਮਾਨ-ਅਨੁਪਾਤ

(RATIO AND PROPORTION)



ਉਦੇਸ਼

ਇਸ ਅਧਿਆਇ ਵਿੱਚ ਤੁਸੀਂ ਸਿੱਖੋਗੇ

- ਅਨੁਪਾਤ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਕੇ ਰਾਸ਼ੀਆਂ ਦੀ ਤੁਲਨਾ ਕਰਨਾ।
- ਅਲੱਗ-ਅਲੱਗ ਹਾਲਤਾਂ ਵਿੱਚ ਅਨੁਪਾਤ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਨਾ।
- ਆਮ ਜੀਵਨ ਵਿੱਚ ਸਮਾਨ ਅਨੁਪਾਤ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਨ ਦੇ ਸਮਰੱਥ ਹੋਣਾ।
- ਰੋਜ਼ਾਨਾ ਜ਼ਿੰਦਗੀ ਦੀਆਂ ਸਮੱਸਿਆਵਾਂ ਵਿੱਚ ਇਕਾਈ ਵਿਧੀ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਨਾ।

10.1 ਜਾਣ-ਪਛਾਣ (Introduction)

ਅਸੀਂ ਆਪਣੀ ਰੋਜ਼ਾਨਾ ਜ਼ਿੰਦਗੀ ਵਿੱਚ ਕਈ ਅਜਿਹੇ ਹਾਲਾਤਾਂ ਦਾ ਸਾਹਮਣਾ ਕਰਦੇ ਹਾਂ ਜਿਸ ਵਿੱਚ ਸਾਨੂੰ ਦੋ ਰਾਸ਼ੀਆਂ ਜੋ ਕਿ ਆਪਣੇ ਮਾਪ ਵਿੱਚ ਇੱਕੋ ਜਿਹੀਆਂ ਹੋਣ, ਦੀ ਤੁਲਨਾ ਕਰਨੀ ਪੈਂਦੀ ਹੈ।

ਉਦਾਹਰਨ ਲਈ, ਇੱਕ ਪ੍ਰੀਖਿਆ ਵਿੱਚ ਪਾਰਸ ਨੇ 84 ਅੰਕ ਅਤੇ ਚਰਨ ਨੇ 70 ਅੰਕ ਹਾਸਿਲ ਕੀਤੇ। ਆਮ ਤੌਰ 'ਤੇ, ਉਹਨਾਂ ਦੀ ਕਾਰਜਕੁਸ਼ਲਤਾ ਦੀ ਤੁਲਨਾ ਦੋ ਤਰੀਕੇ ਨਾਲ ਕੀਤੀ ਜਾਂਦੀ ਹੈ:

(i) ਅੰਤਰ ਨਾਲ ਤੁਲਨਾ (Comparison by difference)

$$\text{ਅੰਕਾਂ ਦਾ ਅੰਤਰ} = 84 - 70 = 14$$

ਭਾਵ, ਪਾਰਸ ਨੇ ਚਰਨ ਤੋਂ 14 ਅੰਕ ਵੱਧ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕੀਤੇ।

ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਦੀ ਤੁਲਨਾ ਨੂੰ ਅੰਤਰ ਨਾਲ ਤੁਲਨਾ ਕਰਨਾ ਆਖਦੇ ਹਨ।

(ii) ਭਾਗ ਨਾਲ ਤੁਲਨਾ (Comparison by Division)

$$\frac{\text{ਪਾਰਸ ਦੇ ਅੰਕ}}{\text{ਚਰਨ ਦੇ ਅੰਕ}} = \frac{84}{70} = \frac{6}{5}$$

ਭਾਵ, ਪਾਰਸ ਦੇ ਅੰਕ ਚਰਨ ਦੇ ਅੰਕਾਂ ਦਾ $\frac{6}{5}$ ਗੁਣਾ ਹਨ।

$$\text{ਜਾਂ } \frac{\text{ਚਰਨ ਦੇ ਅੰਕ}}{\text{ਪਾਰਸ ਦੇ ਅੰਕ}} = \frac{70}{84} = \frac{5}{6}$$

ਭਾਵ ਚਰਨ ਦੇ ਅੰਕ, ਪਾਰਸ ਦੇ ਅੰਕਾਂ ਦਾ $\frac{5}{6}$ ਗੁਣਾ ਹਨ।

ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਦੀ ਤੁਲਨਾ, ਨੂੰ ਭਾਗ ਨਾਲ ਤੁਲਨਾ ਆਖਦੇ ਹਨ।

ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ, ਜੇਕਰ ਅਸੀਂ ਇਹ ਦੇਖਣਾ ਚਾਹੁੰਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਇੱਕ ਰਾਸ਼ੀ ਦੂਸਰੀ ਰਾਸ਼ੀ ਨਾਲੋਂ ਕਿੰਨਾ ਵੱਧ (ਜਾਂ ਘੱਟ) ਹੈ ਤਾਂ ਅਸੀਂ ਉਹਨਾਂ ਦੀ ਅੰਤਰ ਨਾਲ ਤੁਲਨਾ ਕਰਦੇ ਹਾਂ। ਦੂਜੇ ਪਾਸੇ ਜੇਕਰ ਅਸੀਂ ਇਹ ਜਾਣਨਾ ਚਾਹੁੰਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਇੱਕ ਰਾਸ਼ੀ ਦੂਜੀ ਰਾਸ਼ੀ ਤੋਂ ਕਿੰਨੇ ਗੁਣਾ ਵੱਧ (ਜਾਂ ਘੱਟ) ਹੈ ਤਾਂ ਅਸੀਂ ਭਾਗ ਨਾਲ ਤੁਲਨਾ ਕਰਦੇ ਹਾਂ।

ਅਸਲ ਵਿੱਚ ਜਦੋਂ ਅਸੀਂ ਦੋ ਰਾਸ਼ੀਆਂ ਜੋ ਕਿ ਇੱਕੋ ਜਿਹੀਆਂ ਹਨ, ਦੀ ਤੁਲਨਾ ਭਾਗ ਨਾਲ ਕਰਦੇ ਹਾਂ ਤਾਂ ਅਸੀਂ ਦੋਹਾਂ ਰਾਸ਼ੀਆਂ ਦਾ ਅਨੁਪਾਤ ਲਿਖਦੇ ਹਾਂ।

ਭਾਵ, ਭਾਗ ਨਾਲ ਤੁਲਨਾ ਕਰਨ ਨੂੰ ‘ਅਨੁਪਾਤ’ ਵੀ ਆਖਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।

10.2 ਅਨੁਪਾਤ (Ratio)

ਅਨੁਪਾਤ ਇੱਕ ਅਜਿਹਾ ਸੰਬੰਧ ਹੈ, ਜੋ ਕਿ ਪਹਿਲੀ ਰਾਸ਼ੀ ਦੂਸਰੀ ਰਾਸ਼ੀ ਦਾ ਕਿੰਨੇ ਗੁਣਾ ਹੈ, ਨੂੰ ਦਰਸਾਉਣ ਲਈ

ਵਰਤਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਇਸ ਲਈ ਦੋ ਅੰਕਾਂ a ਅਤੇ b ($b \neq 0$) ਦਾ ਅਨੁਪਾਤ $\frac{a}{b}$ ਜਾਂ $a \div b$ ਹੈ ਅਤੇ ਇਸ ਨੂੰ $a:b$ (a

ਅਨੁਪਾਤ b ਪੜ੍ਹਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ), ਜਿਥੇ a ਅਤੇ b ਅਨੁਪਾਤ ਦੀਆਂ ਰਾਸ਼ੀਆਂ ਹਨ।

• ਪਹਿਲੀ ਰਾਸ਼ੀ a ਨੂੰ ਪੂਰਵ ਪਦ (antecedent) ਅਤੇ ਦੂਸਰੀ ਰਾਸ਼ੀ b ਨੂੰ ਉੱਤਰ ਪਦ (consequent) ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।

10.2.1 ਅਨੁਪਾਤ ਦੀਆਂ ਵਿਸ਼ੇਸ਼ਤਾਵਾਂ (Properties of Ratio)

- ਜਿਨ੍ਹਾਂ ਦੋ ਰਾਸ਼ੀਆਂ ਦੀ ਤੁਲਨਾ ਕੀਤੀ ਜਾਂਦੀ ਹੈ, ਉਹ ਇੱਕੋ ਜਿਹੀਆਂ ਜਾਂ ਇੱਕ ਹੀ ਇਕਾਈ (ਲੰਬਾਈ, ਆਇਤਨ ਤੇ ਮਾਤਰਾ ਆਦਿ) ਵਿੱਚ ਹੋਣੀਆਂ ਚਾਹੀਦੀਆਂ ਹਨ।

ਭਾਵ ਅਸੀਂ 18 ਲੜਕੇ ਅਤੇ 12 ਘੋੜਿਆਂ ਦੀ ਤੁਲਨਾ ਨਹੀਂ ਕਰਦੇ ਪਰ ਅਸੀਂ ਲੜਕਿਆਂ ਦੀ ਸੰਖਿਆ ਅਤੇ ਘੋੜਿਆਂ ਦੀ ਸੰਖਿਆ ਦੀ ਤੁਲਨਾ ਕਰਦੇ ਹਾਂ।

- ਅਨੁਪਾਤ ਵਿੱਚ ਜਿਸ ਕ੍ਰਮ ਵਿੱਚ ਰਾਸ਼ੀਆਂ ਲਈਆਂ ਗਈਆਂ ਹਨ ਉਹ ਮਹੱਤਵਪੂਰਨ ਹੈ ਭਾਵ 3 ਅਨੁਪਾਤ 4 ਜਾਂ 3:4, 4 ਅਨੁਪਾਤ 3 ਜਾਂ 4:3 ਤੋਂ ਬਿਲਕੁਲ ਅਲੱਗ ਹੈ।
- ਦੋ ਰਾਸ਼ੀਆਂ ਦਾ ਅਨੁਪਾਤ ਸਿਰਫ ਇੱਕ ਸੰਖਿਆ ਹੈ, ਇਸਦੀ ਕੋਈ ਇਕਾਈ ਨਹੀਂ ਹੁੰਦੀ।
- ਬਰਾਬਰ ਅਨੁਪਾਤ:- ਅਨੁਪਾਤ ਦੀਆਂ ਰਾਸ਼ੀਆਂ ਨੂੰ ਕਿਸੇ ਵੀ ਇੱਕੋ ਜਿਹੀ ਸੰਖਿਆ ਜੋ ਕਿ ਸਿਫਰ ਨਾ ਹੋਵੇ, ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਜਾਂ ਭਾਗ ਕੀਤਾ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ, ਤਾਂ ਉਸ ਦੇ ਮੁੱਲ ਵਿੱਚ ਕੋਈ ਅੰਤਰ ਨਹੀਂ ਆਵੇਗਾ।

ਭਾਵ 2 : 3

$$2 \times 2 : 3 \times 2 = 4:6 \quad (\text{ਦੋਹਾਂ ਰਾਸ਼ੀਆਂ ਨੂੰ 2 ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕਰੋ})$$

$$\text{ਜਾਂ } 2 \times 4 : 3 \times 4 = 8:12 \quad (\text{ਦੋਹਾਂ ਰਾਸ਼ੀਆਂ ਨੂੰ 4 ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕਰੋ})$$

ਅਤੇ 18:24

$$\text{ਜਾਂ } 18 \div 2 : 24 \div 2 = 9:12 \quad (\text{ਦੋਹਾਂ ਰਾਸ਼ੀਆਂ ਨੂੰ 2 ਨਾਲ ਭਾਗ ਕਰੋ})$$

- ਅਨੁਪਾਤ ਸਰਲਤਮ ਰੂਪ ਵਿੱਚ:- ਇੱਕ ਅਨੁਪਾਤ $a:b$ ਸਰਲਤਮ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਹੈ ਜੇਕਰ ਇਸਦੇ ਪੂਰਵ ਪਦ a ਅਤੇ ਉੱਤਰ ਪਦ b ਵਿੱਚ 1 ਤੋਂ ਇਲਾਵਾ ਕੋਈ ਵੀ ਸਾਂਝਾ ਗੁਣਨਖੰਡ ਨਾ ਹੋਵੇ।

ਸਰਲਤਮ ਅਨੁਪਾਤ ਨੂੰ ਨਿਉਨਤਮ ਅਨੁਪਾਤ ਵੀ ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਇਸ ਲਈ ਦੋਹਾਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਉਹਨਾਂ ਦੇ ਮ.ਸ.ਵ ਨਾਲ ਭਾਗ ਕਰੋ।

$$\text{ਉਦਾਹਰਨ ਲਈ } 32 : 24$$

$$\text{ਜਾਂ } 32 \text{ ਅਤੇ } 24 \text{ ਦਾ ਮ.ਸ.ਵ } 8 \text{ ਹੈ}$$

$$\text{ਜਾਂ } 32 \div 8 : 24 \div 8$$

$$\text{ਜਾਂ } 4 : 3$$

ਨੋਟ : ਭਿੰਨ ਅਤੇ ਅਨੁਪਾਤ ਵਿੱਚ ਅੰਤਰ।

- ਭਿੰਨ ਇੱਕ ਸੰਖਿਆ ਹੈ ਜੋ ਪੂਰਨ ਦੇ ਭਾਗ ਨੂੰ ਜਾਂ ਇੱਕ ਸਮੂਹ ਦੇ ਭਾਗ ਨੂੰ ਦਰਸਾਉਂਦੀ ਹੈ। ਹਰ ਬਰਾਬਰ ਭਾਗਾਂ ਦੀ ਸੰਖਿਆ ਨੂੰ ਦਰਸਾਉਂਦਾ ਹੈ, ਜਿਸ ਵਿੱਚ ਪੂਰਨ ਨੂੰ ਵੰਡਿਆ ਗਿਆ ਹੈ।
- ਅਨੁਪਾਤ ਦੋ ਰਾਸ਼ੀਆਂ ਦੀ ਤੁਲਨਾ ਹੈ।

ਉਦਾਹਰਨ ਲਈ, 8 ਵਿਦਿਆਰਥੀਆਂ ਦੇ ਸਮੂਹ ਵਿੱਚ 5 ਮੁੰਡੇ ਅਤੇ 3 ਕੁੜੀਆਂ ਹਨ। ਮੁੰਡਿਆਂ ਦੀ

ਸੰਖਿਆ ਦੀ ਭਿੰਨ $\frac{5}{8}$ ਤੇ ਕੁੜੀਆਂ ਦੀ ਸੰਖਿਆ ਦੀ $\frac{3}{8}$ ਹੈ।

ਇਸ ਵਿੱਚ ਹਰ ਹਮੇਸ਼ਾ 8 ਰਹੇਗਾ ਕਿਉਂਕਿ ਪੂਰੇ ਸਮੂਹ ਵਿੱਚ ਕੁੱਲ 8 ਵਿਦਿਆਰਥੀ ਹਨ। ਜਦੋਂ ਕਿ ਮੁੰਡਿਆਂ ਦੀ ਸੰਖਿਆ ਦਾ ਕੁੜੀਆਂ ਦੀ ਸੰਖਿਆ ਨਾਲ ਅਨੁਪਾਤ 5:3 ਹੈ। ਮੁੰਡਿਆਂ ਦੀ ਸੰਖਿਆ ਦਾ ਕੁੱਲ ਵਿਦਿਆਰਥੀਆਂ ਨਾਲ ਅਨੁਪਾਤ 5:8 ਅਤੇ ਕੁੜੀਆਂ ਦੀ ਸੰਖਿਆ ਦਾ ਕੁੱਲ ਵਿਦਿਆਰਥੀਆਂ ਨਾਲ ਅਨੁਪਾਤ 3:8 ਹੈ। ਅਨੁਪਾਤ ਉਹਨਾਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ 'ਤੇ ਨਿਰਭਰ ਕਰਦਾ ਹੈ ਜਿਨ੍ਹਾਂ ਦੀ ਤੁਲਨਾ ਕੀਤੀ ਜਾ ਰਹੀ ਹੈ ਨਾ ਕਿ ਪੂਰੇ ਸਮੂਹ 'ਤੇ।

ਆਓ ਕੁੱਝ ਉਦਾਹਰਨਾਂ ਦੇਖੀਏ

ਉਦਾਹਰਨ 1. ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੇ ਅਨੁਪਾਤਾਂ ਨੂੰ ਸਰਲਤਮ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਲਿਖੋ।

(i) 18:24 (ii) 15:45 (iii) 36:28

ਹੱਲ : (i) 18:24

ਇਸ ਅਨੁਪਾਤ ਨੂੰ ਸਰਲਤਮ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਲਿੱਖਣ ਲਈ ਸਾਨੂੰ ਦੋਵਾਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਉਹਨਾਂ ਦੇ ਮ.ਸ.ਵ ਨਾਲ ਵੰਡਣਾ ਪਵੇਗਾ।

18 ਤੇ 24 ਦਾ ਮ.ਸ.ਵ 6 ਹੈ।

\therefore 18 : 24

= $(18 \div 6) : (24 \div 6) = 3:4$

ਇਸ ਪ੍ਰਕਾਰ, 18 : 24 ਦਾ ਸਰਲਤਮ ਰੂਪ 3:4 ਹੈ।

ਬਦਲਵੀਂ ਵਿਧੀ : (ਅਭਾਜ ਗੁਣਨਖੰਡ)

ਸਾਡੇ ਕੋਲ ਹੈ 18:24

ਦੋਹਾਂ ਰਾਸ਼ੀਆਂ ਦੇ ਅਭਾਜ ਗੁਣਨਖੰਡ

$2 \times 3 \times 3 : 2 \times 2 \times 2 \times 3$

ਦੋਹਾਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਸਾਂਝੇ ਗੁਣਨਖੰਡ 2×3 ਨਾਲ ਭਾਗ ਕਰਨ 'ਤੇ,

ਸਾਡੇ ਕੋਲ ਹੈ

$3:2 \times 2$ ਜਾਂ 3:4

ਬਦਲਵੀਂ ਵਿਧੀ : 18 : 24

ਇਸ ਵਿੱਚ, ਅਸੀਂ ਦੋਹਾਂ ਰਾਸ਼ੀਆਂ ਨੂੰ ਇੱਕ ਇੱਕ ਕਰਕੇ ਸਾਂਝੇ ਗੁਣਨਖੰਡਾਂ ਨਾਲ ਭਾਗ ਕਰਦੇ ਹਾਂ।

- ਦੋਵੇਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ 2 'ਤੇ ਭਾਗ ਹੁੰਦੀਆਂ ਹਨ, ਇਸ ਲਈ ਦੋਹਾਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ 2 ਨਾਲ ਭਾਗ ਕਰਨ 'ਤੇ ਸਾਨੂੰ ਮਿਲਦਾ ਹੈ 9:12
- ਹੁਣ ਦੋਵੇਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ 3 'ਤੇ ਭਾਗ ਹੁੰਦੀਆਂ ਹਨ, ਇਸ ਲਈ ਦੋਹਾਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ 3 ਨਾਲ ਭਾਗ ਕਰਨ ਤੇ ਸਾਨੂੰ ਮਿਲਦਾ ਹੈ

$3 : 4 \rightarrow$ ਜੋ ਸਰਲਤਮ ਰੂਪ ਹੈ

(ii) 15:45

ਇਸ ਅਨੁਪਾਤ ਨੂੰ ਸਰਲਤਮ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਬਦਲਣ ਲਈ, ਅਸੀਂ ਦੋਹਾਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਉਹਨਾਂ ਦੇ

ਮ.ਸ.ਵ ਨਾਲ ਭਾਗ ਕਰਾਂਗੇ।

ਕਿਉਂਕਿ, 15 ਤੇ 45 ਦਾ ਮ.ਸ.ਵ 15 ਹੈ।

$$\therefore 15 : 45$$

$$\therefore \frac{15}{45} = \frac{15 \div 15}{45 \div 15} = \frac{1}{3} \text{ ਜਾਂ } (15 \div 15) : (45 \div 15) = 1:3$$

ਇਸ ਲਈ, 15:45 ਦਾ ਸਰਲਤਮ ਰੂਪ 1:3 ਹੈ।

ਬਦਲਵੀਂ ਵਿਧੀ : ਅਭਾਜ ਗੁਣਨਖੰਡ

$$15 : 45$$

ਪਹਿਲਾਂ ਦੋਹਾਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੇ ਅਭਾਜ ਗੁਣਨਖੰਡ ਬਣਾਓ।

$$= 3 \times 5 : 3 \times 3 \times 5$$

ਦੋਹਾਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਉਹਨਾਂ ਦੇ ਸਾਂਝੇ ਗੁਣਨਖੰਡ $3 \times 5 = 15$ ਨਾਲ ਭਾਗ ਕਰੋ।

$$\text{ਸਾਡੇ ਕੋਲ ਹੈ } 1 : 3$$

ਬਦਲਵੀਂ ਵਿਧੀ : 15 : 45

ਪਹਿਲਾਂ ਦੋਵਾਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ 3 ਨਾਲ ਭਾਗ ਕਰੋ।

$$= 5 : 15$$

ਹੁਣ ਦੋਵਾਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ 5 ਨਾਲ ਭਾਗ ਕਰੋ।

$$1 : 3 \quad (\text{ਜੋ ਕਿ ਸਰਲਤਮ ਰੂਪ ਹੈ})$$

(iii) 36 : 28

ਦੋਹਾਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਉਹਨਾਂ ਦੇ ਮ.ਸ.ਵ=4 ਨਾਲ ਭਾਗ ਕਰੋ।

$$\therefore 36 : 28$$

$$= (36 \div 4) : (28 \div 4) = 9 : 7$$

ਇਸ ਲਈ, ਸਰਲਤਮ ਰੂਪ 9:7 ਹੈ।

ਬਦਲਵੀਂ ਵਿਧੀ : 36: 28

$$= 2 \times 2 \times 3 \times 3 : 2 \times 2 \times 7 \quad (\text{ਦੋਹਾਂ ਨੂੰ ਸਾਂਝੇ ਗੁਣਨਖੰਡ } 2 \times 2 = 4 \text{ ਨਾਲ ਭਾਗ ਕਰਨ 'ਤੇ})$$

$$= 3 \times 3 : 7$$

$$= 9 : 7$$

ਬਦਲਵੀਂ ਵਿਧੀ : 36 : 28

ਦੋਹਾਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ 2 ਨਾਲ ਭਾਗ ਕਰਨ 'ਤੇ, ਸਾਨੂੰ ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੁੰਦਾ ਹੈ

$$= 18 : 14$$

ਦੁਬਾਰਾ ਦੋਹਾਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ 2 ਨਾਲ ਭਾਗ ਕਰਨ 'ਤੇ ਸਾਨੂੰ ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੁੰਦਾ ਹੈ

$$= 9 : 7$$

ਉਦਾਹਰਨ 2 : ਅਨੁਪਾਤਾਂ ਨੂੰ ਸਰਲਤਮ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਲਿਖੋ।

(i) 15 ਮਿੰਟਾਂ ਦਾ 40 ਮਿੰਟਾਂ ਨਾਲ (ii) 3 ਕਿਲੋਗ੍ਰਾਮ ਦਾ 800 ਗ੍ਰਾਮ ਨਾਲ

(iii) 150 ਸੈ.ਮੀ ਦਾ 6 ਮੀਟਰ ਨਾਲ (iv) 2 ਦਰਜਨ ਦਾ 16 ਵਸਤਾਂ ਨਾਲ

(v) 1 ਮਿੰਟ ਦਾ 30 ਸੈਕਿੰਡ ਨਾਲ

ਹੱਲ : (i) 15 ਮਿੰਟ : 40 ਮਿੰਟ

- $= 15 : 40$ (ਦੋਹਾਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਉਹਨਾਂ ਦੇ ਮ.ਸ.ਵ=5 ਨਾਲ ਭਾਗ ਕਰੋ)
 $= 3 : 8$
- (ii) 3 ਕਿਲੋਗ੍ਰਾਮ ਦਾ 800 ਗ੍ਰਾਮ ਨਾਲ
- $= 3000 \text{ ਗ੍ਰਾਮ ਦਾ } 800 \text{ ਗ੍ਰਾਮ ਨਾਲ } (\rightarrow \because 1 \text{ ਕਿਲੋਗ੍ਰਾਮ} = 1000 \text{ ਗ੍ਰਾਮ})$
 $= 3000 : 800$ (ਦੋਹਾਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਉਹਨਾਂ ਦੇ ਮ.ਸ.ਵ=200 ਨਾਲ ਭਾਗ ਕਰੋ)
 $= 15 : 4$
- (iii) 150 ਸੈ.ਮੀ ਦਾ 6 ਮੀਟਰ ਨਾਲ
- $= 150 \text{ ਸੈ.ਮੀ. ਦਾ } 600 \text{ ਸੈ. ਮੀ. ਨਾਲ } (\because 1 \text{ ਮੀਟਰ} = 100 \text{ ਸੈ.ਮੀ})$
 $= 150 : 600$ (ਦੋਹਾਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਉਹਨਾਂ ਦੇ ਮ.ਸ.ਵ=150 ਨਾਲ ਭਾਗ ਕਰੋ)
 $= 1 : 4$
- (iv) 2 ਦਰਜਨ ਦਾ 16 ਵਸਤੂਆਂ ਨਾਲ
- $= 24 \text{ ਵਸਤੂਆਂ ਦਾ } 16 \text{ ਵਸਤੂਆਂ ਨਾਲ } (1 \text{ ਦਰਜਨ} = 12 \text{ ਵਸਤੂਆਂ})$
 $= 24 : 16$ (ਦੋਹਾਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਉਹਨਾਂ ਦੇ ਮ.ਸ.ਵ=8 ਨਾਲ ਭਾਗ ਕਰੋ)
 $= 3 : 2$
- (v) 1 ਮਿੰਟ ਦਾ 30 ਸੈਕਿੰਡ ਨਾਲ
- $= 60 \text{ ਸੈਕਿੰਡ ਦਾ } 30 \text{ ਸੈਕਿੰਡ ਨਾਲ } (1 \text{ ਮਿੰਟ} = 60 \text{ ਸੈਕਿੰਡ})$
 $= 60 : 30$ (ਦੋਹਾਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਉਹਨਾਂ ਦੇ ਮ.ਸ.ਵ=30 ਨਾਲ ਭਾਗ ਕਰੋ)
 $= 2 : 1$

ਉਦਾਹਰਨ 3: ਇੱਕ ਜਮਾਤ ਵਿੱਚ 35 ਮੁੰਡੇ ਅਤੇ 25 ਕੁੜੀਆਂ ਹਨ। ਅਨੁਪਾਤ ਪਤਾ ਕਰੋ:

- (i) ਮੁੰਡਿਆਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ ਦਾ, ਕੁੜੀਆਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ ਨਾਲ
- (ii) ਕੁੜੀਆਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ ਦਾ, ਜਮਾਤ ਦੇ ਕੁੱਲ ਵਿਦਿਆਰਥੀਆਂ ਨਾਲ
- (iii) ਕੁੱਲ ਵਿਦਿਆਰਥੀਆਂ ਦਾ, ਮੁੰਡਿਆਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ ਨਾਲ
- ਹੱਲ :** ਸਾਡੇ ਕੋਲ ਹੈ, ਮੁੰਡਿਆਂ ਦੀ ਸੰਖਿਆ = 35; ਕੁੜੀਆਂ ਦੀ ਸੰਖਿਆ = 25
- \therefore ਜਮਾਤ ਵਿੱਚ ਕੁੱਲ ਵਿਦਿਆਰਥੀਆਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ $= 35 + 25$
 $= 60$
- (i) ਮੁੰਡਿਆਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ ਦਾ ਕੁੜੀਆਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ ਨਾਲ ਅਨੁਪਾਤ $= 35 : 25$
 $= 7 : 5$
 (ਦੋਹਾਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਉਹਨਾਂ ਦੇ ਮ.ਸ.ਵ=5 ਨਾਲ ਭਾਗ ਕਰੋ)
- (ii) ਕੁੜੀਆਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ ਦਾ ਜਮਾਤ ਦੇ ਕੁੱਲ ਵਿਦਿਆਰਥੀਆਂ ਨਾਲ
 $= 25 : 60$
 $= 5 : 12$
 (ਦੋਹਾਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਉਹਨਾਂ ਦੇ ਮ.ਸ.ਵ. = 5 ਨਾਲ ਭਾਗ ਕਰਨ 'ਤੇ)
- (iii) ਕੁੱਲ ਵਿਦਿਆਰਥੀਆਂ ਦਾ ਮੁੰਡਿਆਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ ਨਾਲ ਅਨੁਪਾਤ
 $= 60 : 35$
 $= 12 : 7$
 (ਦੋਹਾਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਮ.ਸ.ਵ = 5 ਨਾਲ ਭਾਗ ਕਰਨ 'ਤੇ)

ਉਦਾਹਰਨ 4: ਇੱਕ ਸਾਲ ਵਿੱਚ, ਨੇਹਾ ₹80,000 ਕਮਾਉਂਦੀ ਹੈ ਅਤੇ ₹30,000 ਬੱਚਤ ਕਰਦੀ ਹੈ। ਅਨੁਪਾਤ ਪਤਾ ਕਰੋ:

- (i) ਉਸਦੀ ਬੱਚਤ ਦਾ ਉਸਦੀ ਕਮਾਈ ਨਾਲ।

(ii) ਉਸਦੀ ਕਮਾਈ ਦਾ ਅਤੇ ਉਸਦੇ ਖਰਚ ਕੀਤੇ ਪੈਸਿਆਂ ਨਾਲ।

(iii) ਉਸਦੀ ਬੱਚਤ ਅਤੇ ਉਸਦੇ ਖਰਚ ਕੀਤੇ ਪੈਸਿਆਂ ਦਾ।

ਹੱਲ :

ਨੇਹਾ ਦੀ ਕਮਾਈ = ₹80,000

ਨੇਹਾ ਦੀ ਬੱਚਤ = ₹30,000

ਨੇਹਾ ਦਾ ਖਰਚ = ₹80,000 – ₹30,000 = ₹50,000

(i) ਨੇਹਾ ਦੀ ਬੱਚਤ ਦਾ ਨੇਹਾ ਦੀ ਕਮਾਈ ਨਾਲ ਅਨੁਪਾਤ

$$= 30,000 : 80,000$$

$$= 3 : 8$$

(ਦੋਹਾਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਉਹਨਾਂ ਦੇ ਮ.ਸ.ਵ = 10,000 ਨਾਲ ਭਾਗ ਕਰਨ 'ਤੇ)

(ii) ਨੇਹਾ ਦੀ ਕਮਾਈ ਦਾ ਨੇਹਾ ਦੇ ਖਰਚ ਨਾਲ ਅਨੁਪਾਤ

$$= 80,000 : 50,000$$

$$= 8 : 5$$

(ਦੋਹਾਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਉਹਨਾਂ ਦੇ ਮ.ਸ.ਵ = 10,000 ਨਾਲ ਭਾਗ ਕਰਨ 'ਤੇ)

(iii) ਨੇਹਾ ਦੀ ਬੱਚਤ ਦਾ ਨੇਹਾ ਦੇ ਖਰਚ ਨਾਲ ਅਨੁਪਾਤ

$$= 30,000 : 50,000$$

$$= 3 : 5$$

(ਦੋਹਾਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਉਹਨਾਂ ਦੇ ਮ.ਸ.ਵ = 10,000 ਨਾਲ ਭਾਗ ਕਰਨ 'ਤੇ)

ਉਦਾਹਰਨ 5: ਇੱਕ ਜਮਾਤ ਟੈਸਟ ਵਿੱਚ 56 ਵਿੱਚੋਂ 42 ਬੱਚੇ ਪਾਸ ਹੋਏ। ਅਨੁਪਾਤ ਪਤਾ ਕਰੋ :

(i) ਪਾਸ ਵਿਦਿਆਰਥੀਆਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ ਦਾ ਫੇਲ੍ਹ ਵਿਦਿਆਰਥੀਆਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ ਨਾਲ।

(ii) ਫੇਲ੍ਹ ਵਿਦਿਆਰਥੀਆਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ ਦਾ ਕੁੱਲ ਵਿਦਿਆਰਥੀਆਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ ਨਾਲ।

ਹੱਲ :

ਜਮਾਤ ਵਿੱਚ ਕੁੱਲ ਵਿਦਿਆਰਥੀ = 56

ਪਾਸ ਵਿਦਿਆਰਥੀਆਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ = 42

∴ ਇਸ ਲਈ ਫੇਲ੍ਹ ਵਿਦਿਆਰਥੀਆਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ = $56 - 42 = 14$

(i) ਪਾਸ ਵਿਦਿਆਰਥੀਆਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ ਦਾ ਫੇਲ੍ਹ ਵਿਦਿਆਰਥੀਆਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ ਨਾਲ ਅਨੁਪਾਤ

$$= 42 : 14$$

$$= 3 : 1$$

(ਦੋਹਾਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਉਨ੍ਹਾਂ ਦੇ ਮ.ਸ.ਵ=14 ਨਾਲ ਭਾਗ ਕਰਨ 'ਤੇ)

(ii) ਫੇਲ੍ਹ ਵਿਦਿਆਰਥੀਆਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ ਦਾ ਜਮਾਤ ਵਿੱਚ ਕੁੱਲ ਵਿਦਿਆਰਥੀਆਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ ਨਾਲ ਅਨੁਪਾਤ

$$= 14 : 56$$

$$= 1 : 4$$

(ਦੋਹਾਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਉਨ੍ਹਾਂ ਦੇ ਮ.ਸ.ਵ=14 ਨਾਲ ਭਾਗ ਕਰਨ 'ਤੇ)

ਉਦਾਹਰਨ 6: ਮਾਂ ਦੀ ਵਰਤਮਾਨ ਉਮਰ 48 ਸਾਲ ਅਤੇ ਉਸਦੇ ਬੇਟੇ ਦੀ ਉਮਰ 20 ਸਾਲ ਹੈ। ਅਨੁਪਾਤ ਪਤਾ ਕਰੋ :

(i) ਬੇਟੇ ਦੀ ਵਰਤਮਾਨ ਉਮਰ ਦਾ ਮਾਂ ਦੀ ਵਰਤਮਾਨ ਉਮਰ ਨਾਲ।

(ii) ਦਸ ਸਾਲ ਪਹਿਲਾਂ, ਮਾਂ ਦੀ ਉਮਰ ਦਾ ਬੇਟੇ ਦੀ ਉਮਰ ਨਾਲ।

(iii) 8 ਸਾਲ ਬਾਅਦ, ਬੇਟੇ ਦੀ ਉਮਰ ਦਾ ਮਾਂ ਦੀ ਉਮਰ ਨਾਲ।

ਹੱਲ :

(i) ਬੇਟੇ ਦੀ ਵਰਤਮਾਨ ਉਮਰ ਅਤੇ ਮਾਂ ਦੀ ਵਰਤਮਾਨ ਉਮਰ ਦਾ ਅਨੁਪਾਤ

$$= 20 : 48$$

$$= 5 : 12$$

(ਦੋਹਾਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਉਨ੍ਹਾਂ ਦੇ ਮ.ਸ.ਵ = 4 ਨਾਲ ਭਾਗ ਕਰਨ 'ਤੇ)

(ii) ਦਸ ਸਾਲ ਪਹਿਲਾਂ, ਬੇਟੇ ਦੀ ਉਮਰ = $20 - 10 = 10$ ਸਾਲ

ਮਾਂ ਦੀ ਉਮਰ = $48 - 10 = 38$ ਸਾਲ

ਦਸ ਸਾਲ ਪਹਿਲਾਂ ਮਾਂ ਦੀ ਉਮਰ ਦਾ ਬੇਟੇ ਦੀ ਉਮਰ ਨਾਲ ਅਨੁਪਾਤ

$$= 38 : 10$$

$$= 19 : 5 \text{ (ਦੋਹਾਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਉਨ੍ਹਾਂ ਦੇ ਮ.ਸ.ਵ = 2 ਨਾਲ ਭਾਗ ਕਰਨ 'ਤੇ)}$$

$$\text{(iii) 8 ਸਾਲ ਬਾਅਦ, ਬੇਟੇ ਦੀ ਉਮਰ} = 20 + 8 = 28 \text{ ਸਾਲ}$$

$$\text{ਮਾਂ ਦੀ ਉਮਰ} = 48 + 8 = 56 \text{ ਸਾਲ}$$

$$8 \text{ ਸਾਲ ਬਾਅਦ, ਬੇਟੇ ਦੀ ਉਮਰ ਦਾ ਮਾਂ ਦੀ ਉਮਰ ਨਾਲ ਅਨੁਪਾਤ}$$

$$= 28 : 56$$

$$= 1 : 2 \text{ (ਦੋਹਾਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਉਨ੍ਹਾਂ ਦੇ ਮ.ਸ.ਵ = 28 ਨਾਲ ਭਾਗ ਕਰਨ 'ਤੇ)}$$

ਉਦਾਹਰਨ 7: ਤੁੱਲ ਅਨੁਪਾਤ ਪਤਾ ਕਰੋ :

$$\text{(i) } 5:7 \quad \text{(ii) } 10:3$$

ਹੱਲ :

$$\text{(i) } 5:7 \text{ ਦਾ ਤੁੱਲ ਅਨੁਪਾਤ ਪਤਾ ਕਰਨ ਲਈ}$$

ਦੋਹਾਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ 1 ਤੋਂ ਇਲਾਵਾ ਇੱਕੋ ਹੀ ਪ੍ਰਕ੍ਰਿਤਿਕ ਸੰਖਿਆ ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕਰੋ (ਮੰਨ ਲਓ 2)

$$\therefore 5:7 = (5 \times 2) : (7 \times 2) = 10 : 14$$

$$\text{(ii) } 10:3 \text{ ਦਾ ਤੁੱਲ ਅਨੁਪਾਤ ਪਤਾ ਕਰਨ ਲਈ}$$

ਦੋਹਾਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ 1 ਤੋਂ ਇਲਾਵਾ ਇੱਕੋ ਹੀ ਪ੍ਰਕ੍ਰਿਤਿਕ ਸੰਖਿਆ ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕਰੋ (ਮੰਨ ਲਓ 3)

$$\therefore 10 : 3$$

$$= (10 \times 3) : (3 \times 3) = 30 : 9$$

ਉਦਾਹਰਨ 8: ਅਸਲਮ ਅਤੇ ਹਰਪ੍ਰੀਤ ਵਿਚਕਾਰ 100 ਨੂੰ 2:3 ਵਿੱਚ ਵੰਡੋ।

ਹੱਲ :

ਕਿਉਂਕਿ ਅਸਲਮ ਅਤੇ ਹਰਪ੍ਰੀਤ ਦਾ ਹਿੱਸਾ, 2:3 ਦੇ ਅਨੁਪਾਤ ਵਿੱਚ ਦਿੱਤਾ ਹੈ ਜੋ ਕਿ, ਸਰਲਤਮ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਹੈ। ਉਨ੍ਹਾਂ ਦਾ ਅਸਲੀ ਹਿੱਸਾ ਪਤਾ ਕਰਨ ਲਈ, ਸਾਨੂੰ ਇਸਨੂੰ ਚਲ ਰਾਸ਼ੀ (ਮੰਨ ਲਓ x) ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕਰਨਾ ਪਵੇਗਾ।

$$\text{ਮੰਨ ਲਓ ਅਸਲਮ ਦਾ ਹਿੱਸਾ} = 2x \text{ ਅਤੇ ਹਰਪ੍ਰੀਤ ਦਾ ਹਿੱਸਾ} = 3x$$

$$\text{ਪ੍ਰਸ਼ਨ ਅਨੁਸਾਰ} \quad (\text{ਅਸਲਮ ਦਾ ਹਿੱਸਾ}) + (\text{ਹਰਪ੍ਰੀਤ ਦਾ ਹਿੱਸਾ}) = 100$$

$$\Rightarrow 2x + 3x = 100$$

$$\Rightarrow 5x = 100$$

$$x = \frac{100}{5} = 20$$

$$\therefore \text{ਅਸਲਮ ਦਾ ਹਿੱਸਾ} = 2x = 2 \times 20 = ₹40$$

$$\text{ਅਤੇ ਹਰਪ੍ਰੀਤ ਦਾ ਹਿੱਸਾ} = 3x = 3 \times 20 = ₹60$$

ਬਦਲਵੀਂ ਵਿਧੀ : 100 ਨੂੰ ਕੁੱਲ = 2+3=5 ਭਾਗਾਂ ਵਿੱਚ ਵੰਡਿਆ ਗਿਆ।

$$\therefore \text{ਅਸਲਮ ਦਾ ਹਿੱਸਾ} = ₹100 \text{ ਦਾ } \frac{2}{5} = \frac{2}{5} \times 100 = ₹40$$

$$\text{ਹਰਪ੍ਰੀਤ ਦਾ ਹਿੱਸਾ} = ₹100 \text{ ਦਾ } \frac{3}{5} = \frac{3}{5} \times 100 = ₹60$$

ਉਦਾਹਰਨ 9: ਜਮਾਤ ਵਿੱਚ ਮੁੰਡੇ ਅਤੇ ਕੁੜੀਆਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ ਦਾ ਅਨੁਪਾਤ 5:7 ਹੈ। ਜੇਕਰ ਜਮਾਤ ਵਿੱਚ ਕੁੱਲ 72 ਵਿਦਿਆਰਥੀ ਹੋਣ ਤਾਂ ਜਮਾਤ ਵਿੱਚ ਮੁੰਡਿਆਂ ਤੇ ਕੁੜੀਆਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ ਪਤਾ ਕਰੋ।

ਹੱਲ : ਮੰਨ ਲਓ ਮੁੰਡਿਆਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ = $5x$
 ਅਤੇ ਕੁੜੀਆਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ = $7x$
 ਦਿੱਤਾ ਹੈ, ਵਿਦਿਆਰਥੀਆਂ ਦੀ ਕੁੱਲ ਗਿਣਤੀ = 72
 ਭਾਵ, (ਮੁੰਡਿਆਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ) + (ਕੁੜੀਆਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ) = 72
 $\Rightarrow 5x + 7x = 72$
 $\Rightarrow 12x = 72$
 $\Rightarrow x = \frac{72}{12} = 6$
 \therefore ਮੁੰਡਿਆਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ = $5x = 5 \times 6 = 30$
 ਕੁੜੀਆਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ = $7x = 7 \times 6 = 42$

ਬਦਲਵੀਂ ਵਿਧੀ :

ਮੁੰਡਿਆਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ ਦਾ ਕੁੜੀਆਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ ਨਾਲ ਅਨੁਪਾਤ = 5:7
 ਅਨੁਪਾਤ ਦੀਆਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦਾ ਜੋੜ = $5 + 7 = 12$

$$\therefore \text{ਮੁੰਡਿਆਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ} = \frac{5}{12} \times 72 = 30$$

$$\text{ਕੁੜੀਆਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ} = \frac{7}{12} \times 72 = 42$$

ਅਭਿਆਸ 10.1

1. ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੇ ਅਨੁਪਾਤਾਂ ਨੂੰ ਸਰਲਤਮ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਬਦਲੋ:
 - (i) 12:32 (ii) 45:25 (iii) 91:104 (iv) 60:72
 - (v) 375:125
2. ਅਨੁਪਾਤ ਨੂੰ ਸਰਲਤਮ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਬਦਲੋ:
 - (i) ₹20 ਦਾ ₹55 ਨਾਲ (ii) 18ਮੀ. ਦਾ 63ਮੀ. ਨਾਲ (iii) 40 ਪੈਸੇ ਦਾ ₹2 ਨਾਲ
 - (iv) 1 ਘੰਟੇ ਦਾ 36 ਮਿੰਟਾਂ ਨਾਲ (v) 5 ਕਿਲੋਗ੍ਰਾਮ ਦਾ 1200 ਗ੍ਰਾਮ ਨਾਲ
3. ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਅਨੁਪਾਤਾਂ ਨੂੰ ਸਰਲ ਕਰੋ।
 - (i) 2 ਸਾਲ : 14 ਮਹੀਨੇ (ii) 28 ਮਿੰਟ: 2 ਘੰਟੇ
 - (iii) 125ਮਿ.ਲੀ. : 2ਲਿਟਰ (iv) 4ਮੀ 20ਸੈ.ਮੀ : 80ਸੈ.ਮੀ
 - (v) 3 ਦਰਜਨ : 12 ਵਸਤੂਆਂ
4. ਹੇਠ ਦਿੱਤੇ ਹਰੇਕ ਅਨੁਪਾਤ ਦੇ ਦੋ ਤੁੱਲ ਅਨੁਪਾਤ ਪਤਾ ਕਰੋ:
 - (i) 4:1 (ii) 3:5 (iii) 5:12
5. ਇੱਕ ਜਮਾਤ ਵਿੱਚ ਮੁੰਡੇ ਅਤੇ ਕੁੜੀਆਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ ਕ੍ਰਮਵਾਰ 60 ਅਤੇ 52 ਹੈ। ਮੁੰਡਿਆਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ ਦਾ ਕੁੜੀਆਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ ਨਾਲ ਅਨੁਪਾਤ ਪਤਾ ਕਰੋ।

6. ਪੰਕਜ ਕੋਲ 23 ਪੈਂਨ ਅਤੇ 42 ਪੈਂਨਸਿਲਾਂ ਹਨ। ਪੈਂਨਾਂ ਦਾ ਪੈਂਨਸਿਲਾਂ ਨਾਲ ਅਨੁਪਾਤ ਪਤਾ ਕਰੋ।
7. ਇੱਕ ਸਾਲ ਵਿੱਚ, ਹਰਜੋਤ ₹2,80,000 ਕਮਾਉਂਦਾ ਹੈ ਅਤੇ ₹60,000. ਬੱਚਤ ਕਰਦਾ ਹੈ। ਪੈਸਿਆਂ ਦਾ ਅਨੁਪਾਤ ਪਤਾ ਕਰੋ :
 - (i) ਉਸਦੀ ਬੱਚਤ ਦਾ ਉਸਦੇ ਖਰਚੇ ਨਾਲ।
 - (ii) ਉਸਦੀ ਕਮਾਈ ਦਾ ਉਸਦੀ ਬੱਚਤ ਨਾਲ।
 - (iii) ਉਸਦੇ ਖਰਚੇ ਦਾ ਉਸਦੀ ਕਮਾਈ ਨਾਲ।
8. ਇੱਕ ਸਕੂਲ ਵਿੱਚ, 175 ਮੁੰਡੇ, 205 ਕੁੜੀਆਂ ਅਤੇ 20 ਅਧਿਆਪਕ ਹਨ। ਅਨੁਪਾਤ ਪਤਾ ਕਰੋ:
 - (i) ਮੁੰਡਿਆਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ ਦਾ ਅਧਿਆਪਕਾਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ ਨਾਲ।
 - (ii) ਕੁੜੀਆਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ ਦਾ ਮੁੰਡਿਆਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ ਨਾਲ।
 - (iii) ਅਧਿਆਪਕਾਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ ਦਾ ਸਕੂਲ ਵਿੱਚ ਕੁੱਲ ਵਿਅਕਤੀਆਂ ਨਾਲ।
9. ਇੱਕ ਸਕੂਲ ਵਿੱਚ 144 ਵਿਦਿਆਰਥੀਆਂ ਵਿਚੋਂ, 48 ਕ੍ਰਿਕੇਟ ਖੇਡਦੇ ਹਨ, 28 ਕਬੱਡੀ ਖੇਡਦੇ ਹਨ, 40 ਵਾਲੀਬਾਲ ਖੇਡਦੇ ਹਨ ਅਤੇ ਬਾਕੀ ਵਿਦਿਆਰਥੀ ਖੋ-ਖੋ ਖੇਡਦੇ ਹਨ। ਅਨੁਪਾਤ ਪਤਾ ਕਰੋ:
 - (i) ਵਿਦਿਆਰਥੀਆਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ ਜੋ ਕਬੱਡੀ ਖੇਡਦੇ ਹਨ ਦਾ ਵਿਦਿਆਰਥੀਆਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ ਜੋ ਖੋ-ਖੋ ਖੇਡਦੇ ਹਨ ਦੇ ਨਾਲ।
 - (ii) ਜੋ ਵਿਦਿਆਰਥੀ ਕ੍ਰਿਕੇਟ ਖੇਡਦੇ ਹਨ ਦਾ ਵਾਲੀਬਾਲ ਖੇਡਣ ਵਾਲੇ ਵਿਦਿਆਰਥੀਆਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ ਨਾਲ।
 - (iii) ਵਿਦਿਆਰਥੀ ਜੋ ਖੋ-ਖੋ ਖੇਡਦੇ ਹਨ ਦਾ ਸਕੂਲ ਦੇ ਕੁੱਲ ਵਿਦਿਆਰਥੀਆਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ ਨਾਲ।
10. ਕੁਸ਼ ਅਤੇ ਸ਼ੈਲੀ ਦੀ ਵਰਤਮਾਨ ਉਮਰ ਕ੍ਰਮਵਾਰ 22 ਸਾਲ ਤੇ 16 ਸਾਲ ਹੈ। ਅਨੁਪਾਤ ਪਤਾ ਕਰੋ :
 - (i) ਉਹਨਾਂ ਦੀਆਂ ਵਰਤਮਾਨ ਉਮਰਾਂ ਦਾ।
 - (ii) 4 ਸਾਲਾਂ ਬਾਅਦ, ਕੁਸ਼ ਦੀ ਉਮਰ ਦਾ ਸ਼ੈਲੀ ਦੀ ਉਮਰ ਨਾਲ।
 - (iii) 5 ਸਾਲ ਪਹਿਲਾਂ, ਸ਼ੈਲੀ ਦੀ ਉਮਰ ਦਾ ਕੁਸ਼ ਦੀ ਉਮਰ ਨਾਲ।
 - (iv) ਕੁਸ਼ ਦੀ ਵਰਤਮਾਨ ਉਮਰ ਦਾ 6 ਸਾਲ ਬਾਅਦ ਸ਼ੈਲੀ ਦੀ ਉਮਰ ਨਾਲ।
11. ਇੱਕ ਪੈਂਨਸਿਲ ਬਕਸੇ ਵਿੱਚ 150 ਪੈਂਨਸਿਲਾਂ ਹਨ, ਜਿਨ੍ਹਾਂ ਵਿੱਚੋਂ 40 ਲਾਲ, 60 ਕਾਲੀਆਂ ਅਤੇ ਬਾਕੀ ਨੀਲੀਆਂ ਪੈਂਨਸਿਲਾਂ ਹਨ। ਅਨੁਪਾਤ ਪਤਾ ਕਰੋ :
 - (i) ਲਾਲ ਪੈਂਨਸਿਲਾਂ ਦਾ ਕਾਲੀਆਂ ਪੈਂਨਸਿਲਾਂ ਨਾਲ।
 - (ii) ਨੀਲੀਆਂ ਪੈਂਨਸਿਲਾਂ ਦਾ ਕੁੱਲ ਪੈਂਨਸਿਲਾਂ ਨਾਲ।
 - (iii) ਕੁੱਲ ਪੈਂਨਸਿਲਾਂ ਦਾ ਲਾਲ ਪੈਂਨਸਿਲਾਂ ਨਾਲ।
12. ₹175 ਨੂੰ ਪ੍ਰੀਤ ਅਤੇ ਸੁੱਖੀ ਵਿੱਚ 4:3 ਅਨੁਪਾਤ ਵਿੱਚ ਵੰਡੋ।
13. ਦੋ ਸੰਖਿਆਵਾਂ 3:7 ਅਨੁਪਾਤ ਵਿੱਚ ਹਨ ਅਤੇ ਉਹਨਾਂ ਦਾ ਜੋੜ 140 ਹੈ। ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਪਤਾ ਕਰੋ।
14. ਇੱਕ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੇ ਕੋਣ 1:2:3 ਅਨੁਪਾਤ ਵਿੱਚ ਹਨ। ਹਰੇਕ ਕੋਣ ਦਾ ਮਾਪ ਪਤਾ ਕਰੋ।
15. 4ਮੀ. 16 ਸੈ.ਮੀ ਲੰਬੀ ਇੱਕ ਪਾਇਪ ਨੂੰ ਦੋ ਟੁਕੜਿਆਂ ਵਿੱਚ 3:5 ਅਨੁਪਾਤ ਵਿੱਚ ਵੰਡਿਆ ਗਿਆ। ਪਾਇਪ ਦੇ ਹਰੇਕ ਟੁਕੜੇ ਦੀ ਲੰਬਾਈ ਪਤਾ ਕਰੋ।

10.3 ਸਮਾਨ-ਅਨੁਪਾਤ (Proportion)

ਜਦੋਂ ਦੋ ਅਨੁਪਾਤ ਸਮਾਨ ਹੋਣ ਤਾਂ ਅਨੁਪਾਤਾਂ ਦੀ ਅਜਿਹੀ ਸਮਾਨਤਾ ਸਮਾਨ-ਅਨੁਪਾਤ ਅਖਵਾਉਂਦੀ ਹੈ ਅਤੇ ਉਹਨਾਂ ਦੇ ਪਦਾਂ ਨੂੰ ਸਮਾਨ-ਅਨੁਪਾਤ ਵਿੱਚ ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।

“ਦੋ ਅਨੁਪਾਤਾਂ ਦੀ ਸਮਾਨਤਾ ਸਮਾਨ-ਅਨੁਪਾਤ ਅਖਵਾਉਂਦੀ ਹੈ”

ਦੋ ਅਨੁਪਾਤ 4 : 10 ਅਤੇ 8 : 20 ਲਓ।

ਅਸੀਂ ਦੇਖਦੇ ਹਾਂ ਕਿ $4 : 10 = 2 : 5$ ਅਤੇ $8 : 20 = 2 : 5$

ਇਸ ਲਈ $4 : 10 = 8 : 20$ ਇੱਕ ਸਮਾਨ ਅਨੁਪਾਤ ਹੈ।

ਇਸ ਲਈ ਉਪਰੋਕਤ ਸਮਾਨ ਅਨੁਪਾਤ ਨੂੰ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਵੀ ਲਿਖਿਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ $4:10::8:20$. ਇਸਨੂੰ 4 ਅਨੁਪਾਤ 10 ਬਰਾਬਰ 8 ਅਨੁਪਾਤ 20 ਪੜ੍ਹਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।

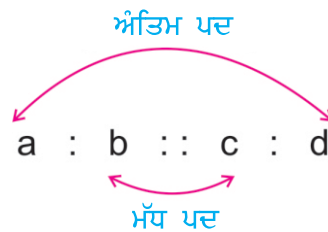
• ‘:’ ਚਿੰਨ੍ਹ ਜਾਂ ‘=’ ਦੋ ਅਨੁਪਾਤਾਂ ਦੀ ਸਮਾਨਤਾ ਜਾਂ ਸਮਾਨ-ਅਨੁਪਾਤ ਨੂੰ ਦਰਸਾਉਂਦਾ ਹੈ।

ਆਮ ਤੌਰ 'ਤੇ, ਚਾਰ ਸੰਖਿਆਵਾਂ a, b, c, d ਸਮਾਨ ਅਨੁਪਾਤ ਵਿੱਚ ਹਨ, ਜੇਕਰ $a : b = c : d$.

ਇਸਨੂੰ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਦਰਸਾਇਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ $a:b::c:d$ ਮਤਲਬ $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ ਜਾਂ $ad = bc$

ਇਸਦੇ ਉਲਟ, ਜੇਕਰ $ad = bc$ ਤਾਂ $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ ਜਾਂ $a : b :: c : d$.

ਇੱਥੇ ਸੰਖਿਆਵਾਂ a, b, c, d ਕ੍ਰਮਵਾਰ ਪਹਿਲਾ, ਦੂਜਾ, ਤੀਜਾ ਅਤੇ ਚੌਥਾ ਪਦ ਅਖਵਾਉਂਦੇ ਹਨ। ਇੱਕ ਸਮਾਨ-ਅਨੁਪਾਤ ਦਾ ਪਹਿਲਾ ਅਤੇ ਚੌਥਾ ਪਦ ਅੰਤਿਮ ਪਦ ਅਤੇ ਦੂਜਾ ਅਤੇ ਤੀਜਾ ਪਦ ਮੱਧ ਪਦ ਅਖਵਾਉਂਦੇ ਹਨ।



ਅਸੀਂ ਦੇਖਦੇ ਹਾਂ ਕਿ

ਅੰਤਿਮ ਪਦਾਂ ਦੀ ਗੁਣਾ = ਮੱਧ ਪਦਾਂ ਦੀ ਗੁਣਾ

• ਜੇਕਰ ਅੰਤਿਮ ਪਦਾਂ ਦੀ ਗੁਣਾ \neq ਮੱਧ ਪਦਾਂ ਦੀ ਗੁਣਾ ਤਾਂ ਇਹ ਪਦ ਸਮਾਨ ਅਨੁਪਾਤ ਵਿੱਚ ਨਹੀਂ ਹਨ।

10.3.1 ਨਿਰੰਤਰ ਸਮਾਨ-ਅਨੁਪਾਤ (CONTINUED PROPORTION)

ਇੱਕ ਸਮਾਨ ਅਨੁਪਾਤ ਵਿੱਚ ਜੇਕਰ ਦੂਜਾ ਤੇ ਤੀਜਾ ਪਦ ਬਰਾਬਰ ਹਨ ਤਾਂ ਸਮਾਨ ਅਨੁਪਾਤ ਨਿਰੰਤਰ ਸਮਾਨ ਅਨੁਪਾਤ ਅਖਵਾਉਂਦਾ ਹੈ।

ਭਾਵ ਜੇਕਰ $a : b :: b : c$ ਤਾਂ ਅਸੀਂ ਆਖਦੇ ਹਾਂ ਕਿ a, b, c ਨਿਰੰਤਰ ਸਮਾਨ-ਅਨੁਪਾਤ ਵਿੱਚ ਹਨ।

ਉਦਾਹਰਨ ਵਜੋਂ : ਜੇਕਰ $3:6 :: 6:12$ ਤਾਂ $3, 6, 12$ ਨਿਰੰਤਰ ਸਮਾਨ-ਅਨੁਪਾਤ ਵਿੱਚ ਹਨ।

ਆਮ ਤੌਰ 'ਤੇ, ਜੇਕਰ a, b, c ਨਿਰੰਤਰ ਸਮਾਨ-ਅਨੁਪਾਤ ਵਿੱਚ ਹਨ ਤਾਂ

- ‘a’ ਪਹਿਲਾ ਸਮਾਨ ਅਨੁਪਾਤ ਅਖਵਾਉਂਦਾ ਹੈ।
- ‘b’ ਮੱਧ ਸਮਾਨ ਅਨੁਪਾਤ ਅਖਵਾਉਂਦਾ ਹੈ।
- ‘c’ ਤੀਜਾ ਸਮਾਨ ਅਨੁਪਾਤ ਅਖਵਾਉਂਦਾ ਹੈ।

ਆਓ ਸਮਾਨ ਅਨੁਪਾਤ ਦੀ ਧਾਰਨਾ ਨੂੰ ਚੰਗੀ ਤਰ੍ਹਾਂ ਸਮਝਣ ਲਈ ਕੁੱਝ ਹੋਰ ਉਦਾਹਰਨਾਂ ਲਈਏ।

ਉਦਾਹਰਨ 11: ਕੀ ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਅਨੁਪਾਤ ਸਮਾਨ-ਅਨੁਪਾਤ ਬਣਾਉਂਦੇ ਹਨ ਜਾਂ ਨਹੀਂ?

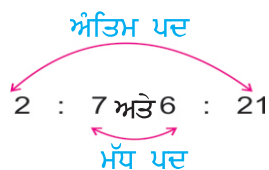
(i) $2:7$ ਅਤੇ $6:21$

(ii) $12:10$ ਅਤੇ $48:40$

(iii) $12:16$ ਅਤੇ $24:28$

ਹੱਲ :

(i)



ਅੰਤਿਮ ਪਦਾਂ ਦੀ ਗੁਣਾ = $2 \times 21 = 42$

ਮੱਧ ਪਦਾਂ ਦੀ ਗੁਣਾ = $7 \times 6 = 42$

∴ ਅੰਤਿਮ ਪਦਾਂ ਦੀ ਗੁਣਾ = ਮੱਧ ਪਦਾਂ ਦੀ ਗੁਣਾ
ਇਸ ਲਈ, 2:7 ਅਤੇ 6:21 ਸਮਾਨ-ਅਨੁਪਾਤ ਵਿੱਚ ਹਨ।

ਬਦਲਵੀਂ ਵਿਧੀ :

$$\begin{aligned}\text{ਪਹਿਲਾ ਅਨੁਪਾਤ} &= 2:7 \\ \text{ਦੂਜਾ ਅਨੁਪਾਤ} &= 6:21 \\ &= 2:7 \quad (\text{ਦੋਹਾਂ ਪਦਾਂ ਨੂੰ 3 ਨਾਲ ਭਾਗ ਕਰਨ 'ਤੇ})\end{aligned}$$

∴ ਦੋਵੇਂ ਅਨੁਪਾਤ ਬਰਾਬਰ ਹਨ।
ਇਸ ਪ੍ਰਕਾਰ, 2:7 ਅਤੇ 6:21 ਸਮਾਨ-ਅਨੁਪਾਤ ਵਿੱਚ ਹਨ।

(ii)

$$\begin{array}{c} \text{ਅੰਤਿਮ ਪਦ} \\ \swarrow \quad \searrow \\ 12 : 10 \text{ ਅਤੇ } 48 : 40 \\ \nwarrow \quad \nearrow \\ \text{ਮੱਧ ਪਦ} \end{array}$$

$$\text{ਅੰਤਿਮ ਪਦਾਂ ਦੀ ਗੁਣਾ} = 12 \times 40 = 480$$

$$\text{ਮੱਧ ਪਦਾਂ ਦੀ ਗੁਣਾ} = 10 \times 48 = 480$$

∴ ਅੰਤਿਮ ਪਦਾਂ ਦੀ ਗੁਣਾ = ਮੱਧ ਪਦਾਂ ਦੀ ਗੁਣਾ
ਇਸ ਲਈ, 12:10 ਤੇ 48:40 ਸਮਾਨ-ਅਨੁਪਾਤ ਵਿੱਚ ਹਨ।

ਬਦਲਵੀਂ ਵਿਧੀ :

$$\begin{aligned}\text{ਪਹਿਲਾ ਅਨੁਪਾਤ} &= 12 : 10 \\ &= 6 : 5 \quad (\text{ਦੋਹਾਂ ਪਦਾਂ ਨੂੰ 2 ਨਾਲ ਭਾਗ ਕਰਨ 'ਤੇ}) \\ \text{ਦੂਜਾ ਅਨੁਪਾਤ} &= 48 : 40 \\ &= 6 : 5 \quad (\text{ਦੋਹਾਂ ਪਦਾਂ ਨੂੰ 8 ਨਾਲ ਭਾਗ ਕਰਨ 'ਤੇ})\end{aligned}$$

∴ ਦੋਵੇਂ ਅਨੁਪਾਤ ਬਰਾਬਰ ਹਨ
ਇਸ ਲਈ 12:10 ਅਤੇ 48:40 ਸਮਾਨ-ਅਨੁਪਾਤ ਵਿੱਚ ਹਨ।

(iii)

$$\begin{array}{c} \text{ਅੰਤਿਮ ਪਦ} \\ \swarrow \quad \searrow \\ 12 : 16 \text{ ਅਤੇ } 24 : 28 \\ \nwarrow \quad \nearrow \\ \text{ਮੱਧ ਪਦ} \end{array}$$

$$\text{ਅੰਤਿਮ ਪਦਾਂ ਦੀ ਗੁਣਾ} = 12 \times 28 = 336$$

$$\text{ਮੱਧ ਪਦਾਂ ਦੀ ਗੁਣਾ} = 16 \times 24 = 384$$

∴ ਅੰਤਿਮ ਪਦਾਂ ਦੀ ਗੁਣਾ \neq ਮੱਧ ਪਦਾਂ ਦੀ ਗੁਣਾ
ਇਸ ਲਈ 12 : 16 ਅਤੇ 24 : 28 ਸਮਾਨ-ਅਨੁਪਾਤ ਵਿੱਚ ਨਹੀਂ ਹਨ।

ਬਦਲਵੀਂ ਵਿਧੀ :

$$\begin{aligned}\text{ਪਹਿਲਾ ਅਨੁਪਾਤ} &= 12:16 \\ &= 3:4 \quad (\text{ਦੋਹਾਂ ਪਦਾਂ ਨੂੰ 4 ਨਾਲ ਭਾਗ ਕਰਨ 'ਤੇ})\end{aligned}$$

$$\text{ਦੂਜਾ ਅਨੁਪਾਤ} = 24 : 28$$

$$= 6 : 7 \quad (\text{ਦੋਹਾਂ ਪਦਾਂ ਨੂੰ 4 ਨਾਲ ਭਾਗ ਕਰਨ 'ਤੇ})$$

∴ ਦੋਵੇਂ ਅਨੁਪਾਤ ਸਮਾਨ ਨਹੀਂ ਹਨ।

ਇਸ ਪ੍ਰਕਾਰ $12 : 16$ ਅਤੇ $24 : 28$ ਸਮਾਨ ਅਨੁਪਾਤ ਵਿੱਚ ਨਹੀਂ ਹਨ।

ਉਦਾਹਰਨ 12. ਕੀ ਹੇਠ ਦਿੱਤੇ ਅਨੁਪਾਤ ਸਮਾਨ ਅਨੁਪਾਤ ਬਣਾਉਂਦੇ ਹਨ?

(i) 15 ਕਿ.ਗ੍ਰਾ. : 25 ਕਿ.ਗ੍ਰਾ. ਅਤੇ 45 ਕਿ.ਗ੍ਰਾ. : 75 ਕਿ.ਗ੍ਰਾ.

(ii) 40 ਮਿੰਟ : 2 ਘੰਟੇ ਅਤੇ 20 ਮਿੰਟ : 1 ਘੰਟਾ

(iii) 600 ਮਿਲੀ : 1 ਲਿਟਰ ਅਤੇ 1200 ਮਿਲੀ : 2 ਲਿਟਰ

ਹੱਲ :

(i) ਇੱਥੇ ਦੋਵੇਂ ਅਨੁਪਾਤਾਂ ਵਿੱਚ ਇਕਾਈਆਂ ਸਮਾਨ ਹਨ।

$$\begin{array}{c} \text{ਅੰਤਿਮ ਪਦ} \\ \curvearrowright \\ 15 : 25 \quad \text{ਅਤੇ} \quad 45 : 75 \\ \curvearrowleft \\ \text{ਮੱਧ ਪਦ} \end{array}$$

$$\text{ਅੰਤਿਮ ਪਦਾਂ ਦੀ ਗੁਣਾ} = 15 \times 75 = 1125$$

$$\text{ਮੱਧ ਪਦਾਂ ਦੀ ਗੁਣਾ} = 25 \times 45 = 1125$$

∴ ਅੰਤਿਮ ਪਦਾਂ ਦੀ ਗੁਣਾ = ਮੱਧ ਪਦਾਂ ਦੀ ਗੁਣਾ

ਇਸ ਪ੍ਰਕਾਰ, 15 ਕਿ. ਗ੍ਰਾ. : 25 ਕਿ. ਗ੍ਰਾ. ਅਤੇ 45 ਕਿ. ਗ੍ਰਾ. : 75 ਕਿ. ਗ੍ਰਾ. ਸਮਾਨ ਅਨੁਪਾਤ ਵਿੱਚ ਹਨ।

(ii) ਇੱਥੇ ਇਕਾਈਆਂ ਵੱਖ-ਵੱਖ ਹਨ, ਇਸ ਲਈ ਸੱਭ ਤੋਂ ਪਹਿਲਾਂ ਇਕਾਈਆਂ ਨੂੰ ਸਮਾਨ ਕਰਦੇ ਹਾਂ।
ਸਭ ਤੋਂ ਪਹਿਲਾਂ ਸਾਰੀਆਂ ਇਕਾਈਆਂ ਨੂੰ ਮਿੰਟਾਂ ਵਿੱਚ ਬਦਲਣ 'ਤੇ, ਸਾਡੇ ਕੋਲ ਹੈ,
ਭਾਵ 40 ਮਿੰਟ : 120 ਮਿੰਟ ਅਤੇ 20 ਮਿੰਟ : 60 ਮਿੰਟ

$$\begin{array}{c} \text{ਅੰਤਿਮ ਪਦ} \\ \curvearrowright \\ 40 : 120 \quad \text{ਅਤੇ} \quad 20 : 60 \\ \curvearrowleft \\ \text{ਮੱਧ ਪਦ} \end{array}$$

$$\text{ਅੰਤਿਮ ਪਦਾਂ ਦੀ ਗੁਣਾ} = 40 \times 60 = 2400$$

$$\text{ਮੱਧ ਪਦਾਂ ਦੀ ਗੁਣਾ} = 120 \times 20 = 2400$$

∴ ਅੰਤਿਮ ਪਦਾਂ ਦੀ ਗੁਣਾ = ਮੱਧ ਪਦਾਂ ਦੀ ਗੁਣਾ

ਇਸ ਲਈ 40 ਮਿੰਟ : 2 ਘੰਟੇ ਅਤੇ 20 ਮਿੰਟ : 1 ਘੰਟਾ ਸਮਾਨ-ਅਨੁਪਾਤ ਵਿੱਚ ਹਨ।

(iii) ਇੱਥੇ ਇਕਾਈਆਂ ਵੱਖ-ਵੱਖ ਹਨ, ਇਸ ਲਈ ਸਭ ਤੋਂ ਪਹਿਲਾਂ ਲਿਟਰ ਨੂੰ ਮਿਲੀਲਿਟਰ ਵਿੱਚ ਬਦਲ ਕੇ ਇਕਾਈਆਂ ਬਰਾਬਰ ਕਰੋ।

$$= 600 \text{ ਮਿਲੀਲਿਟਰ} : 1000 \text{ ਮਿਲੀਲਿਟਰ ਅਤੇ } 1200 \text{ ਮਿਲੀਲਿਟਰ} : 2000 \text{ ਮਿਲੀਲਿਟਰ}$$

(∵ 1 ਲਿਟਰ = 1000 ਮਿਲੀਲਿਟਰ)

ਹੁਣ

$$\begin{array}{c} \text{ਅੰਤਿਮ ਪਦ} \\ \curvearrowright \\ 600 : 1000 \quad \text{ਅਤੇ} \quad 1200 : 2000 \\ \curvearrowleft \\ \text{ਮੱਧ ਪਦ} \end{array}$$

$$\begin{aligned}\text{ਅੰਤਿਮ ਪਦਾਂ ਦੀ ਗੁਣਾ} &= 600 \times 2000 \\ &= 1200000\end{aligned}$$

$$\text{ਮੱਧ ਪਦਾਂ ਦੀ ਗੁਣਾ} = 1000 \times 1200 = 1200000$$

$$\therefore \text{ਅੰਤਿਮ ਪਦਾਂ ਦੀ ਗੁਣਾ} = \text{ਮੱਧ ਪਦਾਂ ਦੀ ਗੁਣਾ}$$

ਇਸ ਲਈ, 600 ਮਿਲੀਲਿਟਰ:1 ਲਿਟਰ ਅਤੇ 1 ਲਿਟਰ 200 ਮਿਲੀਲਿਟਰ :2 ਲਿਟਰ ਸਮਾਨ ਅਨੁਪਾਤ ਵਿੱਚ ਹਨ।

ਉਦਾਹਰਨ 13: ਹਰੇਕ ਸਥਿਤੀ ਵਿੱਚ 'a' ਦਾ ਮੁੱਲ ਪਤਾ ਕਰੋ:

$$(i) \quad 9 : a :: 45 : 40 \quad (ii) \quad 21 : 28 :: a : 32$$

ਹੱਲ : (i) $9 : a :: 45 : 40$

ਕਿਉਂਕਿ, ਦਿੱਤੇ ਪਦ ਸਮਾਨ-ਅਨੁਪਾਤ ਵਿੱਚ ਹਨ।

$$\therefore \text{ਅੰਤਿਮ ਪਦਾਂ ਦੀ ਗੁਣਾ} = \text{ਮੱਧ ਪਦਾਂ ਦੀ ਗੁਣਾ}$$

$$\Rightarrow 9 \times 40 = a \times 45$$

$$\Rightarrow \frac{9 \times 40}{45} = a \Rightarrow a = 8$$

(ii) ਦਿੱਤਾ ਹੈ $21 : 28 :: a : 32$

ਕਿਉਂਕਿ, ਦਿੱਤੇ ਪਦ ਸਮਾਨ-ਅਨੁਪਾਤ ਵਿੱਚ ਹਨ

$$\therefore \text{ਅੰਤਿਮ ਪਦਾਂ ਦੀ ਗੁਣਾ} = \text{ਮੱਧ ਪਦਾਂ ਦੀ ਗੁਣਾ}$$

$$\Rightarrow 21 \times 32 = 28 \times a$$

$$\Rightarrow \frac{21 \times 32}{28} = a \Rightarrow a = 24$$

ਉਦਾਹਰਨ 14 : ਦਿਖਾਉ ਕਿ 4,8,16 ਨਿਰੰਤਰ ਸਮਾਨ-ਅਨੁਪਾਤ ਵਿੱਚ ਹਨ।

ਹੱਲ : ਨਿਰੰਤਰ ਸਮਾਨ ਅਨੁਪਾਤ ਲਈ 4, 8, 16 ਨੂੰ 4,8,8,16 ਲਿਖਿਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ।

$$\therefore \text{ਅੰਤਿਮ ਪਦਾਂ ਦੀ ਗੁਣਾ} = 4 \times 16 = 64$$

$$\text{ਮੱਧ ਪਦਾਂ ਦੀ ਗੁਣਾ} = 8 \times 8 = 64$$

$$\therefore \text{ਅੰਤਿਮ ਪਦਾਂ ਦੀ ਗੁਣਾ} = \text{ਮੱਧ ਪਦਾਂ ਦੀ ਗੁਣਾ}$$

ਇਸ ਲਈ 4,8,16 ਨਿਰੰਤਰ ਸਮਾਨ-ਅਨੁਪਾਤ ਵਿੱਚ ਹਨ।

ਅਭਿਆਸ 10.2

1. ਕੀ ਹੇਠ ਦਿੱਤੇ ਸਮਾਨ-ਅਨੁਪਾਤ ਵਿੱਚ ਹਨ।

$$(i) \quad 20, 40, 25, 50 \quad (ii) \quad 35, 49, 55, 78 \quad (iii) \quad 24, 30, 36, 45$$

$$(iv) \quad 10, 22, 45, 99 \quad (v) \quad 32, 48, 70, 210$$

2. ਕੀ ਹੇਠ ਦਿੱਤੇ ਅਨੁਪਾਤ ਸਮਾਨ-ਅਨੁਪਾਤ ਬਣਾਉਂਦੇ ਹਨ:

$$(i) \quad 5:9 \text{ ਅਤੇ } 20:36 \quad (ii) \quad 24:36 \text{ ਅਤੇ } 32:48 \quad (iii) \quad 32:40 \text{ ਅਤੇ } 36:42$$

$$(iv) \quad 27:18 \text{ ਅਤੇ } 3:2 \quad (v) \quad 35:28 \text{ ਅਤੇ } 77:44$$

3. ਦੱਸੋ ਹੇਠਾਂ ਲਿਖੇ ਸਮਾਨ-ਅਨੁਪਾਤ ਸਹੀ ਹਨ ਜਾਂ ਗਲਤ-
 (i) $4 : 3 :: 36 : 37$ (ii) $16 : 4 :: 20 : 5$ (iii) $19 : 43 :: 8 : 21$
4. ਪਤਾ ਕਰੋ ਕਿ ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੇ ਅਨੁਪਾਤ ਸਮਾਨ-ਅਨੁਪਾਤ ਬਣਾਉਂਦੇ ਹਨ।
 (i) 40ਸੈ.ਮੀ. : 1ਮੀ ਅਤੇ ₹12 : ₹30.
 (ii) 25ਮਿੰਟ: 1 ਘੰਟਾ ਅਤੇ 40ਕਿ.ਮੀ : 96ਕਿ.ਮੀ
 (iii) ₹4 : 35 ਪੈਸੇ ਅਤੇ 8ਕਿ.ਗ੍ਰਾ : 9 ਕਿ.ਗ੍ਰਾ
5. ਹਰੇਕ ਵਿੱਚ 'x' ਦਾ ਮੁੱਲ ਪਤਾ ਕਰੋ:
 (i) $25 : x :: 15 : 6$ (ii) $28 : 49 :: x : 56$ (iii) $8 : 20 :: 10 : x$
6. ਜਾਂਚ ਕਰੋ ਕਿ ਕੀ ਦਿੱਤੇ ਪਦ ਲਗਾਤਾਰ ਸਮਾਨ-ਅਨੁਪਾਤ ਵਿੱਚ ਹਨ:
 (i) 1, 4, 16 (ii) 3, 9, 27 (iii) 5, 10, 20

10.4 ਇਕਾਈ ਵਿਧੀ (Unitary Method)

ਅਸੀਂ ਆਪਣੀ ਰੋਜ਼ਾਨਾ ਜ਼ਿੰਦਗੀ ਵਿੱਚ ਅਜਿਹੀਆਂ ਬਹੁਤ ਸਾਰੀਆਂ ਸਥਿਤੀਆਂ ਦਾ ਸਾਹਮਣਾ ਕਰਦੇ ਹਾਂ ਜਿਵੇਂ 12 ਪੈਨਸਿਲਾਂ ਦਾ ਮੁੱਲ ₹60 ਹੈ ਤਾਂ 5 ਪੈਨਸਿਲਾਂ ਦਾ ਮੁੱਲ ਦੱਸੋ ਜਾਂ 1 ਦਰਜਨ ਕੇਲਿਆਂ ਦਾ ਮੁੱਲ ₹72 ਹੈ, 4 ਕੇਲਿਆਂ ਦਾ ਮੁੱਲ ਕੀ ਹੈ? ਇਨ੍ਹਾਂ ਦਾ ਮੁੱਲ ਅਸੀਂ ਕਿਵੇਂ ਪਤਾ ਕਰਦੇ ਹਾਂ।

ਦਿੱਤੀ ਸੂਚਨਾ ਦੇ ਆਧਾਰ 'ਤੇ ਇੱਕ ਵਸਤੂ ਦੀ ਇੱਕ ਇਕਾਈ ਦਾ ਮੁੱਲ ਪਤਾ ਕਰਨਾ ਅਤੇ ਫਿਰ ਉਸੇ ਵਸਤੂ ਦੀਆਂ ਲੋੜੀਂਦੀਆਂ ਇਕਾਈਆਂ ਦਾ ਮੁੱਲ ਪਤਾ ਕਰਨਾ ਇਕਾਈ ਵਿਧੀ ਅਖਵਾਉਂਦਾ ਹੈ।

ਉਪਰੋਕਤ ਚਰਚਾ ਅਨੁਸਾਰ:

$$\text{ਇੱਕ ਵਸਤੂ ਦਾ ਮੁੱਲ} = \frac{\text{ਦਿੱਤੀਆਂ ਵਸਤੂਆਂ ਦਾ ਮੁੱਲ}}{\text{ਕੁੱਲ ਵਸਤੂਆਂ}}$$

ਭਾਵ ਜੇਕਰ ਦਿੱਤੀਆਂ ਹੋਈਆਂ ਵਸਤੂਆਂ ਦਾ ਮੁੱਲ ਪਤਾ ਹੈ ਤਾਂ 1 ਵਸਤੂ ਦਾ ਮੁੱਲ, ਦਿੱਤੀਆਂ ਵਸਤੂਆਂ ਦੇ ਮੁੱਲ ਨੂੰ ਕੁੱਲ ਵਸਤੂਆਂ ਨਾਲ ਭਾਗ ਕਰਕੇ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕੀਤਾ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ।

ਫਿਰ ਲੋੜੀਂਦੀਆਂ ਵਸਤੂਆਂ ਦਾ ਮੁੱਲ = (ਇੱਕ ਵਸਤੂ ਦਾ ਮੁੱਲ) \times (ਲੋੜੀਂਦੀਆਂ ਵਸਤੂਆਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ)

ਭਾਵ, ਲੋੜੀਂਦੀਆਂ ਵਸਤੂਆਂ ਦਾ ਮੁੱਲ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰਨ ਲਈ ਇੱਕ ਵਸਤੂ ਦੇ ਮੁੱਲ ਨੂੰ ਲੋੜੀਂਦੀ ਵਸਤੂਆਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕੀਤਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।

ਆਓ ਕੁਝ ਉਦਾਹਰਨਾਂ ਰਾਹੀਂ ਸਮਝੀਏ:

ਉਦਾਹਰਨ 15: ਇੱਕ ਪੈਨ ਦੀ ਕੀਮਤ ₹8 ਹੈ। ਅਜਿਹੇ 12 ਪੈਨਾਂ ਦੀ ਕੀਮਤ ਪਤਾ ਕਰੋ।

ਹੱਲ : ਇੱਕ ਪੈਨ ਦੀ ਕੀਮਤ = ₹8
 \therefore 12 ਪੈਨਾਂ ਦੀ ਕੀਮਤ = ₹8 \times 12 = ₹96

ਉਦਾਹਰਨ 16: 9 ਮੀਟਰ ਕੱਪੜੇ ਦਾ ਮੁੱਲ ₹225 ਹੈ। ਇੱਕ ਮੀਟਰ ਕੱਪੜੇ ਦਾ ਮੁੱਲ ਦੱਸੋ।

ਹੱਲ : 9 ਮੀਟਰ ਕੱਪੜੇ ਦਾ ਮੁੱਲ = ₹225
 \therefore 1 ਮੀਟਰ ਕੱਪੜੇ ਦਾ ਮੁੱਲ = ₹ $\frac{225}{9}$ = ₹25

ਉਦਾਹਰਨ 17: 15 ਕਾਪੀਆਂ ਦਾ ਮੁੱਲ ₹180 ਹੈ। ਅਜਿਹੀਆਂ 8 ਕਾਪੀਆਂ ਦਾ ਮੁੱਲ ਪਤਾ ਕਰੋ।

ਹੱਲ : 15 ਕਾਪੀਆਂ ਦਾ ਮੁੱਲ = ₹180
 \therefore 1 ਕਾਪੀ ਦਾ ਮੁੱਲ = ₹ $\frac{180}{15}$ = ₹12

ਇਸ ਲਈ, 8 ਕਾਪੀਆਂ ਦਾ ਮੁੱਲ = ₹12 \times 8 = ₹96

ਬਦਲਵੀਂ ਵਿਧੀ :

ਇਸ ਉਦਾਹਰਨ ਨੂੰ ਅਸੀਂ ਇੱਕ ਹੋਰ ਵਿਧੀ, ਜਿਸਨੂੰ ਅਨੁਪਾਤ ਵਿਧੀ ਆਖਦੇ ਹਾਂ ਨਾਲ ਵੀ ਹੱਲ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹਾਂ। ਜੇਕਰ ਦੋ ਰਾਸ਼ੀਆਂ ਇੱਕ ਦੂਜੇ ਨਾਲ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਜੁੜੀਆਂ ਹਨ ਕਿ ਜਦੋਂ ਇੱਕ ਰਾਸ਼ੀ ਵੱਧਦੀ ਜਾਂ ਘੱਟਦੀ ਹੈ ਤਾਂ ਇਸ ਅਨੁਸਾਰ ਦੂਸਰੀ ਰਾਸ਼ੀ ਵਿੱਚ ਵੀ ਵਾਧਾ ਜਾਂ ਘਾਟਾ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਕਿ ਦੋਹਾਂ ਦਾ ਅਨੁਪਾਤ ਬਰਾਬਰ ਰਹਿੰਦਾ ਹੈ ਤਾਂ ਇਹ ਰਾਸ਼ੀਆਂ ਸਿੱਧੇ ਅਨੁਪਾਤ ਵਿੱਚ ਅਖਵਾਉਂਦੀਆਂ ਹਨ।

ਪ੍ਰਸ਼ਨ ਅਨੁਸਾਰ

ਕਾਪੀਆਂ	ਮੁੱਲ
15	180
8	x

ਤਿਰਛੀ ਗੁਣਾ ਕਰਨ 'ਤੇ, ਸਾਡੇ ਕੋਲ ਹੈ

$$15 \times x = 180 \times 8$$

$$\therefore x = \frac{180 \times 8}{15} = 96$$

\therefore 8 ਕਾਪੀਆਂ ਦਾ ਮੁੱਲ ₹96 ਹੈ।

ਉਦਾਹਰਨ 18: ਜੇਕਰ ਇੱਕ ਕਾਰ 18 ਲਿਟਰ ਪੈਟਰੋਲ ਨਾਲ 360 ਕਿ.ਮੀ ਤੈਅ ਕਰਦੀ ਹੈ ਤਾਂ ਕਾਰ 24 ਲਿਟਰ ਪੈਟਰੋਲ ਵਿੱਚ ਕਿੰਨੀ ਦੂਰੀ ਤੈਅ ਕਰੇਗੀ?

ਹੱਲ : 18 ਲਿਟਰ ਵਿੱਚ ਕਾਰ ਦੁਆਰਾ ਤੈਅ ਕੀਤੀ ਦੂਰੀ = 360 ਕਿ.ਮੀ

$$\therefore 1 \text{ ਲਿਟਰ ਵਿੱਚ ਕਾਰ ਦੁਆਰਾ ਤੈਅ ਕੀਤੀ ਦੂਰੀ} = \frac{360}{18} = 20 \text{ ਕਿ.ਮੀ}$$

$$\text{ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ 24 ਲਿਟਰ ਵਿੱਚ ਕਾਰ ਦੁਆਰਾ ਤੈਅ ਕੀਤੀ ਦੂਰੀ} = 20 \times 24 = 480 \text{ ਕਿ.ਮੀ}$$

ਬਦਲਵੀਂ ਵਿਧੀ :

ਪੈਟਰੋਲ (ਲਿਟਰ)	ਦੂਰੀ
18	360
24	x

ਤਿਰਛੀ ਗੁਣਾ ਕਰਨ 'ਤੇ, ਸਾਡੇ ਕੋਲ ਹੈ

$$18 \times x = 24 \times 360$$

$$x = \frac{24 \times 360}{18} = 480$$

\therefore ਕਾਰ 24 ਲਿਟਰ ਵਿੱਚ 480 ਕਿ.ਮੀ ਦੂਰੀ ਤੈਅ ਕਰੇਗੀ।

ਉਦਾਹਰਨ 19: ਰਮਨ ਨੇ ₹375 ਵਿੱਚ 15 ਚਾਕਲੇਟ ਖਰੀਦੇ। ₹525 ਵਿੱਚ ਉਹ ਕਿੰਨੇ ਚਾਕਲੇਟ ਖਰੀਦ ਸਕਦੀ ਹੈ?

ਹੱਲ : ₹375 ਵਿੱਚ ਰਮਨ ਨੇ ਚਾਕਲੇਟ ਖਰੀਦੇ = 15

$$\therefore \text{₹1 ਵਿੱਚ ਰਮਨ ਨੇ ਚਾਕਲੇਟ ਖਰੀਦੇ} = \frac{15}{375}$$

$$\text{ਇਸੇ ਤਰ੍ਹਾਂ ₹ 525 ਵਿੱਚ ਰਮਨ ਨੇ ਚਾਕਲੇਟ ਖਰੀਦੇ} = \frac{15}{375} \times 525 = 21$$

ਬਦਲਵੀਂ ਵਿਧੀ :

ਚਾਕਲੇਟ	ਰਾਸ਼ੀ
15	375
x	525

ਤਿਰਛੀ ਗੁਣਾ ਕਰਨ 'ਤੇ, ਸਾਡੇ ਕੋਲ ਹੈ

$$15 \times 525 = x \times 375$$

$$\Rightarrow \frac{15 \times 525}{375} = x \quad \Rightarrow \quad x = 21$$

ਇਸ ਲਈ, ਰਮਨ ਨੇ ₹525 ਵਿੱਚ 21 ਚਾਕਲੇਟ ਖਰੀਦੇ।

ਉਦਾਹਰਨ 20: ਪਾਰਸ ਇੱਕ ਹਫ਼ਤੇ ਵਿੱਚ ₹1960 ਕਮਾਉਂਦਾ ਹੈ।

- (i) 18 ਦਿਨਾਂ ਵਿੱਚ ਉਹ ਕਿੰਨਾ ਕਮਾਵੇਗਾ?
- (ii) ਉਹ ਕਿੰਨੇ ਦਿਨਾਂ ਵਿੱਚ ₹7000 ਕਮਾਵੇਗਾ?

ਹੱਲ : (i) ਇੱਕ ਹਫ਼ਤੇ (7 ਦਿਨਾਂ) ਵਿੱਚ ਪਾਰਸ ਕਮਾਉਂਦਾ ਹੈ = ₹1960

$$\therefore \text{ਇੱਕ ਦਿਨ ਵਿੱਚ ਪਾਰਸ ਕਮਾਉਂਦਾ ਹੈ} = ₹ \frac{1960}{7} = ₹280$$

$$\text{ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ, 18 ਦਿਨਾਂ ਵਿੱਚ ਪਾਰਸ ਕਮਾਵੇਗਾ} = ₹280 \times 18 = ₹5040$$

ਬਦਲਵੀਂ ਵਿਧੀ

ਦਿਨ	ਕਮਾਈ
7	1960
18	x

ਤਿਰਛੀ ਗੁਣਾ ਕਰਨ 'ਤੇ, ਸਾਡੇ ਕੋਲ ਹੈ

$$7 \times x = 1960 \times 18$$

$$\therefore x = \frac{1960 \times 18}{7} = ₹5040$$

ਇਸ ਲਈ, ਪਾਰਸ 18 ਦਿਨਾਂ ਵਿੱਚ ₹5040 ਕਮਾਵੇਗਾ।

$$(ii) \quad ₹1960 \text{ ਜਿੰਨੇ ਦਿਨਾਂ ਵਿੱਚ ਕਮਾਏ ਜਾਂਦੇ ਹਨ} = 7$$

$$\therefore ₹1 \text{ ਜਿੰਨੇ ਦਿਨਾਂ ਵਿੱਚ ਕਮਾਇਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ} = \frac{7}{1960}$$

$$\text{ਇਸ ਲਈ ₹ 7000 ਕਮਾਉਣ ਲਈ ਜਿੰਨੇ ਦਿਨ ਚਾਹੀਦੇ ਹਨ} = \frac{7}{1960} \times 7000 = 25 \text{ ਦਿਨ}$$

ਬਦਲਵੀਂ ਵਿਧੀ

ਦਿਨ	ਕਮਾਈ
7	1960
x	7000

ਤਿਰਛੀ ਗੁਣਾ ਕਰਨ 'ਤੇ, ਸਾਡੇ ਕੋਲ ਹੈ

$$7 \times 7000 = 1960 \times x$$

$$\Rightarrow \frac{7 \times 7000}{1960} = x \quad \Rightarrow \quad x = 25$$

ਇਸ ਲਈ, ਪਾਰਸ 25 ਦਿਨਾਂ ਵਿੱਚ ₹7000 ਕਮਾਵੇਗਾ।

ਅਭਿਆਸ 10.3

- 1 ਕਿ.ਗ੍ਰਾਮ ਸੇਬਾਂ ਦਾ ਮੁੱਲ ₹45 ਹੈ। 7 ਕਿ.ਗ੍ਰਾਮ ਸੇਬਾਂ ਦਾ ਮੁੱਲ ਪਤਾ ਕਰੋ।
- ਇੱਕ ਕਾਰ 7 ਲਿਟਰ ਪੈਟਰੋਲ ਵਿੱਚ 224 ਕਿ.ਮੀ ਦੂਰੀ ਤੈਅ ਕਰਦੀ ਹੈ। 1 ਲਿਟਰ ਪੈਟਰੋਲ ਵਿੱਚ ਇਹ ਕਿੰਨੀ ਦੂਰੀ ਤੈਅ ਕਰੇਗੀ?
- ਇੱਕ ਪਾਈਪ 12 ਘੰਟਿਆਂ ਵਿੱਚ 10 ਪਾਣੀ ਦੇ ਟੈਂਕ ਭਰਦੀ ਹੈ। ਉਹ ਅਜਿਹੇ 15 ਟੈਂਕਾਂ ਨੂੰ ਭਰਨ ਲਈ ਕਿੰਨਾ ਸਮਾਂ ਲਵੇਗੀ?
- 18 ਮੀਟਰ ਕੱਪੜੇ ਦਾ ਮੁੱਲ ₹810 ਹੈ। 25 ਮੀਟਰ ਕੱਪੜੇ ਦਾ ਮੁੱਲ ਕੀ ਹੋਵੇਗਾ?
- 24 ਕਿਤਾਬਾਂ ਦਾ ਭਾਰ 6 ਕਿ.ਗ੍ਰਾਮ ਹੈ। ਅਜਿਹੀਆਂ 36 ਕਿਤਾਬਾਂ ਦਾ ਭਾਰ ਕੀ ਹੋਵੇਗਾ?
- ਇੱਕ ਰੇਲਗੱਡੀ 5 ਘੰਟਿਆਂ ਵਿੱਚ 280 ਕਿ.ਮੀ ਦੀ ਦੂਰੀ ਤੈਅ ਕਰਦੀ ਹੈ। 9 ਘੰਟਿਆਂ ਵਿੱਚ ਉਹ ਕਿੰਨੇ ਕਿ.ਮੀ ਦੀ ਦੂਰੀ ਤੈਅ ਕਰੇਗੀ?
- ਇੱਕ 12 ਮੀਟਰ ਉੱਚਾ ਖੰਭਾ 30 ਮੀਟਰ ਲੰਬਾ ਪਰਛਾਵਾਂ ਬਣਾਉਂਦਾ ਹੈ। ਉਸ ਖੰਭੇ ਦੀ ਉਚਾਈ ਪਤਾ ਕਰੋ ਜੇ 45 ਮੀਟਰ ਲੰਬਾ ਪਰਛਾਵਾਂ ਬਣਾਉਂਦਾ ਹੈ।
- ਇੱਕ ਵਿਅਕਤੀ 7 ਮਹੀਨੇ ਵਿੱਚ ₹11200 ਕਮਾਉਂਦਾ ਹੈ।
 - (i) 18 ਮਹੀਨੇ ਵਿੱਚ ਉਹ ਕਿੰਨੇ ਰੁਪਏ ਕਮਾਵੇਗਾ?
 - (ii) ₹40,000 ਕਮਾਉਣ ਲਈ ਉਹ ਕਿੰਨੇ ਮਹੀਨੇ ਕੰਮ ਕਰੇਗਾ?
- ਜੇ 1 ਦਰਜਨ ਸਾਬਣਾਂ ਦਾ ਮੁੱਲ ₹153.60 ਹੈ। ਅਜਿਹੀਆਂ 16 ਸਾਬਣਾਂ ਦਾ ਮੁੱਲ ਕੀ ਹੋਵੇਗਾ?
- 105 ਲਿਫ਼ਾਫ਼ਿਆਂ ਦਾ ਮੁੱਲ ₹35 ਹੈ। ₹10 ਵਿੱਚ ਅਜਿਹੇ ਕਿੰਨੇ ਲਿਫ਼ਾਫ਼ੇ ਖਰੀਦੇ ਜਾ ਸਕਦੇ ਹਨ?
- ਇੱਕ ਬੱਸ $2\frac{1}{2}$ ਘੰਟਿਆਂ ਵਿੱਚ 90 ਕਿ.ਮੀ ਦੀ ਦੂਰੀ ਤੈਅ ਕਰਦੀ ਹੈ।
 - (i) ਉਸੇ ਚਾਲ 'ਤੇ 54 ਕਿ.ਮੀ ਦੀ ਦੂਰੀ ਤੈਅ ਕਰਨ ਲਈ ਕਿੰਨਾ ਸਮਾਂ ਲਵੇਗੀ?
 - (ii) ਉਸੇ ਚਾਲ 'ਤੇ 4 ਘੰਟਿਆਂ ਵਿੱਚ ਤੈਅ ਕੀਤੀ ਦੂਰੀ ਪਤਾ ਕਰੋ।
- ਅਨਸੂਲ ਨੇ 6 ਓਵਰਾਂ ਵਿੱਚ 57 ਰਨ ਬਣਾਏ। ਉਸੇ ਸਟ੍ਰਾਈਕ ਦਰ 'ਤੇ ਉਸਨੇ 95 ਰਨ ਕਿੰਨੇ ਓਵਰਾਂ ਵਿੱਚ ਬਣਾਏ।
- 5 ਕਿ.ਗ੍ਰਾਮ ਚਾਵਲਾਂ ਦਾ ਮੁੱਲ ₹32.50 ਹੈ।
 - (i) 14 ਕਿ.ਗ੍ਰਾਮ ਚਾਵਲਾਂ ਦਾ ਮੁੱਲ ਕੀ ਹੋਵੇਗਾ।
 - (ii) ₹162.50 ਵਿੱਚ ਕਿੰਨੇ ਚਾਵਲ ਖਰੀਦੇ ਜਾ ਸਕਦੇ ਹਨ?
- ਜੇਕਰ ਇੱਕ ਗਾਂ 6 ਦਿਨਾਂ ਵਿੱਚ 21 ਵਰਗ ਮੀਟਰ ਖੇਤਰ ਚਰਦੀ ਹੈ ਤਾਂ 27 ਦਿਨਾਂ ਵਿੱਚ ਉਹ ਕਿੰਨੇ ਖੇਤਰਫਲ ਵਿੱਚ ਚਰੇਗੀ?



● ਬਹੁ-ਵਿਕਲਪੀ ਪ੍ਰਸ਼ਨ ●

- 24 ਸੈਕਿੰਟ ਦਾ 1 ਮਿੰਟ ਨਾਲ ਅਨੁਪਾਤ ਹੈ :
(a) 2:5 (b) 24:1 (c) 5:2 (d) 1:24
- 2 ਮੀਟਰ ਦਾ 75 ਸੈ.ਮੀ ਨਾਲ ਅਨੁਪਾਤ ਹੈ :
(a) 2:75 (b) 75:2 (c) 8:3 (d) 3:8
- ਇੱਕ ਸਾਲ ਦਾ 8 ਮਹੀਨਿਆਂ ਨਾਲ ਅਨੁਪਾਤ ਹੈ :
(a) 2:3 (b) 3:2 (c) 1:8 (d) 8:1
- ₹40 ਨੂੰ 2:3 ਵਿੱਚ ਵੰਡੋ।
(a) ₹20, ₹30 (b) ₹24, ₹16 (c) ₹30, ₹20 (d) ₹16, ₹24
- 4:7 ਦੇ ਤੁੱਲ ਹੇਠ ਲਿਖਿਆਂ ਵਿੱਚੋਂ ਕਿਹੜੀ ਭਿੰਨ ਹੈ।
(a) 28:42 (b) 28:49 (c) 20:49 (d) 20:42
- ਜੇਕਰ 8, a, 40, 65 ਸਮਾਨ-ਅਨੁਪਾਤ ਵਿੱਚ ਹਨ ਤਾਂ 'a' ਪਤਾ ਕਰੋ।
(a) 26 (b) 12 (c) 13 (d) 9
- ਜੇਕਰ 12, 25, x, 75 ਸਮਾਨ-ਅਨੁਪਾਤ ਵਿੱਚ ਹਨ ਤਾਂ x ਪਤਾ ਕਰੋ।
(a) 36 (b) 40 (c) 30 (d) 38
- 12 ਪੈਨਾਂ ਦਾ ਮੁੱਲ ₹108 ਹੈ। ਅਜਿਹੇ 18 ਪੈਨਾਂ ਦਾ ਮੁੱਲ ਪਤਾ ਕਰੋ।
(a) ₹152 (b) ₹216 (c) ₹162 (d) ₹144
- ਅਸਲਮ ਇੱਕ ਹਫ਼ਤੇ ਵਿੱਚ ₹1680 ਕਮਾਉਂਦਾ ਹੈ। ਉਹ ₹2400 ਕਿੰਨੇ ਦਿਨਾਂ ਵਿੱਚ ਕਮਾਵੇਗਾ?
(a) 10 (b) 8 (c) 12 (d) 9
- ਇੱਕ ਬੱਸ $2\frac{1}{2}$ ਘੰਟਿਆਂ ਵਿੱਚ 90 ਕਿ.ਮੀ ਦੀ ਦੂਰੀ ਤੈਅ ਕਰਦੀ ਹੈ ਤਾਂ 5 ਘੰਟਿਆਂ ਵਿੱਚ ਇਹ ਕਿੰਨੀ ਦੂਰੀ ਤੈਅ ਕਰੇਗੀ?
(a) 100 ਕਿ.ਮੀ (b) 180 ਕਿ.ਮੀ (c) 150 ਕਿ.ਮੀ (d) 120 ਕਿ.ਮੀ



● ਸਿੱਖਣ ਦੇ ਪਰਿਣਾਮ ●

ਇਸ ਅਧਿਆਇ ਦੀ ਪੂਰਨਤਾ ਦੇ ਬਾਅਦ, ਵਿਦਿਆਰਥੀ :

- ਅਨੁਪਾਤ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਨਾਲ ਵੱਖ-ਵੱਖ ਰਾਸ਼ੀਆਂ ਦੀ ਤੁਲਨਾ ਕਰਨ ਦੇ ਯੋਗ ਹਨ।
- ਰੇਖਾਨਾ ਜ਼ਿੰਦਗੀ ਵਿੱਚ ਅਨੁਪਾਤ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਨ ਦੇ ਯੋਗ ਹਨ।
- ਸਮਾਨ ਅਨੁਪਾਤ ਬਾਰੇ ਜਾਣਨ ਦੇ ਯੋਗ ਹਨ।
- ਸਮਾਨ ਅਨੁਪਾਤ ਦੀ ਰੇਖਾਨਾ ਜ਼ਿੰਦਗੀ ਵਿੱਚ ਵਰਤੋਂ ਦੇ ਯੋਗ ਹਨ।
- ਅਸਲ ਜ਼ਿੰਦਗੀ ਦੀਆਂ ਸਮੱਸਿਆਂ ਨੂੰ ਹੱਲ ਕਰਨ ਲਈ ਇਕਾਈ ਵਿਧੀ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਨ ਦੇ ਯੋਗ ਹਨ।



ਅਭਿਆਸ 10.1

1. (i) 3:8 (ii) 9:5 (iii) 7:8 (iv) 5:6 (v) 3:1
2. (i) 4:11 (ii) 2:7 (iii) 1:5 (iv) 5:3 (v) 25:6
3. (i) 12:7 (ii) 7:30 (iii) 1:16 (iv) 21:4 (v) 3:1
4. (i) 8:2, 12:3 (ii) 6:10, 9:15 (iii) 10:24, 15:36
5. 15:13 6. 23:42
7. (i) 3:11 (ii) 14:3 (iii) 11:14
8. (i) 35:4 (ii) 41:35 (iii) 1:20
9. (i) 1:1 (ii) 6:5 (iii) 7:36
10. (i) 11:8 (ii) 13:10 (iii) 11:17 (iv) 1:1
11. (i) 2:3 (ii) 1:3 (iii) 15:4
12. ₹100, ₹75 13. 42, 98 14. 30°, 60°, 90°
15. 1 ਮੀ 56 ਸੈ.ਮੀ, 2 ਮੀ 60 ਸੈ.ਮੀ.

ਅਭਿਆਸ 10.2

1. (i) ਹਾਂ (ii) ਨਹੀਂ (iii) ਹਾਂ (iv) ਹਾਂ (v) ਨਹੀਂ
2. (i) ਹਾਂ (ii) ਹਾਂ (iii) ਨਹੀਂ (iv) ਹਾਂ (v) ਨਹੀਂ
3. (i) ਗਲਤ (ii) ਸਹੀ (iii) ਗਲਤ
4. (i) ਹਾਂ (ii) ਹਾਂ (iii) ਨਹੀਂ
5. (i) 10 (ii) 32 (iii) 25
6. (i) ਹਾਂ (ii) ਹਾਂ (iii) ਹਾਂ

ਅਭਿਆਸ 10.3

1. 315 2. 32 ਕਿ.ਮੀ 3. 18 ਘੰਟੇ 4. ₹1125 5. 9 ਕਿ.ਗ੍ਰਾ. 6. 504 ਕਿ.ਮੀ
7. 18m 8. (i) ₹28800 (ii) 25 ਮਹੀਨੇ 9. ₹204.80 10. 30 ਲਿਫਾਢੇ
11. (i) $1\frac{1}{2}$ ਘੰਟੇ (ii) 144 ਕਿ.ਮੀ 12. 10 ਓਵਰ 13. (i) ₹91 (ii) 25 ਕਿ.ਗ੍ਰਾ. (iii) 94.5 ਵਰਗ ਮੀਟਰ

ਬਹੁ-ਵਿਕਲਪੀ ਪ੍ਰਸ਼ਨ

- (1) a (2) c (3) b (4) d (5) b
- (6) c (7) a (8) c (9) a (10) b





ਪਰਿਮਾਪ (ਘੇਰਾ) ਅਤੇ ਖੇਤਰਫਲ

(PERIMETER AND AREA)



ਉਦੇਸ਼

ਇਸ ਅਧਿਆਇ ਵਿੱਚ, ਤੁਸੀਂ ਸਿੱਖੋਗੇ:

- ਪਰਿਮਾਪ ਦੇ ਸੰਕਲਪ ਬਾਰੇ।
- ਆਲੇ-ਦੁਆਲੇ ਵਿੱਚੋਂ ਆਕ੍ਰਿਤੀਆਂ ਦਾ ਪਰਿਮਾਪ ਪਤਾ ਕਰਨਾ ਜਿਵੇਂ ਵਾੜ, ਫੋਟੋ-ਫਰੇਮ ਆਦਿ ਦਾ।
- ਖੇਤਰਫਲ ਦੇ ਸੰਕਲਪ ਬਾਰੇ।
- ਆਲੇ-ਦੁਆਲੇ ਵਿੱਚੋਂ ਆਕ੍ਰਿਤੀਆਂ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ ਪਤਾ ਕਰਨਾ ਜਿਵੇਂ ਫਰਸ਼, ਦਰੀ ਆਦਿ ਦਾ।

11.1 ਭੂਮਿਕਾ (Introduction)

ਅਸੀਂ ਬਿੰਦੂ, ਰੇਖਾ ਅਤੇ ਰੇਖਾਖੰਡ ਬਾਰੇ ਪਹਿਲਾਂ ਹੀ ਸਿੱਖ ਚੁੱਕੇ ਹਾਂ। ਬਿੰਦੂ ਦੀ ਕੇਵਲ ਸਥਿਤੀ ਹੁੰਦੀ ਹੈ, ਰੇਖਾ ਦੀ ਲੰਬਾਈ ਅਸੀਮਤ ਹੁੰਦੀ ਹੈ ਪਰ ਚੌੜਾਈ ਨਹੀਂ ਹੁੰਦੀ, ਜਦ ਕਿ ਰੇਖਾਖੰਡ ਦੀ ਲੰਬਾਈ ਮਾਪੀ ਜਾ ਸਕਦੀ ਹੈ। ਸਰਲ (ਸਿੱਧੇ) ਜਾਂ ਵਕਰ ਰੇਖਾਖੰਡ, ਸਮਤਲ ਚਿੱਤਰ ਬਣਾਉਂਦੇ ਹਨ। ਜਦ ਅਸੀਂ ਸਮਤਲ ਚਿੱਤਰਾਂ ਦੀ ਗੱਲ ਕਰਦੇ ਹਾਂ, ਅਸੀਂ ਉਹਨਾਂ ਦੇ ਖੇਤਰਾਂ ਅਤੇ ਉਹਨਾਂ ਦੀਆਂ ਸੀਮਾਵਾਂ ਬਾਰੇ ਸੋਚਦੇ ਹਾਂ। ਇਸ ਲਈ ਉਹਨਾਂ ਦੀ ਤੁਲਨਾ ਕਰਨ ਲਈ ਕੁੱਝ ਮਾਪਦੰਡਾਂ ਦੀ ਲੋੜ ਹੈ। ਇਸ ਅਧਿਆਇ ਵਿੱਚ, ਸਮਤਲ ਚਿੱਤਰਾਂ ਦੇ ਪਰਿਮਾਪ (ਘੇਰਾ) ਅਤੇ ਖੇਤਰਫਲ ਦੇ ਸੰਕਲਪ ਬਾਰੇ ਸਿੱਖਾਂਗੇ। ਇਹਨਾਂ ਦੋਵੇਂ ਸੰਕਲਪਾਂ ਦੀ ਸਾਡੀ ਰੋਜ਼ਾਨਾ ਜਿੰਦਗੀ ਵਿੱਚ ਬਹੁਤ ਉਪਯੋਗਤਾ ਹੈ। ਅਸੀਂ ਆਇਤ ਅਤੇ ਵਰਗ ਦੇ ਪਰਿਮਾਪ (ਘੇਰਾ) ਅਤੇ ਖੇਤਰਫਲ ਲੱਭਣ ਲਈ ਫਾਰਮੂਲੇ ਵੀ ਵਿਕਸਤ ਕਰਾਂਗੇ।

11.2 ਪਰਿਮਾਪ (Perimeter)

ਅਸੀਂ ਸਾਰੇ ਖੇਤਾਂ/ਬਗੀਚਿਆਂ ਬਾਰੇ ਜਾਣੂ ਹਾਂ। ਮੰਨ ਲਓ ਅਸੀਂ ਇਹਨਾਂ ਨੂੰ ਜਾਨਵਰਾਂ ਤੋਂ ਸੁਰੱਖਿਅਤ ਕਰਨ ਲਈ ਕੰਡਿਆਲੀ ਤਾਰ ਲਗਾਉਣਾ ਚਾਹੁੰਦੇ ਹਾਂ। ਲੋੜੀਂਦੀ ਤਾਰ ਦੀ ਲੰਬਾਈ ਦੇ ਮਾਪ ਲਈ, ਅਸੀਂ ਖੇਤ/ਬਗੀਚੇ ਦੀ ਸੀਮਾ ਦੇ ਇੱਕ ਬਿੰਦੂ ਤੋਂ ਚਲਣਾ ਸ਼ੁਰੂ ਕਰਦੇ ਹਾਂ ਅਤੇ ਸੀਮਾ ਰੇਖਾ ਦੇ ਨਾਲ-ਨਾਲ ਚੱਲਦੇ ਹਾਂ, ਅਸੀਂ ਸ਼ੁਰੂਆਤੀ ਬਿੰਦੂ 'ਤੇ ਦੁਬਾਰਾ ਪਹੁੰਚਦੇ ਹਾਂ, ਜਿਸਦਾ ਭਾਵ ਹੈ ਕਿ ਅਸੀਂ ਖੇਤ/ਬਗੀਚੇ ਦਾ ਇੱਕ ਗੇੜਾ ਪੂਰਾ ਕਰ ਲਿਆ ਹੈ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਤਾਰ ਦੀ ਲੰਬਾਈ ਇੱਕ ਪੂਰੇ ਗੇੜੇ ਦੀ ਦੂਰੀ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੋਵੇਗੀ।



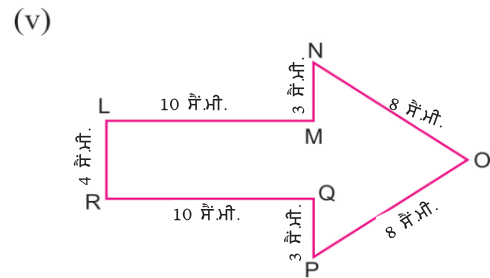
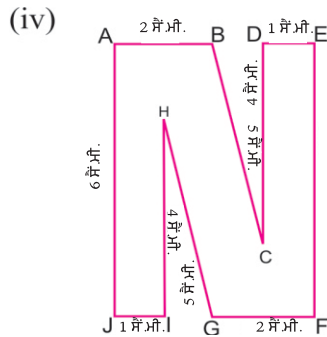
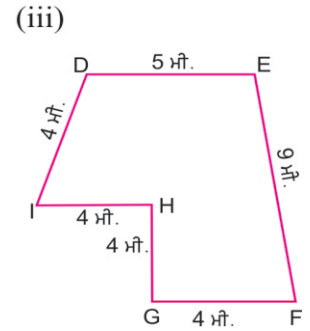
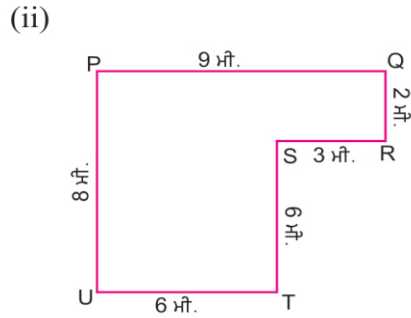
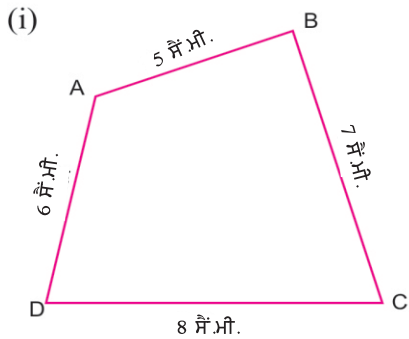
ਇੱਕ ਆਕ੍ਰਿਤੀ ਦਾ ਪਰਿਮਾਪ ਉਸਦੀ ਸੀਮਾ ਦੀ ਕੁੱਲ ਲੰਬਾਈ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

ਅਸੀਂ ਜਾਣਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਸਾਰੇ ਬਹੁਭੁਜ (ਤ੍ਰਿਭੁਜ, ਆਇਤ, ਚਤੁਰਭੁਜ, ਵਰਗ, ਛੇਭੁਜ ਆਦਿ) ਰੇਖੀ ਚਿੱਤਰ ਹਨ।

∴ ਪਰਿਮਾਪ (Perimeter) = ਆਕ੍ਰਿਤੀ ਦੀਆਂ ਸਾਰੀਆਂ ਭੁਜਾਵਾਂ ਦੀਆਂ ਲੰਬਾਈਆਂ ਦਾ ਜੋੜ

ਆਓ ਕੁਝ ਉਦਾਹਰਨਾਂ 'ਤੇ ਵਿਚਾਰ ਕਰੀਏ:

ਉਦਾਹਰਨ 1- ਹੇਠ ਦਿੱਤੇ ਹਰੇਕ ਚਿੱਤਰ ਦਾ ਪਰਿਮਾਪ ਪਤਾ ਕਰੋ:-

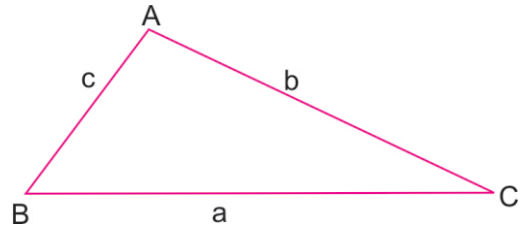


- ਹੱਲ:**
- (i) ਪਰਿਮਾਪ = ਸਾਰੀਆਂ ਭੁਜਾਵਾਂ ਦਾ ਜੋੜ = $AB + BC + CD + DA$
 $= (5 + 7 + 8 + 6) \text{ ਸੈਂ.ਮੀ.} = 26 \text{ ਸੈਂ.ਮੀ.}$
- (ii) ਪਰਿਮਾਪ = ਸਾਰੀਆਂ ਭੁਜਾਵਾਂ ਦਾ ਜੋੜ
 $= PQ + QR + RS + ST + TU + UP$
 $= (9 + 2 + 3 + 6 + 6 + 8) \text{ ਮੀ.} = 34 \text{ ਮੀ.}$
- (iii) ਪਰਿਮਾਪ = ਸਾਰੀਆਂ ਭੁਜਾਵਾਂ ਦਾ ਜੋੜ
 $= DE + EF + FG + GH + HI + ID$
 $= (5 + 9 + 4 + 4 + 4 + 4) \text{ ਮੀ.} = 30 \text{ ਮੀ.}$
- (iv) ਪਰਿਮਾਪ = ਸਾਰੀਆਂ ਭੁਜਾਵਾਂ ਦਾ ਜੋੜ
 $= AB + BC + CD + DE + EF + FG + GH + HI + IJ + JA$
 $= (2 + 5 + 4 + 1 + 6 + 2 + 5 + 4 + 1 + 6) \text{ ਸੈਂ.ਮੀ.} = 36 \text{ ਸੈਂ.ਮੀ.}$
- (v) ਪਰਿਮਾਪ = ਸਾਰੀਆਂ ਭੁਜਾਵਾਂ ਦਾ ਜੋੜ
 $= LM + MN + NO + OP + PQ + QR + RL$
 $= (10 + 3 + 8 + 8 + 3 + 10 + 4) \text{ ਸੈਂ.ਮੀ.}$
 $= 46 \text{ ਸੈਂ.ਮੀ.}$

11.2.1 ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦਾ ਪਰਿਮਾਪ (Perimeter of a Triangle)

$\triangle ABC$ ਦਾ ਪਰਿਮਾਪ ਇਸ ਦੀਆਂ ਸਾਰੀਆਂ ਭੁਜਾਵਾਂ ਦੇ ਜੋੜ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੈ।

$$\begin{aligned}\triangle ABC \text{ ਦਾ ਪਰਿਮਾਪ} &= AB + BC + CA \\ &= c + a + b \\ \text{ਜਾਂ} &a + b + c\end{aligned}$$

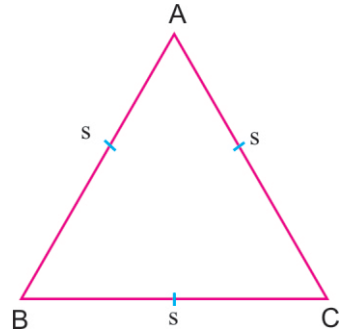


* ਸਮਭੁਜੀ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦਾ ਪਰਿਮਾਪ (Perimeter of an Equilateral Triangle) :-

ਅਸੀਂ ਜਾਣਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਜਿਸ ਦੀਆਂ ਸਾਰੀਆਂ ਭੁਜਾਵਾਂ ਬਰਾਬਰ ਹੋਣ, ਉਸ ਨੂੰ ਸਮਭੁਜੀ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਕਹਿੰਦੇ ਹਨ।

ਮੰਨ ਲਓ ਸਮਭੁਜੀ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੀ ਹਰੇਕ ਭੁਜਾ ਦੀ ਲੰਬਾਈ 's' ਹੈ।

$$\begin{aligned}\triangle ABC \text{ ਦਾ ਪਰਿਮਾਪ} &= AB + BC + CA \\ &= s + s + s \\ &= 3s\end{aligned}$$



$$= 3 \times (\triangle ABC \text{ ਦੀ ਇੱਕ ਭੁਜਾ ਦੀ ਲੰਬਾਈ})$$

$$\text{ਸਮਭੁਜੀ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦਾ ਪਰਿਮਾਪ} = 3 \times \text{ਸਮਭੁਜੀ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੀ ਇੱਕ ਭੁਜਾ ਦੀ ਲੰਬਾਈ}$$

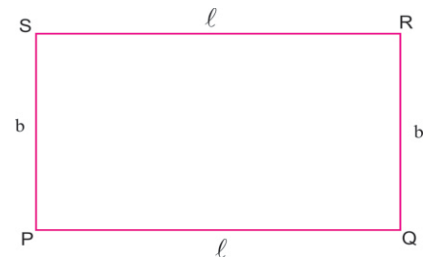
11.2.2. ਆਇਤ ਦਾ ਪਰਿਮਾਪ (ਘੇਰਾ) (Perimeter of a Rectangle)

ਇੱਕ ਆਇਤ PQRS ਦਾ ਪਰਿਮਾਪ, ਇਸਦੀਆਂ ਸਾਰੀਆਂ ਭੁਜਾਵਾਂ ਦਾ ਜੋੜ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਮੰਨ ਲਓ 'ℓ' ਅਤੇ 'b' ਕ੍ਰਮਵਾਰ ਇਸਦੀ ਲੰਬਾਈ ਅਤੇ ਚੌੜਾਈ ਹਨ।

$$\begin{aligned}\therefore \text{ਆਇਤ PQRS ਦਾ ਪਰਿਮਾਪ} &= PQ + QR + RS + SP \\ &= \ell + b + \ell + b \\ &= 2\ell + 2b = 2(\ell + b)\end{aligned}$$

$$\therefore \text{ਆਇਤ ਦਾ ਪਰਿਮਾਪ} = 2 \times (\text{ਲੰਬਾਈ} + \text{ਚੌੜਾਈ})$$

ਇਸ ਫਾਰਮੂਲੇ ਤੋਂ ਅਸੀਂ ਆਇਤ ਦੀ ਲੰਬਾਈ ਅਤੇ ਚੌੜਾਈ ਪਤਾ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹਾਂ



$$\text{ਲੰਬਾਈ} = \frac{\text{ਪਰਿਮਾਪ}}{2} - \text{ਚੌੜਾਈ}$$

ਅਤੇ

$$\text{ਚੌੜਾਈ} = \frac{\text{ਪਰਿਮਾਪ}}{2} - \text{ਲੰਬਾਈ}$$

ਨੋਟ:- ਪਰਿਮਾਪ ਪਤਾ ਕਰਨ ਤੋਂ ਪਹਿਲਾਂ, ਇਹ ਜ਼ਰੂਰ ਧਿਆਨ ਵਿੱਚ ਰੱਖਿਆ ਜਾਵੇ ਕਿ ਲੰਬਾਈ ਅਤੇ ਚੌੜਾਈ ਦੀਆਂ ਇਕਾਈਆਂ ਸਮਾਨ ਹੋਣ।

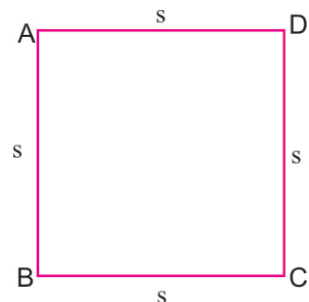
11.2.3. ਵਰਗ ਦਾ ਪਰਿਮਾਪ (Perimeter of a Square)

ਅਸੀਂ ਜਾਣਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਵਰਗ ਦੀਆਂ ਸਾਰੀਆਂ ਭੁਜਾਵਾਂ ਬਰਾਬਰ ਹੁੰਦੀਆਂ ਹਨ। ਮੰਨ ਲਓ ਵਰਗ ਦੀ ਹਰੇਕ ਭੁਜਾ 's' ਹੈ।

$$\begin{aligned}\therefore \text{ਵਰਗ ABCD ਦਾ ਪਰਿਮਾਪ} &= AB + BC + CD + DA \\ &= s + s + s + s = 4s \\ &= 4 \times (\text{ਵਰਗ ਦੀ ਭੁਜਾ})\end{aligned}$$

$$\text{ਵਰਗ ਦਾ ਪਰਿਮਾਪ} = 4 \times (\text{ਵਰਗ ਦੀ ਭੁਜਾ})$$

ਇਸ ਫਾਰਮੂਲੇ ਤੋਂ, ਅਸੀਂ ਵਰਗ ਦੀ ਭੁਜਾ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹਾਂ।



$$\text{ਭੁਜਾ} = \frac{\text{ਪਰਿਮਾਪ}}{4} \text{ ਜਾਂ ਪਰਿਮਾਪ} \div 4$$

11.2.4 ਸਮਪੰਜਭੁਜ ਦਾ ਪਰਿਮਾਪ (Perimeter of a Regular Pentagon)

ਇੱਕ ਸਮਪੰਜਭੁਜ, 5 ਬਰਾਬਰ ਭੁਜਾਵਾਂ ਵਾਲਾ ਬਹੁਭੁਜ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

∴ ਸਮਪੰਜਭੁਜ ਦਾ ਪਰਿਮਾਪ = $5 \times$ ਸਮਪੰਜਭੁਜ ਦੀ ਇੱਕ ਭੁਜਾ ਦੀ ਲੰਬਾਈ

$$\Rightarrow \text{ਸਮਪੰਜਭੁਜ ਦੀ ਇੱਕ ਭੁਜਾ ਦੀ ਲੰਬਾਈ} = \frac{\text{ਸਮਪੰਜਭੁਜ ਦਾ ਪਰਿਮਾਪ}}{5}$$

11.2.5 ਸਮਛੇਤੁਜ ਦਾ ਪਰਿਮਾਪ (Perimeter of a Regular Hexagon) :

ਇੱਕ ਸਮਛੇਤੁਜ, 6 ਬਰਾਬਰ ਭੁਜਾਵਾਂ ਵਾਲਾ ਬਹੁਭੁਜ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

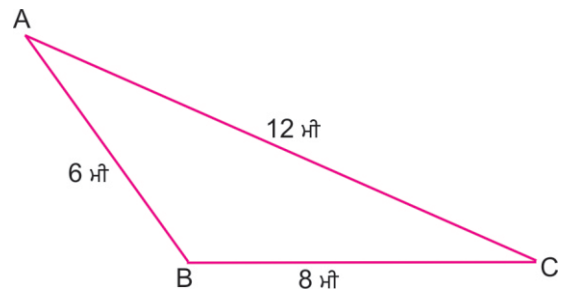
∴ ਸਮਛੇਤੁਜ ਦਾ ਪਰਿਮਾਪ = $6 \times$ ਸਮਛੇਤੁਜ ਦੀ ਇੱਕ ਭੁਜਾ ਦੀ ਲੰਬਾਈ

$$\Rightarrow \text{ਸਮਛੇਤੁਜ ਦੀ ਇੱਕ ਭੁਜਾ ਦੀ ਲੰਬਾਈ} = \frac{\text{ਸਮਛੇਤੁਜ ਦਾ ਪਰਿਮਾਪ}}{6}$$

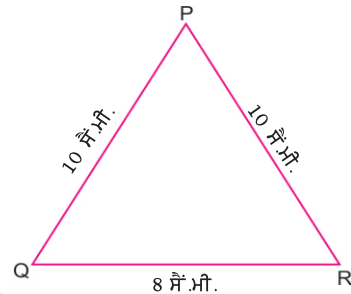
ਆਓ ਕੁਝ ਉਦਾਹਰਨਾਂ 'ਤੇ ਵਿਚਾਰ ਕਰੀਏ

ਉਦਾਹਰਨ 2- ਤ੍ਰਿਭੁਜ ABC ਦਾ ਪਰਿਮਾਪ ਪਤਾ ਕਰੋ
ਜਿਸਦੀਆਂ ਭੁਜਾਵਾਂ AB = 6 ਮੀ.,
BC = 8 ਮੀ. ਅਤੇ AC = 12 ਮੀ. ਹਨ।

ਹੱਲ: ਤ੍ਰਿਭੁਜ ABC ਦਾ ਪਰਿਮਾਪ = ਸਾਰੀਆਂ ਭੁਜਾਵਾਂ
ਦੀਆਂ ਲੰਬਾਈਆਂ ਦਾ ਜੋੜ
= AB + BC + CA
= (6 + 8 + 12) ਮੀ. = 26 ਮੀ.



ਉਦਾਹਰਨ 3: ਇੱਕ ਸਮਦੋਭੁਜੀ ਤ੍ਰਿਭੁਜ PQR ਦਾ ਪਰਿਮਾਪ
ਪਤਾ ਕਰੋ ਜਿਸ ਵਿੱਚ PQ = PR = 10 ਸੈਂ.ਮੀ.
ਬਰਾਬਰ ਭੁਜਾਵਾਂ ਦੀਆਂ ਲੰਬਾਈਆਂ ਹਨ ਅਤੇ
ਆਧਾਰ QR = 12 ਸੈਂ.ਮੀ. ਹੋਵੇ।



ਹੱਲ: ਸਮਦੋਭੁਜੀ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੀਆਂ ਭੁਜਾਵਾਂ = 10 ਸੈਂ.ਮੀ., 10 ਸੈਂ.ਮੀ., 12 ਸੈਂ.ਮੀ.
∴ ਪਰਿਮਾਪ = ਸਾਰੀਆਂ ਭੁਜਾਵਾਂ ਦੀਆਂ ਲੰਬਾਈਆਂ ਦਾ ਜੋੜ
= (10 + 10 + 12) ਸੈਂ.ਮੀ. = 32 ਸੈਂ.ਮੀ.

ਉਦਾਹਰਨ 4: ਹੇਠ ਲਿਖੀਆਂ ਆਇਤਾਂ ਦਾ ਪਰਿਮਾਪ ਪਤਾ ਕਰੋ:

- ਲੰਬਾਈ 15 ਮੀ. ਅਤੇ ਚੌੜਾਈ 12 ਮੀ.
- ਲੰਬਾਈ 10.3 ਸੈ.ਮੀ. ਅਤੇ ਚੌੜਾਈ 14.8 ਸੈ.ਮੀ.
- ਲੰਬਾਈ 128 ਸੈ.ਮੀ. ਅਤੇ ਚੌੜਾਈ 115 ਸੈ.ਮੀ.

ਹੱਲ: (i) ਆਇਤ ਦੀ ਲੰਬਾਈ = 15ਮੀ., ਆਇਤ ਦੀ ਚੌੜਾਈ = 12 ਮੀ.
∴ ਆਇਤ ਦਾ ਪਰਿਮਾਪ = $2 \times$ (ਲੰਬਾਈ + ਚੌੜਾਈ)
= $2 \times (15 + 12) = 2 \times 27 = 54$ ਮੀ.

- (ii) ਆਇਤ ਦੀ ਲੰਬਾਈ = 10.3 ਸੈ.ਮੀ., ਆਇਤ ਦੀ ਚੌੜਾਈ = 14.8 ਸੈ.ਮੀ.
 \therefore ਆਇਤ ਦਾ ਪਰਿਮਾਪ = $2 \times (\text{ਲੰਬਾਈ} + \text{ਚੌੜਾਈ})$
 $= 2 \times (10.3 + 14.8) = 2 \times 25.1$
 $= 50.2$ ਸੈ.ਮੀ.
- (iii) ਆਇਤ ਦੀ ਲੰਬਾਈ = 128 ਸੈ.ਮੀ., ਆਇਤ ਦੀ ਚੌੜਾਈ = 115 ਸੈ.ਮੀ.
 \therefore ਆਇਤ ਦਾ ਪਰਿਮਾਪ = $2 \times (\text{ਲੰਬਾਈ} + \text{ਚੌੜਾਈ})$
 $= 2 \times (128 + 115) = 2 \times 243$
 $= 486$ ਸੈ.ਮੀ.

ਉਦਾਹਰਨ 5- ਇੱਕ ਵਰਗ ਦਾ ਪਰਿਮਾਪ ਪਤਾ ਕਰੋ ਜਿਸਦੀ:

- (i) ਭੁਜਾ = 12 ਮੀ. (ii) ਭੁਜਾ = 6.3 ਸੈ.ਮੀ. (iii) ਭੁਜਾ = 85 ਸੈ.ਮੀ.

- ਹੱਲ:** (i) ਵਰਗ ਦੀ ਭੁਜਾ = 12 ਮੀ.
 \therefore ਵਰਗ ਦਾ ਪਰਿਮਾਪ = $4 \times \text{ਭੁਜਾ}$
 $= 4 \times 12 \text{ ਮੀ.} = 48 \text{ ਮੀ.}$
- (ii) ਵਰਗ ਦੀ ਭੁਜਾ = 6.3 ਸੈ.ਮੀ.
 \therefore ਵਰਗ ਦਾ ਪਰਿਮਾਪ = $4 \times \text{ਭੁਜਾ}$
 $= 4 \times 6.3 \text{ ਸੈ.ਮੀ.} = 25.2 \text{ ਸੈ.ਮੀ.}$
- (iii) ਵਰਗ ਦੀ ਭੁਜਾ = 85 ਸੈ.ਮੀ.
 \therefore ਵਰਗ ਦਾ ਪਰਿਮਾਪ = $4 \times \text{ਭੁਜਾ}$
 $= 4 \times 85 \text{ ਸੈ.ਮੀ.} = 340 \text{ ਸੈ.ਮੀ.}$

ਉਦਾਹਰਨ 6: ਇੱਕ ਸਮਛੇਤ੍ਰੁਜ ਦਾ ਪਰਿਮਾਪ ਪਤਾ ਕਰੋ, ਜਿਸਦੀ ਭੁਜਾ 15 ਸੈ.ਮੀ. ਹੋਵੇ।

- ਹੱਲ :** ਸਮਛੇਤ੍ਰੁਜ ਦੀ ਭੁਜਾ = 15 ਸੈ.ਮੀ.
 \therefore ਸਮਛੇਤ੍ਰੁਜ ਦਾ ਪਰਿਮਾਪ = $6 \times \text{ਭੁਜਾ}$
 $= 6 \times 15 \text{ ਸੈ.ਮੀ.} = 90 \text{ ਸੈ.ਮੀ.}$

ਉਦਾਹਰਨ 7: ਇੱਕ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੀਆਂ ਭੁਜਾਵਾਂ 12 ਸੈ.ਮੀ. ਅਤੇ 15 ਸੈ.ਮੀ. ਹਨ ਅਤੇ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦਾ ਪਰਿਮਾਪ 40 ਸੈ.ਮੀ. ਹੈ। ਤੀਸਰੀ ਭੁਜਾ ਦੀ ਲੰਬਾਈ ਕਿੰਨੀ ਹੋਵੇਗੀ?

- ਹੱਲ :** ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੀਆਂ ਦੋ ਭੁਜਾਵਾਂ ਦੀਆਂ ਲੰਬਾਈਆਂ ਦਾ ਜੋੜ = $(12 + 15) \text{ ਸੈ.ਮੀ.}$
 $= 27 \text{ ਸੈ.ਮੀ.}$

ਅਤੇ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦਾ ਪਰਿਮਾਪ = 40 ਸੈ.ਮੀ.

ਤੀਸਰੀ ਭੁਜਾ = ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦਾ ਪਰਿਮਾਪ - ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੀਆਂ ਦੋ ਭੁਜਾਵਾਂ ਦਾ ਜੋੜ

\therefore ਤੀਸਰੀ ਭੁਜਾ = $40 \text{ ਸੈ.ਮੀ.} - 27 \text{ ਸੈ.ਮੀ.} = 13 \text{ ਸੈ.ਮੀ.}$

ਬਦਲਵੀਂ ਵਿਧੀ :- ਮੰਨ ਲਓ ਭੁਜਾਵਾਂ $a = 12 \text{ ਸੈ.ਮੀ.}$, $b = 15 \text{ ਸੈ.ਮੀ.}$, $c = ?$

ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦਾ ਪਰਿਮਾਪ = ਸਾਰੀਆਂ ਭੁਜਾਵਾਂ ਦੀਆਂ ਲੰਬਾਈਆਂ ਦਾ ਜੋੜ

ਤਾਂ

$$\begin{aligned} 40 &= a + b + c \\ 40 &= 12 + 15 + c \\ 40 &= 27 + c \\ c &= 40 - 27 \\ &= 13 \text{ ਸੈ.ਮੀ.} \end{aligned}$$

ਉਦਾਹਰਨ 8: ਜੇਕਰ ਇੱਕ ਸਮਭੁਜੀ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦਾ ਪਰਿਮਾਪ 45 ਸੈ.ਮੀ. ਹੈ ਤਾਂ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੀ ਹਰੇਕ ਭੁਜਾ ਦੀ ਲੰਬਾਈ ਪਤਾ ਕਰੋ।
ਹੱਲ: ਦਿੱਤਾ ਹੈ, ਸਮਭੁਜੀ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦਾ ਪਰਿਮਾਪ = 45 ਸੈ.ਮੀ.

$$\therefore \text{ਸਮਭੁਜੀ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦਾ ਪਰਿਮਾਪ} = 3 \times (\text{ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੀ ਭੁਜਾ})$$

$$\Rightarrow 45 = 3 \times \text{ਭੁਜਾ}$$

$$\Rightarrow \text{ਭੁਜਾ} = \frac{45}{3}$$

$$\Rightarrow \text{ਭੁਜਾ} = 15 \text{ ਸੈ.ਮੀ.}$$

ਉਦਾਹਰਨ 9: ਜੇਕਰ ਇੱਕ ਵਰਗਾਕਾਰ ਘਾਹ ਦੇ ਮੈਦਾਨ ਦਾ ਪਰਿਮਾਪ 72 ਮੀਟਰ ਹੈ ਤਾਂ ਵਰਗਾਕਾਰ ਘਾਹ ਦੇ ਮੈਦਾਨ ਦੀ ਇੱਕ ਭੁਜਾ ਦੀ ਲੰਬਾਈ ਪਤਾ ਕਰੋ।

ਹੱਲ: ਦਿੱਤਾ ਹੈ, ਵਰਗਾਕਾਰ ਘਾਹ ਦੇ ਮੈਦਾਨ ਦਾ ਪਰਿਮਾਪ = 72 ਮੀਟਰ

$$\therefore \text{ਵਰਗ ਦਾ ਪਰਿਮਾਪ} = 4 \times (\text{ਭੁਜਾ})$$

$$\Rightarrow 72 \text{ ਮੀ.} = 4 \times (\text{ਭੁਜਾ})$$

$$\Rightarrow \text{ਭੁਜਾ} = \frac{72}{4} \text{ ਮੀ.} = 18 \text{ ਮੀ.}$$

ਉਦਾਹਰਨ 10: ਇੱਕ ਆਇਤ ਦਾ ਪਰਿਮਾਪ 80ਸੈ.ਮੀ. ਹੈ। ਜੇਕਰ ਆਇਤ ਦੀ ਲੰਬਾਈ 25 ਸੈ.ਮੀ. ਹੋਵੇ ਤਾਂ ਆਇਤ ਦੀ ਚੌੜਾਈ ਪਤਾ ਕਰੋ।

ਹੱਲ: ਦਿੱਤਾ ਹੈ, ਆਇਤ ਦਾ ਪਰਿਮਾਪ = 80ਸੈ.ਮੀ. ਅਤੇ ਆਇਤ ਦੀ ਲੰਬਾਈ = 25 ਸੈ.ਮੀ.

$$\therefore \text{ਆਇਤ ਦਾ ਪਰਿਮਾਪ} = 2 \times (\text{ਲੰਬਾਈ} + \text{ਚੌੜਾਈ})$$

$$\Rightarrow 80 = 2 \times (25 + \text{ਚੌੜਾਈ})$$

$$\Rightarrow \frac{80}{2} = 25 + \text{ਚੌੜਾਈ}$$

$$\Rightarrow \text{ਚੌੜਾਈ} + 25 = 40 \Rightarrow \text{ਚੌੜਾਈ} = 40 - 25 = 15 \text{ ਸੈ.ਮੀ.}$$

ਪਰਿਮਾਪ ਦੀ ਰੋਜ਼ਾਨਾ ਜ਼ਿੰਦਗੀ ਵਿੱਚ ਵਰਤੋਂ (Applications of Perimeter in Daily life)

ਉਦਾਹਰਨ 11: ਕੰਵਰ 135 ਮੀਟਰ ਭੁਜਾ ਵਾਲੀ ਵਰਗਾਕਾਰ ਪਾਰਕ ਦੇ 5 ਚੱਕਰ/ਗੇੜੇ ਲਾਉਂਦਾ ਹੈ। ਕੰਵਰ ਦੁਆਰਾ ਤੈਅ ਕੀਤੀ ਗਈ ਦੂਰੀ ਪਤਾ ਕਰੋ।

ਹੱਲ: ਵਰਗਾਕਾਰ ਪਾਰਕ ਦੇ ਇੱਕ ਗੇੜੇ/ਚੱਕਰ ਵਿੱਚ ਤੈਅ ਕੀਤੀ ਗਈ ਦੂਰੀ = ਵਰਗਾਕਾਰ ਪਾਰਕ ਦਾ ਪਰਿਮਾਪ
 ਅਤੇ ਵਰਗ ਦਾ ਪਰਿਮਾਪ = $4 \times \text{ਭੁਜਾ}$

$$= 4 \times 135 = 540 \text{ ਮੀ.}$$

ਵਰਗਾਕਾਰ ਪਾਰਕ ਦੇ 5 ਗੇੜਿਆਂ ਵਿੱਚ ਤੈਅ ਕੀਤੀ ਗਈ ਦੂਰੀ

$$= 5 \times \text{ਵਰਗ ਦਾ ਪਰਿਮਾਪ}$$

$$= 5 \times 540$$

$$= 2700 \text{ ਮੀ.}$$

$$\text{ਜਾਂ } \frac{2700}{1000} \text{ ਕਿ.ਮੀ.} = 2.7 \text{ ਕਿ.ਮੀ.} \quad (\because 1 \text{ ਕਿ.ਮੀ.} = 1000 \text{ ਮੀ.})$$

ਉਦਾਹਰਨ 12: ਇੱਕ ਮਾਲੀ ਆਪਣੇ ਆਇਤਾਕਾਰ ਬਗੀਚੇ, ਜਿਸਦੀ ਲੰਬਾਈ 180 ਮੀਟਰ ਅਤੇ ਚੌੜਾਈ 150 ਮੀਟਰ ਹੈ, ਨੂੰ ਵਾੜ ਲਗਾਉਣਾ ਚਾਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਜੇਕਰ ਉਹ ਬਗੀਚੇ ਦੀ ਵਾੜ ਲਈ ਤਾਰ ਦੀਆਂ ਤਿੰਨ ਤਹਿਆਂ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਨਾ ਚਾਹੁੰਦਾ ਹੈ ਤਾਂ ਉਸਨੂੰ ਲੋੜੀਂਦੀ ਤਾਰ ਦੀ ਲੰਬਾਈ ਪਤਾ ਕਰੋ।

ਹੱਲ: ਇੱਕ ਮਾਲੀ ਆਪਣੇ ਆਇਤਾਕਾਰ ਬਗੀਚੇ ਨੂੰ ਵਾੜ ਲਗਾਉਣਾ ਚਾਹੁੰਦਾ ਹੈ, ਇਸ ਲਈ ਅਸੀਂ ਬਗੀਚੇ ਦਾ ਪਰਿਮਾਪ ਪਤਾ ਕਰਾਂਗੇ।

$$\text{ਆਇਤਾਕਾਰ ਬਗੀਚੇ ਦੀ ਦਿੱਤੀ ਗਈ ਲੰਬਾਈ} = 180 \text{ ਮੀਟਰ}$$

$$\text{ਚੌੜਾਈ} = 150 \text{ ਮੀਟਰ}$$

$$\begin{aligned}\therefore \text{ਆਇਤਾਕਾਰ ਬਗੀਚੇ ਦਾ ਪਰਿਮਾਪ} &= 2 \times (\text{ਲੰਬਾਈ} + \text{ਚੌੜਾਈ}) \\ &= 2 \times (180 + 150) \\ &= 2 \times 330 = 660 \text{ ਮੀ.}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\therefore \text{ਵਾੜ ਦੀ ਇੱਕ ਤਹਿ} &= \text{ਬਗੀਚੇ ਦਾ ਪਰਿਮਾਪ} \\ \text{ਵਾੜ ਦੀਆਂ ਤਿੰਨ ਤਹਿਆਂ} &= 3 \times \text{ਬਗੀਚੇ ਦਾ ਪਰਿਮਾਪ} \\ &= 3 \times 660 = 1980 \text{ ਮੀ.}\end{aligned}$$

ਇਸ ਲਈ, ਉਸਨੂੰ ਆਪਣੇ ਬਗੀਚੇ ਦੀ ਵਾੜ ਲਈ ਲੋੜੀਂਦੀ 1980 ਮੀਟਰ ਤਾਰ ਚਾਹੀਦੀ ਹੈ।

ਉਦਾਹਰਨ 13: ਇੱਕ 30ਮੀ: ਭੂਜਾ ਵਾਲੇ ਵਰਗਾਕਾਰ ਪਾਰਕ ਦੁਆਲੇ ₹ 500 ਪ੍ਰਤੀ ਮੀਟਰ ਦੀ ਦਰ ਨਾਲ ਕੰਧ ਬਣਾਉਣ ਦਾ ਖਰਚ ਪਤਾ ਕਰੋ।

ਹੱਲ: ਵਰਗਾਕਾਰ ਪਾਰਕ ਦੀ ਦਿੱਤੀ ਭੂਜਾ = 30 ਮੀ.

$$\begin{aligned}\therefore \text{ਵਰਗ ਦਾ ਪਰਿਮਾਪ} &= 4 \times \text{ਵਰਗ ਦੀ ਭੂਜਾ} \\ &= 4 \times 30 = 120 \text{ ਮੀ.}\end{aligned}$$

$$1 \text{ ਮੀਟਰ ਕੰਧ ਬਣਾਉਣ ਦਾ ਖਰਚ} = ₹ 500$$

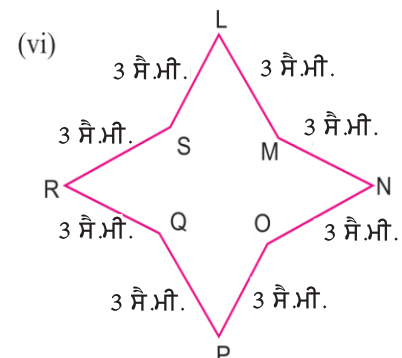
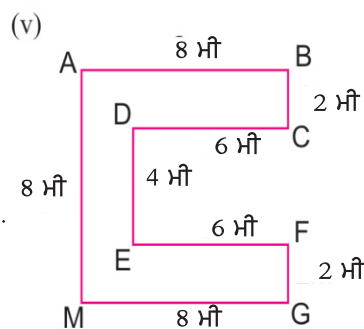
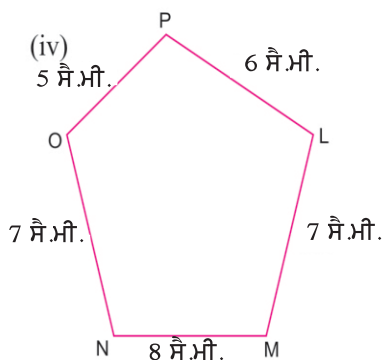
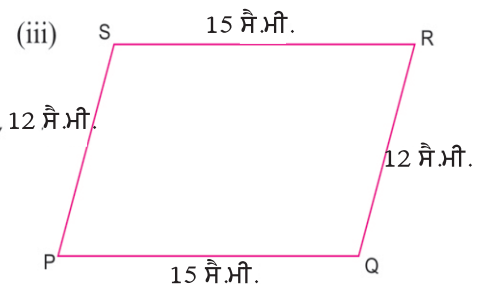
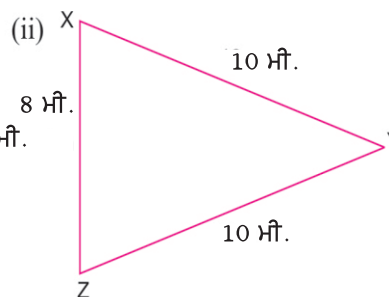
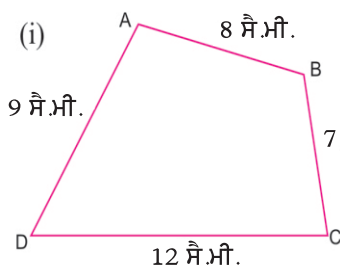
$$\therefore 120 \text{ ਮੀਟਰ ਕੰਧ ਬਣਾਉਣ ਦਾ ਖਰਚ} = 120 \times 500 = ₹ 60000$$

ਉਦਾਹਰਨ 14: ਜੇਕਰ ਆਇਤ ਦੀ ਲੰਬਾਈ x ਇਕਾਈਆਂ ਅਤੇ ਚੌੜਾਈ 3 ਇਕਾਈਆਂ ਹੋਣ ਤਾਂ ਆਇਤ ਦਾ ਪਰਿਮਾਪ ਪਤਾ ਕਰੋ।

$$\begin{aligned}\text{ਹੱਲ:} \quad \text{ਦਿੱਤਾ ਹੈ, ਆਇਤ ਦੀ ਲੰਬਾਈ} &= x \text{ ਇਕਾਈਆਂ} \\ \text{ਆਇਤ ਦੀ ਚੌੜਾਈ} &= 3 \text{ ਇਕਾਈਆਂ} \\ \therefore \text{ਆਇਤ ਦਾ ਪਰਿਮਾਪ} &= 2 (\text{ਲੰਬਾਈ} + \text{ਚੌੜਾਈ}) \\ &= 2 (x + 3) \text{ ਇਕਾਈਆਂ}\end{aligned}$$

ਅਭਿਆਸ 11.1

1. ਹੇਠ ਲਿਖੀਆਂ ਆਕ੍ਰਿਤੀਆਂ ਦਾ ਪਰਿਮਾਪ ਪਤਾ ਕਰੋ:-



2. ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦਾ ਪਰਿਮਾਪ ਪਤਾ ਕਰੋ ਜਿਨ੍ਹਾਂ ਦੀਆਂ ਭੁਜਾਵਾਂ :
(i) 5 ਸੈ.ਮੀ., 6 ਸੈ.ਮੀ. ਅਤੇ 7 ਸੈ.ਮੀ. (ii) 10 ਮੀ., 12 ਮੀ., 18 ਮੀ. (iii) 4.6 ਸੈ.ਮੀ., 3.2 ਸੈ.ਮੀ ਅਤੇ 5.8 ਸੈ.ਮੀ.
3. ਇੱਕ ਸਮਦੋਭੁਜੀ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦਾ ਪਰਿਮਾਪ ਪਤਾ ਕਰੋ, ਜਿਸ ਦੀਆਂ ਬਰਾਬਰ ਭੁਜਾਵਾਂ ਦੀ ਲੰਬਾਈ 15ਸੈ.ਮੀ ਅਤੇ ਆਧਾਰ 18ਸੈ.ਮੀ ਹੋਵੇ।
4. ਵਰਗ ਦਾ ਪਰਿਮਾਪ ਪਤਾ ਕਰੋ ਜਿਸ ਦੀ ਭੁਜਾ :
(i) 16 ਸੈ.ਮੀ. (ii) 4.8 ਮਿ.ਮੀ. (iii) 125 ਸੈ.ਮੀ. (iv) 45 ਮੀ. (v) 39 ਸੈ.ਮੀ. ਹੋਵੇ
5. ਆਇਤ ਦਾ ਪਰਿਮਾਪ ਪਤਾ ਕਰੋ ਜਿਸਦੀ:
(i) ਲੰਬਾਈ 20 ਮੀ. ਅਤੇ ਚੌੜਾਈ 15 ਮੀ.
(ii) ਲੰਬਾਈ 25 ਮੀ. ਅਤੇ ਚੌੜਾਈ 35 ਮੀ.
(iii) ਲੰਬਾਈ 40 ਸੈ.ਮੀ. ਅਤੇ ਚੌੜਾਈ 28 ਸੈ.ਮੀ.
(iv) ਲੰਬਾਈ 18.3 ਸੈ.ਮੀ. ਅਤੇ ਚੌੜਾਈ 6.8 ਸੈ.ਮੀ.
(v) ਲੰਬਾਈ 12.5 ਸੈ.ਮੀ. ਅਤੇ ਚੌੜਾਈ 15 ਸੈ.ਮੀ. ਹੋਵੇ
6. ਸਮਛੇਤ੍ਰੁਜ ਦਾ ਪਰਿਮਾਪ ਪਤਾ ਕਰੋ ਜਿਸਦੀ ਭੁਜਾ:
(i) 5 ਸੈ.ਮੀ. (ii) 12 ਸੈ.ਮੀ. (iii) 7.2 ਸੈ.ਮੀ. ਹੋਵੇ
7. ਸਮਭੁਜੀ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦਾ ਪਰਿਮਾਪ ਪਤਾ ਕਰੋ ਜਿਸਦੀ ਭੁਜਾ:
(i) 10 ਸੈ.ਮੀ. (ii) 8 ਮੀ. (iii) 24 ਮੀ. (iv) 5.6 ਮੀ. (v) 12.1 ਸੈ.ਮੀ. ਹੋਵੇ।
8. ਜੇਕਰ ਇੱਕ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦਾ ਪਰਿਮਾਪ 48ਸੈ.ਮੀ ਹੋਵੇ ਅਤੇ ਦੋ ਭੁਜਾਵਾਂ 12 ਸੈ.ਮੀ. ਅਤੇ 17 ਸੈ.ਮੀ. ਹਨ, ਤਾਂ ਤੀਜੀ ਭੁਜਾ ਪਤਾ ਕਰੋ।
9. ਇੱਕ ਸਮਭੁਜੀ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੀ ਭੁਜਾ ਪਤਾ ਕਰੋ ਜੇਕਰ ਪਰਿਮਾਪ:
(i) 45 ਸੈ.ਮੀ. (ii) 69 ਮਿ.ਮੀ. (iii) 117 ਸੈ.ਮੀ. ਹੋਵੇ।
10. ਇੱਕ ਵਰਗ ਦੀ ਭੁਜਾ ਪਤਾ ਕਰੋ ਜੇਕਰ ਪਰਿਮਾਪ :
(i) 52 ਸੈ.ਮੀ. (ii) 60 ਸੈ.ਮੀ. (iii) 112 ਸੈ.ਮੀ. ਹੋਵੇ।
11. (i) ਇੱਕ ਆਇਤਾਕਾਰ ਖੇਤ ਦਾ ਪਰਿਮਾਪ 260 ਮੀ. ਹੈ। ਜੇਕਰ ਇਸਦੀ ਲੰਬਾਈ 80 ਮੀਟਰ ਹੈ ਤਾਂ ਇਸਦੀ ਚੌੜਾਈ ਪਤਾ ਕਰੋ।
(ii) ਇੱਕ ਆਇਤਾਕਾਰ ਬਗੀਚੇ ਦਾ ਪਰਿਮਾਪ 140 ਮੀ. ਹੈ ਜੇਕਰ ਇਸਦੀ ਚੌੜਾਈ 45 ਮੀ. ਹੈ ਤਾਂ ਇਸਦੀ ਲੰਬਾਈ ਪਤਾ ਕਰੋ।
(iii) ਇੱਕ ਆਇਤ ਦਾ ਪਰਿਮਾਪ 114 ਸੈ.ਮੀ. ਹੈ, ਜੇਕਰ ਇਸਦੀ ਲੰਬਾਈ 32 ਸੈ.ਮੀ. ਹੈ ਤਾਂ ਇਸਦੀ ਚੌੜਾਈ ਪਤਾ ਕਰੋ।
12. ਇੱਕ ਤ੍ਰਿਭੁਜਾਕਾਰ ਖੇਤ ਦੀਆਂ ਭੁਜਾਵਾਂ 15 ਮੀਟਰ, 20 ਮੀਟਰ ਅਤੇ 18 ਮੀਟਰ ਹਨ। ਇੱਕ ਮੁੰਡੇ ਦੁਆਰਾ ਇਸ ਖੇਤ ਦੇ ਦੋ ਪੂਰੇ ਗੇੜੇ ਲਗਾਉਣ ਲਈ ਤੈਅ ਕੀਤੀ ਗਈ ਦੂਰੀ ਪਤਾ ਕਰੋ।
13. 26ਸੈ.ਮੀ ਭੁਜਾ ਵਾਲੇ ਇੱਕ ਵਰਗਾਕਾਰ ਖੇਤ ਨੂੰ ₹ 3 ਪ੍ਰਤੀ ਮੀਟਰ ਦੀ ਦਰ ਨਾਲ ਵਾੜ ਲਗਾਉਣ ਦੀ ਲਾਗਤ ਪਤਾ ਕਰੋ।
14. ਮਨੀ 75 ਮੀ. ਭੁਜਾ ਵਾਲੇ ਇੱਕ ਵਰਗਾਕਾਰ ਪਾਰਕ ਦੇ ਦੁਆਲੇ ਦੌੜਦਾ ਹੈ। ਕੁਸ਼ 60 ਮੀ. ਲੰਬਾਈ ਅਤੇ 45 ਮੀ. ਚੌੜਾਈ ਵਾਲੇ ਆਇਤਾਕਾਰ ਪਾਰਕ ਦੇ ਦੁਆਲੇ ਦੌੜਦਾ ਹੈ। ਕਿਸਨੇ ਘੱਟ ਦੂਰੀ ਤੈਅ ਕੀਤੀ?
15. 240 ਸੈ.ਮੀ. ਲੰਬਾਈ ਅਤੇ 150 ਸੈ.ਮੀ. ਚੌੜਾਈ ਵਾਲੇ ਇੱਕ ਆਇਤਾਕਾਰ ਬੋਰਡ ਨੂੰ ₹ 6 ਪ੍ਰਤੀ ਸੈ.ਮੀ. ਦੀ ਦਰ ਨਾਲ ਫਰੇਮ ਕਰਨ ਦੀ ਲਾਗਤ ਪਤਾ ਕਰੋ।
16. ਜੇ ਇੱਕ ਆਇਤ ਦੀ ਲੰਬਾਈ 'a' ਇਕਾਈਆਂ ਅਤੇ ਚੌੜਾਈ 5 ਇਕਾਈਆਂ ਹੋਵੇ ਤਾਂ ਆਇਤ ਦਾ ਪਰਿਮਾਪ ਪਤਾ ਕਰੋ।

17. ਖਾਲੀ ਥਾਵਾਂ ਭਰੋ:-

- (i) ਇੱਕ ਬਹੁਭੁਜ ਦੀਆਂ ਸਾਰੀਆਂ ਭੁਜਾਵਾਂ ਦੀਆਂ ਲੰਬਾਈਆਂ ਦੇ ਜੋੜ ਨੂੰ ਆਖਦੇ ਹਾਂ।
- (ii) ਵਰਗ ਦਾ ਪਰਿਮਾਪ = \times ਭੁਜਾ
- (iii) ਆਇਤ ਦਾ ਪਰਿਮਾਪ = $2 \times (\dots + \dots)$
- (iv) ਵਰਗ ਦੀ ਭੁਜਾ = (.....) $\div 4$
- (v) ਸਮਭੁਜੀ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦਾ ਪਰਿਮਾਪ = \times ਭੁਜਾ

11.3 ਖੇਤਰਫਲ (Area)

ਅਸੀਂ ਪਿਛਲੀਆਂ ਜਮਾਤਾਂ ਵਿੱਚ ਸਿੱਖ ਚੁੱਕੇ ਹਾਂ ਕਿ ਕਿਸੇ ਖੇਤਰਫਲ ਨੂੰ ਕਿਸੇ ਤਲ ਜਾਂ ਚਿੱਤਰ/ਸ਼ਕਲ ਦੁਆਰਾ ਘਿਰੇ ਹੋਏ ਖੇਤਰ ਵਜੋਂ ਪਰਿਭਾਸ਼ਿਤ ਕੀਤਾ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ। ਇੱਕ ਬਹੁਭੁਜ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ ਲੱਭਣ ਲਈ ਅਸੀਂ ਬਹੁਭੁਜ ਵਲੋਂ ਘੇਰੇ ਗਏ ਬੰਦ ਖੇਤਰ ਨੂੰ ਵਿਚਾਰਦੇ ਹਾਂ।

ਆਓ ਇਸ ਵਿਚਾਰ ਦੀ ਸਪਸ਼ਟਤਾ ਲਈ ਇੱਕ ਉਦਾਹਰਨ ਲਈਏ। ਪ੍ਰਿਤਪਾਲ ਜ਼ਮੀਨ ਦਾ ਇੱਕ ਟੁਕੜਾ ਖਰੀਦਦਾ ਹੈ ਜੋ 80 ਮੀਟਰ ਲੰਬਾ ਹੈ ਅਤੇ 65 ਮੀਟਰ ਚੌੜਾ ਹੈ ਅਤੇ ਉਸਦਾ ਦੋਸਤ ਅਸਲਮ 60 ਮੀਟਰ ਲੰਬਾ ਅਤੇ 75 ਮੀਟਰ ਚੌੜਾ ਜ਼ਮੀਨ ਦਾ ਟੁਕੜਾ ਉਸੇ ਦਰ (Rate) 'ਤੇ ਖਰੀਦਦਾ ਹੈ।

ਕੌਣ ਵਧੇਰੇ ਕੀਮਤ ਅਦਾ ਕਰੇਗਾ?

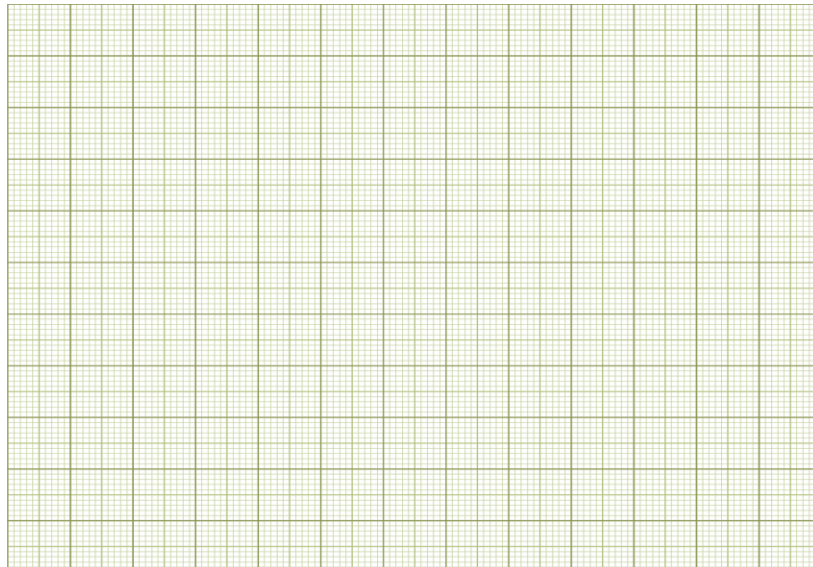
ਬਿਨਾਂ ਸ਼ੱਕ, ਜਿਸ ਕੋਲ ਵਧੇਰੇ ਜ਼ਮੀਨ ਹੈ ਉਹ ਵਧੇਰੇ ਕੀਮਤ ਅਦਾ ਕਰੇਗਾ। ਇਸ ਸਥਿਤੀ ਵਿੱਚ, ਅਸੀਂ ਇਹ ਜਾਨਣ ਲਈ ਕਿ ਕਿਸ ਕੋਲ ਵੱਧ ਜ਼ਮੀਨ ਹੈ, ਦੋਹਾਂ ਜ਼ਮੀਨਾਂ ਦੇ ਖੇਤਰਫਲ ਪਤਾ ਕਰਾਂਗੇ।

ਇੱਕ ਬੰਦ ਸਮਤਲ ਆਕ੍ਰਿਤੀ ਦੁਆਰਾ ਘਿਰੇ ਖੇਤਰ ਨੂੰ ਖੇਤਰਫਲ ਕਹਿੰਦੇ ਹਨ।

ਖੇਤਰਫਲ ਦੀ ਇਕਾਈ :-ਇੱਕ ਇਕਾਈ ਭੁਜਾ ਵਾਲਾ ਵਰਗ ਲਓ। ਇਹ 1 ਵਰਗ ਇਕਾਈ ਖੇਤਰ ਨੂੰ ਘੇਰਦਾ ਹੈ। ਇਸ ਲਈ ਅਸੀਂ ਖੇਤਰਫਲ ਨੂੰ ਹਮੇਸ਼ਾ ਵਰਗ ਇਕਾਈਆਂ ਵਿੱਚ ਦਰਸਾਉਂਦੇ ਹਾਂ।

11.3.1 ਵਰਗਾਕਾਰ ਪੇਪਰ (ਗ੍ਰਾਫ ਪੇਪਰ) ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਰਾਹੀਂ ਖੇਤਰਫਲ ਪਤਾ ਕਰਨਾ (Finding Area by the use of squared paper (Graph paper)) :

ਵਰਗਾਕਾਰ ਪੇਪਰ ਜਾਂ ਗ੍ਰਾਫ ਪੇਪਰ ਕਿਸੇ ਸਧਾਰਨ ਬੰਦ ਵਕਰ ਜਾਂ ਬੰਦ ਖੇਤਰ ਦੇ ਅਨੁਮਾਨਤ ਖੇਤਰਫਲ ਨੂੰ ਪਤਾ ਕਰਨ ਲਈ ਸੁਵਿਧਾਜਨਕ ਵਿਧੀ ਹੈ।



- ਜੇਕਰ ਬੰਦ ਚਿੱਤਰ ਵਿੱਚ ਪੂਰੇ ਵਰਗ ਹਨ ਤਾਂ ਪੂਰੇ ਵਰਗਾਂ ਦੀ ਸੰਖਿਆ ਨੂੰ ਗਿਣੋ।
- ਜੇਕਰ ਚਿੱਤਰ ਵਿੱਚ ਅੱਧੇ ਜਾਂ ਅੱਧੇ ਤੋਂ ਵੱਧ ਵਰਗ ਸ਼ਾਮਲ ਹਨ ਤਾਂ ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਫਾਰਮੂਲੇ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰੋ।

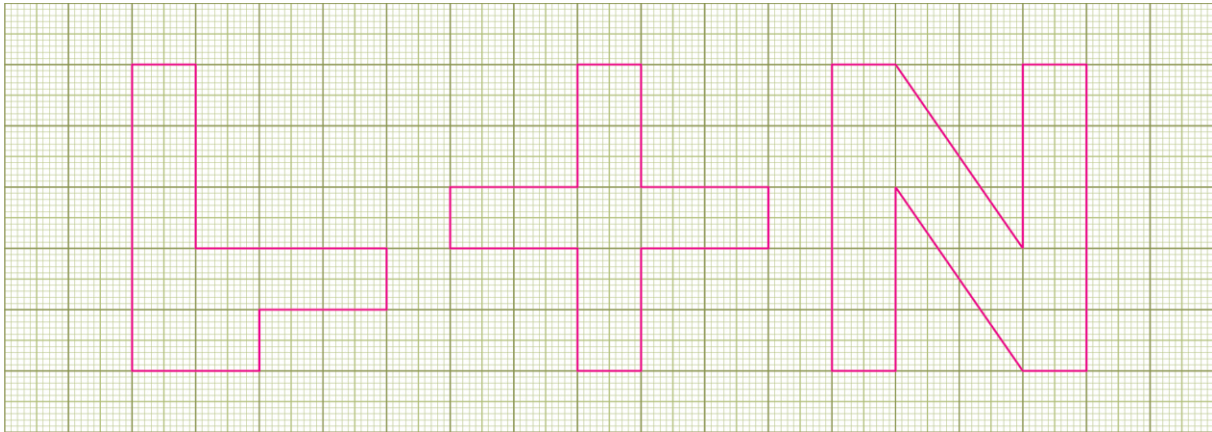
$$\text{ਸਮਤਲ ਚਿੱਤਰ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ} = \left(m + n + \frac{1}{2} p \right)$$

ਜਿੱਥੇ ਕਿ m = ਪੂਰੇ ਵਰਗਾਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ

n = ਅੱਧੇ ਤੋਂ ਵੱਧ ਵਰਗਾਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ

p = ਬਿਲਕੁਲ ਅੱਧੇ ਵਰਗਾਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ

ਉਦਾਹਰਨ 15- ਪੂਰੇ ਵਰਗ, ਅੱਧੇ ਤੋਂ ਅੱਧ ਵੱਧ ਵਰਗਾਂ, ਅੱਧੇ ਵਰਗਾਂ ਦੀ ਸੰਖਿਆ ਦੀ ਗਿਣਤੀ ਕਰਕੇ ਹੇਠ ਦਿੱਤੀ ਹਰੇਕ ਆਕ੍ਰਿਤੀ ਦਾ ਅਨੁਮਾਨਿਤ ਖੇਤਰਫਲ ਪਤਾ ਕਰੋ। (1 ਵਰਗ ਡੱਬੇ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ = 1 ਵਰਗ ਸੈ.ਮੀ.)



(i)

(ii)

(iii)

ਹੱਲ: (i) ਪੂਰੇ ਵਰਗਾਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ $m = 9$
ਇੱਥੇ ਸਾਡੇ ਕੋਲ ਕੋਈ ਅੱਧਾ ਵਰਗ ਜਾਂ ਅੱਧੇ ਤੋਂ ਵੱਧ ਵਰਗ ਨਹੀਂ ਹੈ।
 $\therefore n = 0, p = 0$

$$\begin{aligned} \therefore \text{ਸਮਤਲ ਚਿੱਤਰ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ} &= m + n + \frac{1}{2} p \\ &= 9 + 0 + 0 = 9 \text{ ਵਰਗ ਸੈ.ਮੀ.} \end{aligned}$$

(ii) ਪੂਰੇ ਵਰਗਾਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ $m = 9$
ਇੱਥੇ $n = 0, p = 0$
 \therefore ਸਮਤਲ ਚਿੱਤਰ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ = 9 ਵਰਗ ਸੈ.ਮੀ.

(iii) ਪੂਰੇ ਵਰਗਾਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ $m = 10$
ਬਿਲਕੁਲ ਅੱਧੇ ਵਰਗਾਂ ਦੀ ਸੰਖਿਆ $p = 0$
ਅੱਧੇ ਤੋਂ ਵੱਧ ਵਰਗਾਂ ਦੀ ਸੰਖਿਆ = 4

$$\begin{aligned} \therefore \text{ਸਮਤਲ ਚਿੱਤਰ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ} &= m + n + \frac{1}{2} p \\ &= 10 + 4 + \frac{1}{2} \times (0) \\ &= 14 + 0 \\ &= 14 \text{ ਵਰਗ ਸੈ.ਮੀ.} \end{aligned}$$

11.3.2 ਫਾਰਮੂਲੇ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਰਾਹੀਂ ਖੇਤਰਫਲ ਦਾ ਮਾਪ (Measurement of Area by Using Formula)

ਅਸੀਂ ਪਿਛਲੀ ਜਮਾਤ ਵਿੱਚ ਆਇਤ ਅਤੇ ਵਰਗ ਦੇ ਖੇਤਰਫਲ ਬਾਰੇ ਸਿੱਖਿਆ ਹੈ। ਇਸ ਜਮਾਤ ਵਿੱਚ ਅਸੀਂ ਇਸ ਬਾਰੇ ਵਿਸਥਾਰ ਨਾਲ ਵਿਚਾਰ ਕਰਾਂਗੇ।

• ਆਇਤ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ (Area of a Rectangle) :

ਆਓ $1 \text{ ਸੈ.ਮੀ.} \times 1 \text{ ਸੈ.ਮੀ.}$ ਵਰਗਾਂ ਵਾਲੇ ਗ੍ਰਾਫ ਪੇਪਰ 'ਤੇ 4 ਸੈ.ਮੀ. ਲੰਬਾਈ ਅਤੇ 3 ਸੈ.ਮੀ. ਚੌੜਾਈ ਵਾਲੀ ਆਇਤ ਬਣਾਈਏ।

ਅਸੀਂ ਦੇਖਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਇਹ 12 ਵਰਗਾਂ ਨੂੰ ਢੱਕਦਾ ਹੈ।

\therefore ਆਇਤ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ = 12 ਵਰਗ ਸੈ.ਮੀ

ਅਸੀਂ ਵੇਖਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਇੱਕ ਕਤਾਰ ਵਿੱਚ 4 ਵਰਗ ਹਨ ਅਤੇ ਇੱਥੇ 3 ਅਜਿਹੀਆਂ ਕਤਾਰਾਂ ਹਨ।

\therefore ਵਰਗਾਂ ਦੀ ਕੁੱਲ ਸੰਖਿਆ = $4 \times 3 = \text{ਲੰਬਾਈ} \times \text{ਚੌੜਾਈ}$

ਆਇਤ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ = ਲੰਬਾਈ \times ਚੌੜਾਈ

ਉਪਰੋਕਤ ਫਾਰਮੂਲੇ ਤੋਂ, ਅਸੀਂ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹਾਂ

$$\text{ਲੰਬਾਈ} = \frac{\text{ਖੇਤਰਫਲ}}{\text{ਚੌੜਾਈ}} \quad \text{ਜਾਂ} \quad \text{ਚੌੜਾਈ} = \frac{\text{ਖੇਤਰਫਲ}}{\text{ਲੰਬਾਈ}}$$

• ਵਰਗ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ (Area of a Square)

$1 \text{ ਸੈ.ਮੀ.} \times 1 \text{ ਸੈ.ਮੀ.}$ ਵਰਗਾਂ ਵਾਲੇ ਗ੍ਰਾਫ ਪੇਪਰ 'ਤੇ ਭੁਜਾ 3 ਸੈ.ਮੀ. ਵਾਲਾ ਇੱਕ ਵਰਗ ਬਣਾਓ।

ਅਸੀਂ ਦੇਖਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਇਹ 9 ਵਰਗਾਂ ਨੂੰ ਪੂਰੀ ਤਰ੍ਹਾਂ ਢੱਕਦਾ ਹੈ।

\therefore ਵਰਗ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ = 9 ਵਰਗ ਸੈ.ਮੀ

ਅਸੀਂ ਵੇਖਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਇੱਕ ਕਤਾਰ ਵਿੱਚ 3 ਵਰਗ ਹਨ ਅਤੇ ਇੱਥੇ 3 ਅਜਿਹੀਆਂ ਕਤਾਰਾਂ ਹਨ।

\therefore ਵਰਗਾਂ ਦੀ ਕੁੱਲ ਸੰਖਿਆ = $3 \times 3 = \text{ਭੁਜਾ} \times \text{ਭੁਜਾ}$

ਵਰਗ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ = ਭੁਜਾ \times ਭੁਜਾ

ਨੋਟ :- ਇੱਕ ਚਿੱਤਰ/ਆਕ੍ਰਿਤੀ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ ਲੱਭਣ ਲਈ ਇਸਦੀਆਂ ਸਾਰੀਆਂ ਭੁਜਾਵਾਂ ਦੀਆਂ ਇਕਾਈਆਂ ਸਮਾਨ ਹੋਣੀਆਂ ਚਾਹੀਦੀਆਂ ਹਨ।

ਉਦਾਹਰਨ 16: ਇੱਕ ਆਇਤ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ ਪਤਾ ਕਰੋ ਜਿਸ ਦੀ:

(i) ਲੰਬਾਈ = 15 ਸੈ.ਮੀ. ਅਤੇ ਚੌੜਾਈ = 12 ਸੈ.ਮੀ.

(ii) ਲੰਬਾਈ = 18 ਮੀ. ਅਤੇ ਚੌੜਾਈ = 24 ਮੀ.

(iii) ਲੰਬਾਈ = 5 ਸੈ.ਮੀ. ਅਤੇ ਚੌੜਾਈ = 12 ਮਿ.ਮੀ.

ਹੱਲ: (i) ਆਇਤ ਦੀ ਲੰਬਾਈ = 15 ਸੈ.ਮੀ. ਅਤੇ ਆਇਤ ਦੀ ਚੌੜਾਈ = 12 ਸੈ.ਮੀ.

\therefore ਆਇਤ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ = ਲੰਬਾਈ \times ਚੌੜਾਈ

= $15 \text{ ਸੈ.ਮੀ.} \times 12 \text{ ਸੈ.ਮੀ.}$

= 180 ਵਰਗ ਸੈ.ਮੀ.

(ii) ਆਇਤ ਦੀ ਲੰਬਾਈ = 18 ਮੀ. ਅਤੇ ਆਇਤ ਦੀ ਚੌੜਾਈ = 24 ਮੀ.

\therefore ਆਇਤ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ = ਲੰਬਾਈ \times ਚੌੜਾਈ

= $18 \text{ ਮੀ.} \times 24 \text{ ਮੀ.}$

= 432 ਵਰਗ ਮੀ.

- (iii) ਇੱਥੇ ਲੰਬਾਈ ਅਤੇ ਚੌੜਾਈ ਦੀਆਂ ਇਕਾਈਆਂ ਵੱਖ-ਵੱਖ ਹਨ। ਪਹਿਲਾਂ ਇਹਨਾਂ ਨੂੰ ਸਮਾਨ ਇਕਾਈਆਂ ਵਿੱਚ ਤਬਦੀਲ ਕਰੋ।

$$\text{ਲੰਬਾਈ} = 5 \text{ ਸੈ.ਮੀ.} = 5 \times 10 \text{ ਮਿ.ਮੀ.} = 50 \text{ ਮਿ.ਮੀ.} \quad (\because 1 \text{ ਸੈ.ਮੀ.} = 10 \text{ ਮਿ.ਮੀ.})$$

$$\text{ਚੌੜਾਈ} = 12 \text{ ਮਿ.ਮੀ.}$$

$$\begin{aligned} \therefore \text{ਆਇਤ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ} &= \text{ਲੰਬਾਈ} \times \text{ਚੌੜਾਈ} \\ &= 50 \text{ ਮਿ.ਮੀ.} \times 12 \text{ ਮਿ.ਮੀ.} \\ &= 600 \text{ ਵਰਗ ਮਿ.ਮੀ.} \end{aligned}$$

ਉਦਾਹਰਨ 17: ਵਰਗ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ ਪਤਾ ਕਰੋ ਜਿਸਦੀ ਭੁਜਾ:

- (i) 5 ਸੈ.ਮੀ. (ii) 4.1 ਮਿ.ਮੀ. (iii) 18 ਮੀ. ਹੋਵੇ।

ਹੱਲ: (i) ਵਰਗ ਦੀ ਭੁਜਾ = 5 ਸੈ.ਮੀ.
 \therefore ਵਰਗ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ = ਭੁਜਾ \times ਭੁਜਾ
 $= 5 \text{ ਸੈ.ਮੀ.} \times 5 \text{ ਸੈ.ਮੀ.}$
 $= 25 \text{ ਵਰਗ ਸੈ.ਮੀ.}$

(ii) ਵਰਗ ਦੀ ਭੁਜਾ = 4.1 ਮਿ.ਮੀ.
 \therefore ਵਰਗ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ = ਭੁਜਾ \times ਭੁਜਾ
 $= 4.1 \text{ ਮਿ.ਮੀ.} \times 4.1 \text{ ਮਿ.ਮੀ.}$
 $= 16.81 \text{ ਵਰਗ ਮਿ.ਮੀ.}$

(iii) ਵਰਗ ਦੀ ਭੁਜਾ = 18 ਮੀ.
 \therefore ਵਰਗ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ = ਭੁਜਾ \times ਭੁਜਾ
 $= 18 \text{ ਮੀ.} \times 18 \text{ ਮੀ.}$
 $= 324 \text{ ਵਰਗ ਮੀ.}$

ਉਦਾਹਰਨ 18- ਇੱਕ ਆਇਤਾਕਾਰ ਪਲਾਟ ਦੀ ਲੰਬਾਈ 90 ਮੀ: ਅਤੇ ਇਸਦਾ ਖੇਤਰਫਲ 1800 ਵਰਗ ਮੀ: ਹੈ। ਪਲਾਟ ਦੀ ਚੌੜਾਈ ਪਤਾ ਕਰੋ।

ਹੱਲ: ਆਇਤਾਕਾਰ ਪਲਾਟ ਦੀ ਲੰਬਾਈ = 90 ਮੀ.
 ਅਤੇ ਆਇਤਾਕਾਰ ਪਲਾਟ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ = 1800 ਵਰਗ ਮੀਟਰ
 \therefore ਆਇਤ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ = ਲੰਬਾਈ \times ਚੌੜਾਈ
 $\Rightarrow 1800 = 90 \times \text{ਚੌੜਾਈ}$
 $\Rightarrow \frac{1800}{90} = \text{ਚੌੜਾਈ} \Rightarrow \text{ਚੌੜਾਈ} = 20 \text{ ਮੀ.}$

ਉਦਾਹਰਨ 19: ਜ਼ਮੀਨ ਦੇ ਇੱਕ ਵਰਗਾਕਾਰ ਪਲਾਟ ਦੀ ਭੁਜਾ 35 ਮੀਟਰ ਹੈ। ਪਲਾਟ ਨੂੰ ₹ 4 ਪ੍ਰਤੀ ਵਰਗ ਮੀਟਰ ਦੀ ਦਰ ਨਾਲ (ਬਰਾਬਰ) ਪੱਧਰਾ ਕਰਨ ਦੀ ਕੀਮਤ ਪਤਾ ਕਰੋ।

ਹੱਲ: ਵਰਗਾਕਾਰ ਪਲਾਟ ਦੀ ਭੁਜਾ = 35 ਮੀ.
 ਵਰਗਾਕਾਰ ਪਲਾਟ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ = ਭੁਜਾ \times ਭੁਜਾ
 $= 35 \text{ ਮੀ.} \times 35 \text{ ਮੀ.}$
 $= 1225 \text{ ਵਰਗ ਮੀ.}$

$$1 \text{ ਵਰਗ ਮੀ: ਨੂੰ ਪੱਧਰਾ ਕਰਨ ਦੀ ਕੀਮਤ} = ₹ 4$$

$$\begin{aligned} \therefore 1225 \text{ ਵਰਗਮੀਟਰ ਨੂੰ ਪੱਧਰਾ ਕਰਨ ਦੀ ਕੀਮਤ} &= ₹ 4 \times 1225 \\ &= ₹ 4900 \end{aligned}$$

ਉਦਾਹਰਨ 20: ਇੱਕ ਆਇਤ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ 380 ਵਰਗ ਸੈ.ਮੀ. ਹੈ ਅਤੇ ਇਸਦੀ ਚੌੜਾਈ 20 ਸੈ.ਮੀ. ਹੈ। ਆਇਤ ਦਾ ਪਰਿਮਾਪ ਪਤਾ ਕਰੋ।

ਹੱਲ: ਦਿੱਤਾ ਹੈ, ਆਇਤ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ = 380 ਵਰਗ ਸੈ.ਮੀ.
 ਅਤੇ ਆਇਤ ਦੀ ਚੌੜਾਈ = 20 ਸੈ.ਮੀ.
 ਆਇਤ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ = ਲੰਬਾਈ \times ਚੌੜਾਈ
 380 = ਲੰਬਾਈ \times 20

\Rightarrow ਆਇਤ ਦੀ ਲੰਬਾਈ = $\frac{380}{20} = 19$ ਸੈ.ਮੀ.

ਹੁਣ, ਆਇਤ ਦਾ ਪਰਿਮਾਪ = $2 \times (\text{ਲੰਬਾਈ} + \text{ਚੌੜਾਈ})$
 = $2 \times (19 + 20)$
 = $2 \times 39 = 78$ ਸੈ.ਮੀ.

ਉਦਾਹਰਨ 21: 108 ਸੈ.ਮੀ. \times 105 ਸੈ.ਮੀ. ਮਾਪ ਵਾਲੀ ਕਾਗਜ਼ ਦੀ ਸ਼ੀਟ ਵਿੱਚੋਂ ਕਿੰਨੇ ਲਿਫਾਢੇ ਬਣਾਏ ਜਾ ਸਕਦੇ ਹਨ, ਜੇਕਰ ਹਰੇਕ ਲਿਫਾਢੇ ਲਈ 9 ਸੈ.ਮੀ. \times 15 ਸੈ.ਮੀ. ਕਾਗਜ਼ ਦੇ ਟੁਕੜੇ ਦੀ ਲੋੜ ਹੋਵੇ।

ਹੱਲ: ਦਿੱਤੀ ਗਈ ਕਾਗਜ਼ ਦੀ ਸ਼ੀਟ ਦੀ ਲੰਬਾਈ = 108 ਸੈ.ਮੀ.
 ਅਤੇ ਕਾਗਜ਼ ਦੀ ਸ਼ੀਟ ਦੀ ਚੌੜਾਈ = 105 ਸੈ.ਮੀ.
 ਕਾਗਜ਼ ਦੀ ਸ਼ੀਟ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ = ਲੰਬਾਈ \times ਚੌੜਾਈ
 = (108×105) ਵਰਗ ਸੈ.ਮੀ.

ਇੱਕ ਲਿਫਾਢੇ ਲਈ ਕਾਗਜ਼ ਦਾ ਲੋੜੀਂਦਾ ਖੇਤਰਫਲ = (9×15) ਵਰਗ ਸੈ.ਮੀ.

\therefore ਲਿਫਾਢਿਆਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ, ਜਿਹੜੀ ਬਣਾਈ ਜਾ ਸਕਦੀ ਹੈ = $\frac{\text{ਕਾਗਜ਼ ਦੀ ਸ਼ੀਟ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ}}{\text{ਇੱਕ ਲਿਫਾਢੇ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ}}$
 $= \frac{108 \times 105}{9 \times 15} = 84$

ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ 84 ਲਿਫਾਢੇ ਬਣਾਏ ਜਾ ਸਕਦੇ ਹਨ।

ਉਦਾਹਰਨ 22: ਇੱਕ ਵਰਗ ਦਾ ਪਰਿਮਾਪ 68 ਸੈ.ਮੀ. ਹੈ, ਇਸਦਾ ਖੇਤਰਫਲ ਪਤਾ ਕਰੋ।

ਹੱਲ: ਵਰਗ ਦਾ ਪਰਿਮਾਪ = 68 ਸੈ.ਮੀ.
 $\Rightarrow 4 \times$ ਵਰਗ ਦੀ ਭੁਜਾ = 68 ਸੈ.ਮੀ.

\Rightarrow ਵਰਗ ਦੀ ਭੁਜਾ = $\frac{68}{4} = 17$ ਸੈ.ਮੀ.

\therefore ਵਰਗ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ = ਭੁਜਾ \times ਭੁਜਾ
 = 17 ਸੈ.ਮੀ. \times 17 ਸੈ.ਮੀ.
 = 289 ਵਰਗ ਸੈ.ਮੀ.

ਉਦਾਹਰਨ 23: ਇੱਕ ਸੰਗਮਰਮਰ ਦੀ ਟਾਇਲ 25ਸੈ.ਮੀ. \times 20ਸੈ.ਮੀ. ਮਾਪ ਦੀ ਹੈ। ਇੱਕ ਫਰਸ਼ ਜਿਸਦਾ ਮਾਪ 4.5ਮੀ. \times 3ਮੀ. ਨੂੰ ਢਕਣ ਲਈ ਕਿੰਨੀਆਂ ਟਾਇਲਾਂ ਦੀ ਲੋੜ ਹੋਵੇਗੀ?

ਹੱਲ: ਫਰਸ਼ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ = 4.5×3 ਵਰਗ ਮੀ.
 = 13.5 ਵਰਗ ਮੀ.
 = 13.5×10000
 = 135000 ਵਰਗ ਸੈ.ਮੀ.

1 ਮੀ.	= 100 ਸੈ.ਮੀ.
1 ਵਰਗ ਮੀ.	= 100 ਸੈ.ਮੀ. \times 100 ਸੈ.ਮੀ.
	= 10000 ਵਰਗ ਸੈ.ਮੀ.

ਇੱਕ ਟਾਇਲ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ = (25×20) ਵਰਗ ਸੈ.ਮੀ.
 = 500 ਵਰਗ ਸੈ.ਮੀ.

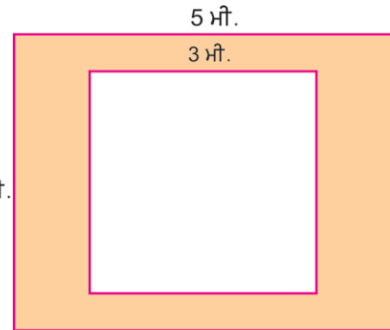
ਫਰਸ਼ ਨੂੰ ਢਕਣ ਲਈ ਲੋੜੀਂਦੀਆਂ ਟਾਇਲਾਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ = $\frac{\text{ਫਰਸ਼ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ}}{\text{ਇੱਕ ਟਾਇਲ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ}}$

$$= \frac{135000}{500} = 270$$

ਇਸ ਲਈ, ਫਰਸ਼ ਨੂੰ ਢਕਣ ਲਈ 270 ਟਾਇਲਾਂ ਦੀ ਜ਼ਰੂਰਤ ਹੋਵੇਗੀ।

ਉਦਾਹਰਨ 24: ਇੱਕ ਫਰਸ਼ 5 ਮੀਟਰ ਲੰਬਾ ਅਤੇ 4 ਮੀਟਰ ਚੌੜਾ ਹੈ। ਇੱਕ ਵਰਗਾਕਾਰ ਗਲੀਚਾ ਜਿਸਦੀ ਭੁਜਾ 3 ਮੀਟਰ ਹੈ ਇਸ ਫਰਸ਼ 'ਤੇ ਪਿਆ ਹੈ। ਫਰਸ਼ ਦੇ ਉਸ ਹਿੱਸੇ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ ਪਤਾ ਕਰੋ ਜਿੱਥੇ ਗਲੀਚਾ ਨਹੀਂ ਹੈ।

ਹੱਲ: ਦਿੱਤੀ ਫਰਸ਼ ਦੀ ਲੰਬਾਈ = 5 ਮੀਟਰ
 ਫਰਸ਼ ਦੀ ਚੌੜਾਈ = 4 ਮੀਟਰ
 ਫਰਸ਼ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ = ਲੰਬਾਈ \times ਚੌੜਾਈ
 = 5 ਮੀ. \times 4 ਮੀ.
 = 20 ਵਰਗ ਮੀ.



ਵਰਗਾਕਾਰ ਗਲੀਚੇ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ = ਭੁਜਾ \times ਭੁਜਾ
 = 3ਮੀ. \times 3ਮੀ. = 9 ਵਰਗ ਮੀ.

\therefore ਖੇਤਰਫਲ ਜਿੱਥੇ ਗਲੀਚਾ ਨਹੀਂ ਹੈ = (ਫਰਸ਼ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ) – (ਗਲੀਚੇ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ)
 = (20 – 9) ਵਰਗ ਮੀ. = 11 ਵਰਗ ਮੀ.

ਉਦਾਹਰਨ 25: (i) ਇੱਕ ਵਰਗ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ ਕਿੰਨਾ ਹੋਵੇਗਾ, ਜੇਕਰ ਇਸਦੀ ਭੁਜਾ ਦੁੱਗਣੀ ਕੀਤੀ ਜਾਵੇ?
 (ii) ਜੇਕਰ ਇੱਕ ਆਇਤ ਦੀ ਲੰਬਾਈ ਨੂੰ ਦੁੱਗਣਾ ਅਤੇ ਚੌੜਾਈ ਨੂੰ ਤਿਗੁਣੀ ਕੀਤਾ ਜਾਵੇ ਤਾਂ ਇਸਦਾ ਖੇਤਰਫਲ ਕਿੰਨੇ ਗੁਣਾ ਹੋ ਜਾਵੇਗਾ?

ਹੱਲ: (i) ਮੰਨ ਲਓ ਵਰਗ ਦੀ ਭੁਜਾ = x ਸੈ.ਮੀ.
 \therefore ਵਰਗ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ = $(x \times x)$ ਵਰਗ ਸੈ.ਮੀ.
 ਹੁਣ ਜੇਕਰ ਭੁਜਾ ਦੁੱਗਣੀ ਹੈ, ਤਾਂ
 ਨਵੇਂ ਵਰਗ ਦੀ ਭੁਜਾ = $2x$ ਸੈ.ਮੀ.
 \therefore ਨਵੇਂ ਵਰਗ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ = $[(2x) \times (2x)]$ ਵਰਗ ਸੈ.ਮੀ.
 = $(2 \times 2 \times x \times x)$ ਵਰਗ ਸੈ.ਮੀ.
 = $(4 \times x \times x)$ ਵਰਗ ਸੈ.ਮੀ.
 = $4(x \times x)$ ਵਰਗ ਸੈ.ਮੀ.
 = $4 \times$ (ਅਸਲ ਵਰਗ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ)

\therefore ਜੇਕਰ ਵਰਗ ਭੁਜਾ ਦੁੱਗਣੀ ਕੀਤੀ ਜਾਂਦੀ ਹੈ ਤਾਂ ਇਸਦਾ ਖੇਤਰਫਲ 4 ਗੁਣਾ ਹੋ ਜਾਵੇਗਾ।

(ii) ਮੰਨ ਲਓ ℓ ਅਤੇ b ਕ੍ਰਮਵਾਰ ਇੱਕ ਆਇਤ ਦੀ ਲੰਬਾਈ ਅਤੇ ਚੌੜਾਈ ਹੈ।

\therefore ਆਇਤ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ = $\ell \times b$

ਹੁਣ, ਜੇਕਰ ਲੰਬਾਈ ਦੁੱਗਣੀ ਹੈ ਅਤੇ ਚੌੜਾਈ ਤਿੰਨ ਗੁਣਾ ਕਰ ਦਿੱਤੀ ਜਾਵੇ,

\therefore ਤਾਂ ਨਵੀਂ ਲੰਬਾਈ = 2ℓ

ਅਤੇ ਨਵੀਂ ਚੌੜਾਈ = $3b$

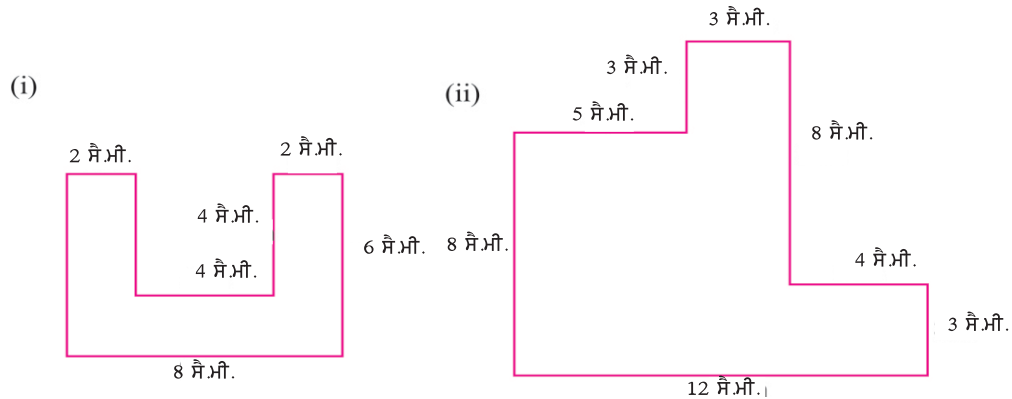
ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ, ਨਵੀਂ ਆਇਤ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ = ਲੰਬਾਈ \times ਚੌੜਾਈ
 = $2\ell \times 3b$

$$= 6 \times (\ell \times b)$$

$$= 6 \times (\text{ਅਸਲ ਆਇਤ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ})$$

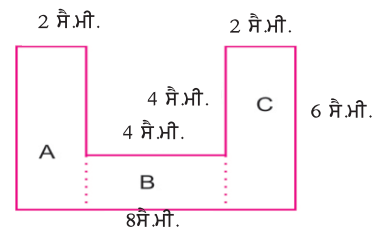
ਇਸ ਲਈ ਆਇਤ ਦਾ ਅਸਲ ਖੇਤਰਫਲ ਦਾ 6 ਗੁਣਾ ਹੋ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।

ਉਦਾਹਰਨ 26: ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਚਿੱਤਰਾਂ ਨੂੰ ਆਇਤਾਂ ਅਤੇ ਵਰਗਾਂ ਵਿੱਚ ਵੰਡ ਕੇ ਖੇਤਰਫਲ ਪਤਾ ਕਰੋ:



ਹੱਲ: (i) ਦਿੱਤੇ ਚਿੱਤਰ ਨੂੰ ਤਿੰਨ ਭਾਗਾਂ ਵਿੱਚ ਵੰਡਿਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ।

- 2 ਸੈ.ਮੀ. \times 6 ਸੈ.ਮੀ. ਦੀ ਆਇਤ A
- 4 ਸੈ.ਮੀ. \times 2 ਸੈ.ਮੀ. ਦੀ ਆਇਤ B
- 2 ਸੈ.ਮੀ. \times 6 ਸੈ.ਮੀ. ਦੀ ਆਇਤ C



$$\therefore \text{ਆਇਤ A ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ} = 2 \text{ ਸੈ.ਮੀ.} \times 6 \text{ ਸੈ.ਮੀ.} = 12 \text{ ਵਰਗ ਸੈ.ਮੀ.}$$

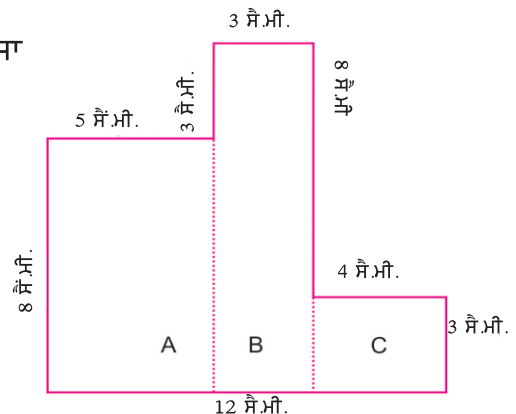
$$\text{ਆਇਤ B ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ} = 4 \text{ ਸੈ.ਮੀ.} \times 2 \text{ ਸੈ.ਮੀ.} = 8 \text{ ਵਰਗ ਸੈ.ਮੀ.}$$

$$\text{ਆਇਤ C ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ} = 2 \text{ ਸੈ.ਮੀ.} \times 6 \text{ ਸੈ.ਮੀ.} = 12 \text{ ਵਰਗ ਸੈ.ਮੀ.}$$

$$\Rightarrow \text{ਕੁੱਲ ਚਿੱਤਰ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ} = 12 + 8 + 12 = 32 \text{ ਵਰਗ ਸੈ.ਮੀ.}$$

(ii) ਚਿੱਤਰ ਨੂੰ 3 ਹਿੱਸਿਆਂ/ਭਾਗਾਂ ਵਿੱਚ ਵੰਡਿਆ ਜਾ

- 5 ਸੈ.ਮੀ. \times 8 ਸੈ.ਮੀ. ਦੀ ਆਇਤ A
- 3 ਸੈ.ਮੀ. \times 11 ਸੈ.ਮੀ. ਦੀ ਆਇਤ B
- 4 ਸੈ.ਮੀ. \times 3 ਸੈ.ਮੀ. ਦੀ ਆਇਤ C



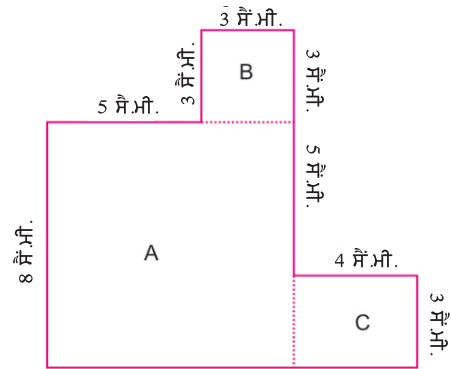
$$\therefore \text{ਆਇਤ A ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ} = 5 \text{ ਸੈ.ਮੀ.} \times 8 \text{ ਸੈ.ਮੀ.} = 40 \text{ ਵਰਗ ਸੈ.ਮੀ.}$$

$$\text{ਆਇਤ B ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ} = 3 \text{ ਸੈ.ਮੀ.} \times 11 \text{ ਸੈ.ਮੀ.} = 33 \text{ ਵਰਗ ਸੈ.ਮੀ.}$$

$$\text{ਆਇਤ C ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ} = 4 \text{ ਸੈ.ਮੀ.} \times 3 \text{ ਸੈ.ਮੀ.} = 12 \text{ ਵਰਗ ਸੈ.ਮੀ.}$$

$$\Rightarrow \text{ਚਿੱਤਰ ਦਾ ਕੁੱਲ ਖੇਤਰਫਲ} = 40 + 33 + 12 = 85 \text{ ਵਰਗ ਸੈ.ਮੀ.}$$

ਬਦਲਵੀਂ ਵਿੱਧੀ :- ਚਿੱਤਰ ਨੂੰ ਤਿੰਨ ਹਿੱਸਿਆਂ ਵਿੱਚ ਵੰਡਿਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ।



- 8ਸੈ.ਮੀ. \times 8ਸੈ.ਮੀ. ਦਾ ਵਰਗ A
- 3ਸੈ.ਮੀ. \times 3ਸੈ.ਮੀ. ਦਾ ਵਰਗ B
- 4ਸੈ.ਮੀ. \times 3ਸੈ.ਮੀ. ਦੀ ਆਇਤ C

\therefore ਵਰਗ A ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ = 8ਸੈ.ਮੀ. \times 8ਸੈ.ਮੀ. = 64 ਵਰਗ ਸੈ.ਮੀ.

ਵਰਗ B ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ = 3ਸੈ.ਮੀ. \times 3ਸੈ.ਮੀ. = 9 ਵਰਗ ਸੈ.ਮੀ.

ਆਇਤ C ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ = 4ਸੈ.ਮੀ. \times 3ਸੈ.ਮੀ. = 12 ਵਰਗ ਸੈ.ਮੀ.

\Rightarrow ਚਿੱਤਰ ਦਾ ਕੁੱਲ ਖੇਤਰਫਲ = 64 + 9 + 12 = 85 ਵਰਗ ਸੈ.ਮੀ.

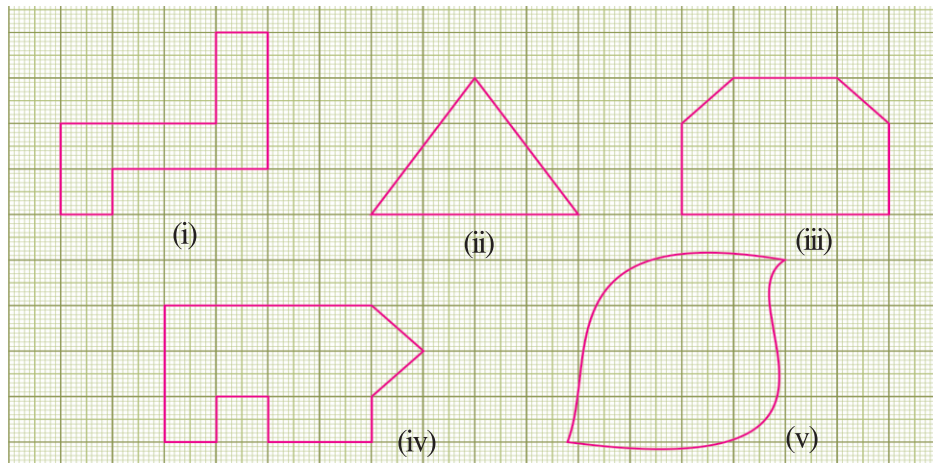
ਉਦਾਹਰਨ 27: ਜੇਕਰ ਆਇਤ ਦੀ ਲੰਬਾਈ x ਇਕਾਈਆਂ ਅਤੇ ਚੌੜਾਈ 5 ਇਕਾਈਆਂ ਹੈ। ਆਇਤ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ ਪਤਾ ਕਰੋ।

ਹੱਲ:

ਆਇਤ ਦੀ ਲੰਬਾਈ	= x ਇਕਾਈਆਂ
ਆਇਤ ਦੀ ਚੌੜਾਈ	= 5 ਇਕਾਈਆਂ
ਆਇਤ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ	= ਲੰਬਾਈ \times ਚੌੜਾਈ
	= $x \times 5 = 5x$ ਵਰਗ ਇਕਾਈਆਂ

ਅਭਿਆਸ 11.2

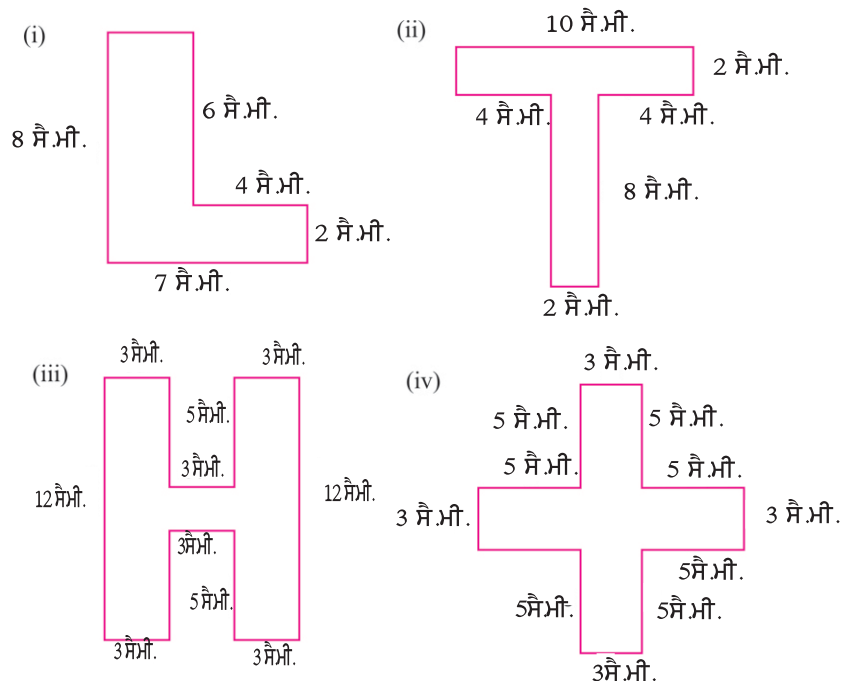
1. ਪੂਰੇ ਵਰਗਾਂ, ਅੱਧੇ ਤੋਂ ਵੱਧ ਵਰਗਾਂ ਅਤੇ ਅੱਧੇ ਵਰਗਾਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ ਕਰਕੇ ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੀਆਂ ਹਰੇਕ ਆਕ੍ਰਿਤੀਆਂ ਦਾ ਅਨੁਮਾਨਿਤ ਖੇਤਰਫਲ ਪਤਾ ਕਰੋ।



2. ਆਇਤ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ ਪਤਾ ਕਰੋ ਜਿਸਦੀ:

- | | |
|---|---|
| (i) ਲੰਬਾਈ = 12ਸੈ.ਮੀ., ਚੌੜਾਈ = 16ਸੈ.ਮੀ. | (ii) ਲੰਬਾਈ = 25ਸੈ.ਮੀ., ਚੌੜਾਈ = 18ਸੈ.ਮੀ. |
| (iii) ਲੰਬਾਈ = 2.7ਸੈ.ਮੀ., ਚੌੜਾਈ = 45ਸੈ.ਮੀ. | (iv) ਲੰਬਾਈ = 4.2ਸੈ.ਮੀ., ਚੌੜਾਈ = 1.5ਸੈ.ਮੀ. |
| (v) ਲੰਬਾਈ = 3.8ਸੈ.ਮੀ., ਚੌੜਾਈ = 4ਸੈ.ਮੀ. | |

3. ਵਰਗ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ ਪਤਾ ਕਰੋ ਜਿਸਦੀ ਭੁਜਾ:
 - (i) 19 ਸੈ.ਮੀ. (ii) 24 ਮਿ.ਮੀ. (iii) 3.5 ਸੈ.ਮੀ. (iv) 2.6 ਸੈ.ਮੀ. (v) 8.2 ਸੈ.ਮੀ.
4. ਇੱਕ ਆਇਤ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ 216 ਵਰਗ ਸੈ.ਮੀ. ਹੈ ਅਤੇ ਇਸਦੀ ਲੰਬਾਈ 12 ਸੈ.ਮੀ. ਹੈ। ਇਸਦੀ ਚੌੜਾਈ ਪਤਾ ਕਰੋ।
5. ਇੱਕ ਆਇਤ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ 225 ਵਰਗ ਮੀਟਰ ਹੈ ਅਤੇ ਇਸਦੀ ਚੌੜਾਈ 9 ਮੀਟਰ ਹੈ। ਇਸਦੀ ਲੰਬਾਈ ਪਤਾ ਕਰੋ।
6. ਇੱਕ ਮੈਦਾਨ ਦੀ ਲੰਬਾਈ ਅਤੇ ਚੌੜਾਈ ਕ੍ਰਮਵਾਰ 32 ਮੀਟਰ ਅਤੇ 24 ਮੀਟਰ ਹੈ। ਇਸ ਗਰਾਉਂਡ ਨੂੰ ₹3 ਪ੍ਰਤੀ ਵਰਗ ਮੀਟਰ ਦੀ ਦਰ ਨਾਲ ਸਮਤਲ/ਪੱਧਰਾ ਕਰਨ ਦਾ ਖਰਚ ਪਤਾ ਕਰੋ।
7. ਇੱਕ ਆਇਤ ਦਾ ਪਰਿਮਾਪ ਪਤਾ ਕਰੋ, ਜਿਸਦਾ ਖੇਤਰਫਲ 324 ਵਰਗ ਸਮ ਅਤੇ ਇਸਦੀ ਇੱਕ ਭੁਜਾ 36 ਸਮ ਹੈ।
8. ਇੱਕ ਵਰਗਾਕਾਰ ਮੈਦਾਨ ਦਾ ਪਰਿਮਾਪ 100 ਮੀਟਰ ਹੈ, ਇਸਦਾ ਖੇਤਰਫਲ ਪਤਾ ਕਰੋ।
9. ਇੱਕ ਆਇਤ ਜਿਸਦੀ ਲੰਬਾਈ 20ਸੈ.ਮੀ. ਹੈ ਅਤੇ ਖੇਤਰਫਲ 340 ਵਰਗ ਸੈ.ਮੀ. ਹੈ। ਇਸਦਾ ਪਰਿਮਾਪ ਪਤਾ ਕਰੋ।
10. ਇੱਕ ਪੱਥਰ ਦੀ ਟਾਇਲ ਦਾ ਮਾਪ 15ਸੈ.ਮੀ. \times 20ਸੈ.ਮੀ. ਹੈ। ਮਾਪ 4ਮੀ. \times 6ਮੀ. ਦੀ ਇੱਕ ਕੰਧ ਨੂੰ ਢੱਕਣ ਲਈ ਕਿੰਨੀਆਂ ਟਾਇਲਾਂ ਦੀ ਲੋੜ ਪਵੇਗੀ?
11. ਭੁਜਾ 75ਮੀ. ਵਾਲੇ ਇੱਕ ਵਰਗਾਕਾਰ ਖੇਤ ਨੂੰ ਪੱਧਰਾ ਕਰਨ ਲਈ ₹5 ਪ੍ਰਤੀ ਵਰਗ ਮੀਟਰ ਦੀ ਦਰ ਨਾਲ ਲਾਗਤ ਪਤਾ ਕਰੋ।
12. ਮਾਪ 2ਸੈ.ਮੀ. \times 1.5ਸੈ.ਮੀ. ਦੀਆਂ ਕਿੰਨੀਆਂ ਟਿਕਟਾਂ, 6 ਸੈ.ਮੀ. \times 12 ਸੈ.ਮੀ. ਮਾਪ ਦੀ ਕਾਗਜ਼ ਦੀ ਸ਼ੀਟ 'ਤੇ ਚਿਪਕਾਈਆਂ ਜਾ ਸਕਦੀਆਂ ਹਨ?
13. (i) ਜੇਕਰ ਇੱਕ ਵਰਗ ਦੀ ਭੁਜਾ ਤਿਗੁਣੀ ਕਰ ਦਿੱਤੀ ਜਾਵੇ, ਤਾਂ ਇਸਦਾ ਖੇਤਰਫਲ ਕਿੰਨੇ ਗੁਣਾ ਹੋ ਜਾਵੇਗਾ?
 (ii) ਜੇਕਰ ਇੱਕ ਆਇਤ ਦੀ ਲੰਬਾਈ ਨੂੰ ਅੱਧਾ ਅਤੇ ਚੌੜਾਈ ਨੂੰ ਦੁੱਗਣਾ ਕਰ ਦਿੱਤਾ ਜਾਵੇ ਤਾਂ ਇਸਦਾ ਖੇਤਰਫਲ ਕਿੰਨੇ ਗੁਣਾ ਹੋ ਜਾਵੇਗਾ?
 (iii) ਜੇਕਰ ਇੱਕ ਵਰਗ ਦੀ ਭੁਜਾ ਅੱਧੀ ਕਰ ਦਿੱਤੀ ਜਾਵੇ ਤਾਂ ਇਸਦਾ ਖੇਤਰਫਲ ਕਿੰਨੇ ਗੁਣਾ ਹੋਵੇਗਾ?
14. ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੇ ਚਿੱਤਰਾਂ ਨੂੰ ਵਰਗਾਂ ਅਤੇ ਆਇਤਾਂ ਵਿੱਚ ਵੰਡ ਕੇ ਖੇਤਰਫਲ ਪਤਾ ਕਰੋ:



15. ਖਾਲੀ ਥਾਵਾਂ ਭਰੋ:-

- (i) 1 ਵਰਗ ਮੀਟਰ = ਵਰਗ ਸੈ.ਮੀ.।
- (ii) 1 ਵਰਗ ਸੈ.ਮੀ. = ਵਰਗ ਮਿ.ਮੀ.।
- (iii) ਆਇਤ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ = \times ।
- (iv) ਆਇਤ ਦੀ ਲੰਬਾਈ = \div ਚੌੜਾਈ।
- (v) ਵਰਗ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ = \times ।



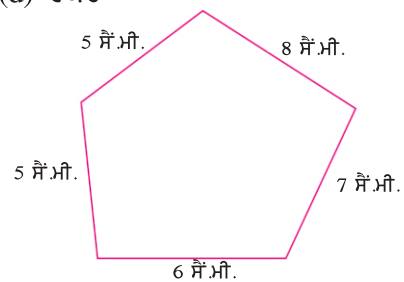
ਬਹੁ-ਵਿਕਲਪੀ ਪ੍ਰਸ਼ਨ

1. ਇੱਕ ਬੰਦ ਚਿੱਤਰ ਦੀ ਬਾਹਰੀ ਸੀਮਾ ਦੇ ਮਾਪ ਨੂੰ ਆਖਦੇ ਹਨ।

- (a) ਪਰਿਮਾਪ (b) ਖੇਤਰ (c) ਖੇਤਰਫਲ (d) ਵਕਰ

2. ਦਿੱਤੇ ਚਿੱਤਰ ਦਾ ਪਰਿਮਾਪ ਪਤਾ ਕਰੋ:

- (a) 30 ਸੈ.ਮੀ.
(b) 31 ਸੈ.ਮੀ.
(c) 32 ਸੈ.ਮੀ.
(d) 33 ਸੈ.ਮੀ.



3. ਇੱਕ ਸਮਭੁਜੀ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦਾ ਪਰਿਮਾਪ =

- (a) $3 + \text{ਭੁਜਾ}$ (b) $\text{ਭੁਜਾ} \times \text{ਭੁਜਾ}$ (c) $\text{ਭੁਜਾ} + \text{ਭੁਜਾ}$ (d) $3 \times \text{ਭੁਜਾ}$

4. ਆਇਤ ਦਾ ਪਰਿਮਾਪ =

- (a) $2l + b$ (b) $2(l + b)$ (c) $l + 2b$ (d) $l \times b$

5. ਜੇਕਰ ਇੱਕ ਸਮਭੁਜੀ ਤ੍ਰਿਭੁਜ 4 ਸੈ.ਮੀ. ਹੈ ਤਾਂ ਪਰਿਮਾਪ =

- (a) 8 ਸੈ.ਮੀ. (b) 7 ਸੈ.ਮੀ. (c) 12 ਸੈ.ਮੀ. (d) 16 ਸੈ.ਮੀ.

6. ਜੇਕਰ ਇੱਕ ਆਇਤ ਦੀ ਲੰਬਾਈ 2.4 ਸੈ.ਮੀ. ਅਤੇ ਚੌੜਾਈ 1.9 ਸੈ.ਮੀ. ਹੈ ਤਾਂ ਇਸਦਾ ਪਰਿਮਾਪ

- (a) 4.3 ਸੈ.ਮੀ. (b) 8.2 ਸੈ.ਮੀ. (c) 4.2 ਸੈ.ਮੀ. (d) 8.6 ਸੈ.ਮੀ.

7. ਇੱਕ ਵਰਗ ਦਾ ਪਰਿਮਾਪ 16 ਸੈ.ਮੀ. ਹੈ ਤਾਂ ਇਸਦੀ ਭੁਜਾ ਹੋਵੇਗੀ।

- (a) 4 ਸੈ.ਮੀ. (b) 64 ਸੈ.ਮੀ. (c) 24 ਸੈ.ਮੀ. (d) 32 ਸੈ.ਮੀ.

8. ਇੱਕ ਆਇਤ ਦਾ ਪਰਿਮਾਪ 50 ਸੈ.ਮੀ. ਹੈ ਅਤੇ ਇਸਦੀ ਲੰਬਾਈ 12 ਸੈ.ਮੀ. ਹੈ ਤਾਂ ਇਸਦੀ ਚੌੜਾਈ ਹੋਵੇਗੀ।

- (a) 38 ਸੈ.ਮੀ. (b) 13 ਸੈ.ਮੀ. (c) 62 ਸੈ.ਮੀ. (d) 18 ਸੈ.ਮੀ.

9. ਇੱਕ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੀਆਂ ਦੋ ਭੁਜਾਵਾਂ 4.8 ਸੈ.ਮੀ. ਅਤੇ 3.9 ਸੈ.ਮੀ. ਹਨ ਅਤੇ ਪਰਿਮਾਪ 12 ਸੈ.ਮੀ. ਹੈ ਤਾਂ ਤੀਜੀ ਭੁਜਾ ਹੋਵੇਗੀ।

- (a) 3.3 ਸੈ.ਮੀ. (b) 4.3 ਸੈ.ਮੀ. (c) 20.7 ਸੈ.ਮੀ. (d) 3.7 ਸੈ.ਮੀ.

10. ਸੁਮਨਦੀਪ ਨੇ ਭੁਜਾ 125ਮੀਟਰ ਦੇ ਵਰਗਾਕਾਰ ਪਾਰਕ ਦੇ 3 ਚੱਕਰ ਲਗਾਏ। ਉਸ ਦੁਆਰਾ ਤੈਅ ਕੀਤੀ ਗਈ ਦੂਰੀ ਪਤਾ ਕਰੋ।
 (a) 1.5 ਕਿ.ਮੀ. (b) 1500 ਕਿ.ਮੀ. (c) 500 ਮੀ. (d) 375 ਮੀ.
11. ਇੱਕ ਬੰਦ ਸਮਤਲ ਚਿੱਤਰ ਦੇ ਬੰਦ ਖੇਤਰ ਦੇ ਮਾਪ ਨੂੰ ਇਸਦਾ ਆਖਦੇ ਹਨ।
 (a) ਘੇਰਾ (b) ਵਕਰ (c) ਪਰਿਮਾਪ (d) ਖੇਤਰਫਲ
12. ਜੇਕਰ ਇੱਕ ਆਇਤ ਦੀ ਲੰਬਾਈ x ਇਕਾਈਆਂ ਹੈ ਅਤੇ ਚੌੜਾਈ 5 ਇਕਾਈਆਂ ਹੈ ਤਾਂ ਇਸਦਾ ਪਰਿਮਾਪ ਹੈ।
 (a) $5x$ (b) $2(x + 5)$ (c) $10x$ (d) $10 + x$
13. ਇੱਕ ਚਿੱਤੀ ਆਇਤ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ ਪਤਾ ਕਰੋ ਜਿਸਦੀ ਲੰਬਾਈ 16 ਮੀ. ਅਤੇ ਚੌੜਾਈ 8 ਮੀ. ਹੋਵੇ।
 (a) 42 ਵਰਗ ਮੀ. (b) 128 ਵਰਗ ਮੀ. (c) 72 ਵਰਗ ਮੀ. (d) 21 ਵਰਗ ਮੀ.
14. ਇੱਕ ਆਇਤ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ 144ਮੀ^2 ਹੈ। ਜੇਕਰ ਇਸਦੀ ਚੌੜਾਈ 9ਮੀ. ਹੈ ਤਾਂ ਇਸਦੀ ਲੰਬਾਈ ਪਤਾ ਕਰੋ।
 (a) 16 ਵਰਗ ਮੀ. (b) 12 ਵਰਗ ਮੀ. (c) 16 ਵਰਗ ਮੀ. (d) 18 ਵਰਗ ਮੀ.
15. 1ਵਰਗ ਮੀ. = ਵਰਗ ਸੈ.ਮੀ.
 (a) 100 (b) 10000 (c) 1000 (d) 1
16. ਇੱਕ ਵਰਗ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ ਪਤਾ ਕਰੋ ਜਿਸਦੀ ਭੁਜਾ 3.6 ਸੈ.ਮੀ. ਹੈ।
 (a) 14.4 ਸੈ.ਮੀ. (b) 12.96 ਸੈ.ਮੀ. (c) 1.29 ਵਰਗ ਸੈ.ਮੀ. (d) 12.96 ਵਰਗ ਸੈ.ਮੀ.
17. ਇੱਕ ਵਰਗ ਦਾ ਪਰਿਮਾਪ 68 ਮੀ. ਹੈ। ਇਸਦਾ ਖੇਤਰਫਲ ਪਤਾ ਕਰੋ।
 (a) 289 ਵਰਗ ਮੀ. (b) 329 ਵਰਗ ਮੀ. (c) 279 ਵਰਗ ਮੀ. (d) 249 ਵਰਗ ਮੀ.
18. ਇੱਕ ਸੰਗਮਰਮਰ ਦੀ ਟਾਇਲ ਦਾ ਮਾਪ 25 ਸੈ.ਮੀ. \times 25 ਸੈ.ਮੀ. ਹੈ, ਇੱਕ ਫਰਸ਼ ਜਿਸਦਾ ਮਾਪ 4 ਮੀਟਰ \times 3 ਮੀਟਰ ਹੈ, ਨੂੰ ਢੱਕਣ ਲਈ ਕਿੰਨੀਆਂ ਟਾਇਲਾਂ ਦੀ ਜ਼ਰੂਰਤ ਪਵੇਗੀ?
 (a) 216 (b) 192 (c) 188 (d) 196
19. ਇੱਕ ਵਰਗ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ ਕਿੰਨਾ ਹੋਵੇਗਾ ਜੇਕਰ ਇਸਦੀ ਭੁਜਾ ਦੁੱਗਣੀ ਹੋ ਜਾਵੇ?
 (a) ਦੁੱਗਣਾ (b) ਅੱਧਾ (c) ਚਾਰ ਗੁਣਾ (d) ਕੋਈ ਬਦਲ ਨਹੀਂ ਆਵੇਗਾ
20. ਇੱਕ ਆਇਤ ਦਾ ਪਰਿਮਾਪ ਪਤਾ ਕਰੋ ਜਿਸਦਾ ਖੇਤਰਫਲ 234 ਵਰਗ ਸੈ.ਮੀ. ਅਤੇ ਇਸਦੀ ਇੱਕ ਭੁਜਾ 13 ਸੈ.ਮੀ. ਹੈ।
 (a) 31 ਸੈ.ਮੀ. (b) 62 ਸੈ.ਮੀ. (c) 18 ਸੈ.ਮੀ. (d) 24 ਸੈ.ਮੀ.



● ਸਿੱਖਣ ਦੇ ਪਰਿਣਾਮ ●

ਇਸ ਅਧਿਆਇ ਦੀ ਪੂਰਨਤਾ ਦੇ ਬਾਅਦ, ਵਿਦਿਆਰਥੀ ;

- ਪਰਿਮਾਪ ਦੇ ਸੰਕਲਪ ਨੂੰ ਜਾਨਣ ਦੇ ਯੋਗ ਹਨ ।
- ਆਪਣੇ ਆਲੇ-ਦੁਆਲੇ ਵਿੱਚ ਮੌਜੂਦ ਆਕ੍ਰਿਤੀਆਂ ਦੇ ਪਰਿਮਾਪ ਨੂੰ ਪਤਾ ਕਰਨ ਅਤੇ ਇਸਦੀ ਵਿਹਾਰਕ ਜੀਵਨ 'ਚ ਵਰਤੋਂ ਦੇ ਯੋਗ ਹਨ ।
- ਖੇਤਰਫਲ ਦੇ ਸੰਕਲਪ ਨੂੰ ਜਾਨਣ ਦੇ ਯੋਗ ਹਨ ।
- ਖੇਤਰਫਲ ਦੇ ਸੰਕਲਪ ਨੂੰ ਰੋਜ਼ਾਨਾ ਜੀਵਨ 'ਚ ਵਰਤੋਂ ਕਰਨ ਦੇ ਯੋਗ ਹਨ ।



ਅਭਿਆਸ 11.1

1. (i) 36 ਸੈ.ਮੀ. (ii) 28 ਮੀ. (iii) 54 ਸੈ.ਮੀ. (iv) 33 ਸੈ.ਮੀ. (v) 44 ਮੀ. (vi) 24 ਸੈ.ਮੀ.
2. (i) 18 ਸੈ.ਮੀ. (ii) 40 ਮੀ. (iii) 13.6 ਸੈ.ਮੀ. 3. 48 ਸੈ.ਮੀ.
4. (i) 64 ਸੈ.ਮੀ. (ii) 19.2 ਮਿ.ਮੀ. (iii) 500 ਸੈ.ਮੀ. (iv) 180 ਮੀ. (v) 156 ਸੈ.ਮੀ.
5. (i) 70 ਮੀ. (ii) 120 ਮੀ. (iii) 136 ਸੈ.ਮੀ. (iv) 50.2 ਸੈ.ਮੀ. (v) 55 ਸੈ.ਮੀ.
6. (i) 30 ਸੈ.ਮੀ. (ii) 72 ਸੈ.ਮੀ. (iii) 43.2 ਸੈ.ਮੀ.
7. (i) 30 ਸੈ.ਮੀ. (ii) 24 ਮੀ. (iii) 72 ਮੀ. (iv) 16.8 ਮੀ. (v) 36.3 ਸੈ.ਮੀ.
8. 19 ਸੈ.ਮੀ. 9. (i) 15 ਸੈ.ਮੀ. (ii) 23 ਮਿ.ਮੀ. (iii) 39 ਸੈ.ਮੀ.
10. (i) 13 ਸੈ.ਮੀ. (ii) 15 ਸੈ.ਮੀ. (iii) 28 ਸੈ.ਮੀ. 11. (i) 50 ਮੀ. (ii) 25 ਮੀ. (iii) 25 ਸੈ.ਮੀ.
12. 106 ਮੀ. 13. ₹ 312 14. ਕੁੱਝ ਘੱਟ ਦੂਰੀ ਤੈਅ ਕਰਦਾ ਹੈ। 15. ₹ 4680
16. $2(a + 5)$ 17. (i) ਪਰਿਮਾਪ (ii) 4 (iii) ਲੰਬਾਈ, ਚੌੜਾਈ (iv) ਪਰਿਮਾਪ (v) 3

ਅਭਿਆਸ 11.2

1. (i) 7 ਇਕਾਈਆਂ (ii) 6 ਇਕਾਈਆਂ (iii) 11 ਇਕਾਈਆਂ (iv) 12 ਇਕਾਈਆਂ (v) 13 ਇਕਾਈਆਂ
2. (i) 192 ਵਰਗ ਸੈ.ਮੀ. (ii) 450 ਵਰਗ ਮੀ. (iii) 12150 ਵਰਗ ਸੈ.ਮੀ.
(iv) 6.3 ਵਰਗ ਸੈ.ਮੀ. (v) 15.2 ਵਰਗ ਸੈ.ਮੀ.
3. (i) 361 ਵਰਗ ਸੈ.ਮੀ. (ii) 576 ਵਰਗ ਮਿ.ਮੀ. (iii) 12.25 ਵਰਗ ਸੈ.ਮੀ.
(iv) 6.76 ਵਰਗ ਸੈ.ਮੀ. (v) 67.24 ਵਰਗ ਸੈ.ਮੀ.
4. 18 ਸੈ.ਮੀ. 5. 25 ਮੀ. 6. ₹ 2304 7. 90 ਸੈ.ਮੀ.
8. 625 ਵਰਗ ਮੀ. 9. 74 ਸੈ.ਮੀ. 10. 800 11. ₹ 28125
12. 24
13. (i) 9 ਗੁਣਾ (ii) ਕੋਈ ਪ੍ਰਭਾਵ ਨਹੀਂ (iii) ਇੱਕ ਚੌਥਾਈ
14. (i) 32 ਵਰਗ ਸੈ.ਮੀ. (ii) 36 ਵਰਗ ਸੈ.ਮੀ. (iii) 78 ਵਰਗ ਸੈ.ਮੀ. (iv) 69 ਵਰਗ ਇਕਾਈਆਂ
15. (i) 10000 (ii) 100 (iii) ਲੰਬਾਈ, ਚੌੜਾਈ (iv) ਖੇਤਰਫਲ (v) ਭੁਜਾ, ਭੁਜਾ

ਬਹੁ-ਵਿਕਲਪੀ ਪ੍ਰਸ਼ਨ

- (1) a (2) b (3) d (4) b (5) c (6) d (7) a (8) b (9) a (10) a
(11) d (12) b (13) b (14) c (15) b (16) d (17) a (18) b (19) c (20) b





ਅੰਕੜਿਆਂ ਦਾ ਪ੍ਰਬੰਧਨ

(DATA HANDLING)



ਉਦੇਸ਼

ਇਸ ਅਧਿਆਇ ਵਿੱਚ, ਤੁਸੀਂ ਸਿੱਖੋਗੇ

- ਅੰਕੜਿਆਂ ਨੂੰ ਇਕੱਠਾ ਕਰਨਾ ਅਤੇ ਸੰਗਠਿਤ ਕਰਨਾ।

12.1 ਜਾਣ-ਪਛਾਣ (Introduction)

ਸਾਡੀ ਰੋਜ਼ਾਨਾ ਜ਼ਿੰਦਗੀ ਵਿੱਚ ਅਸੀਂ ਅਜਿਹੀਆਂ ਸਥਿਤੀਆਂ ਦੇਖਦੇ ਹਾਂ ਜਿੱਥੇ ਅੰਕੜਿਆਂ ਦੇ ਆਧਾਰ 'ਤੇ ਫੈਸਲਾ ਲੈਣਾ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਸਾਡਾ ਫੈਸਲਾ ਉਹਨਾਂ ਇਕੱਠੇ ਕੀਤੇ ਗਏ ਤੱਥਾਂ ਦੇ ਇਕੱਠ, ਸੰਗਠਨ, ਵਿਸ਼ਲੇਸ਼ਣ ਅਤੇ ਵਿਆਖਿਆ 'ਤੇ ਆਧਾਰਿਤ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

ਤੁਸੀਂ ਆਪਣੇ ਅਧਿਆਪਕ ਨੂੰ ਹਰ ਰੋਜ਼ ਤੁਹਾਡੀ ਜਮਾਤ ਦੇ ਵਿਦਿਆਰਥੀਆਂ ਦੀ ਹਾਜ਼ਰੀ ਦਾ ਰਿਕਾਰਡ ਰੱਖਦੇ ਹੋਏ ਜਾਂ ਹਰੇਕ ਟੈਸਟ ਜਾਂ ਪ੍ਰੀਖਿਆ ਤੋਂ ਬਾਅਦ ਨੰਬਰਾਂ ਦਾ ਰਿਕਾਰਡ ਰੱਖਦੇ ਹੋਏ ਵੇਖਿਆ ਹੈ।

12.2 ਅੰਕੜਿਆਂ ਨੂੰ ਇਕੱਠਾ ਕਰਨਾ (Collection of Data)

ਕਿਸੇ ਵੀ ਜਾਂਚ ਪੜਤਾਲ ਦਾ ਪਹਿਲਾ ਕਦਮ ਅੰਕੜਿਆਂ ਨੂੰ ਇਕੱਠਾ ਕਰਨਾ ਹੈ। ਇਹ ਸੰਖਿਆਵਾਂ, ਚਿੱਤਰਾਂ, ਤੱਥਾਂ ਜਾਂ ਚਿੰਨ੍ਹਾਂ ਦਾ ਇਕੱਠ ਹੋ ਸਕਦਾ ਹੈ। ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਜਿਹੜੇ ਤੱਥਾਂ ਨੂੰ ਇਕੱਠਾ ਕੀਤਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ, ਉਸਨੂੰ ਅੰਕੜਾ ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਜੋ ਇੱਕ ਅਰਥਪੂਰਨ ਸੂਚਨਾ ਦਿੰਦਾ ਹੈ। ਅੰਕੜੇ ਦੋ ਪ੍ਰਕਾਰ ਦੇ ਹੁੰਦੇ ਹਨ।

ਮੁੱਢਲੇ ਅੰਕੜੇ : ਜੋ ਅੰਕੜੇ ਸਿੱਧੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਸ੍ਰੋਤ ਤੋਂ ਇਕੱਠੇ ਕੀਤੇ ਜਾਂਦੇ ਹਨ, ਉਹਨਾਂ ਨੂੰ ਮੁੱਢਲੇ ਅੰਕੜੇ ਕਹਿੰਦੇ ਹਨ। ਉਦਾਹਰਨ ਦੇ ਤੌਰ 'ਤੇ, ਤੁਹਾਡੇ ਅਧਿਆਪਕ ਦੁਆਰਾ ਲਈ ਤੁਹਾਡੀ ਹਾਜ਼ਰੀ।

ਗੌਣੇ ਅੰਕੜੇ : ਜਦੋਂ ਅੰਕੜੇ ਕਿਸੇ ਬਾਹਰਲੇ ਸਾਧਨ ਦੁਆਰਾ ਇਕੱਠੇ ਕੀਤੇ ਜਾਂਦੇ ਹਨ। ਜਿਵੇਂ ਅਖਬਾਰਾਂ, ਮੈਗਜ਼ੀਨਾਂ, ਇੰਟਰਨੈੱਟ ਆਦਿ ਤੋਂ ਇਕੱਠਾ ਕੀਤੇ ਅੰਕੜੇ।

ਆਓ ਇੱਕ ਉਦਾਹਰਨ ਵੇਖੀਏ।

ਇੱਕ ਅਧਿਆਪਕ 6ਵੀਂ ਜਮਾਤ ਦੇ 25 ਵਿਦਿਆਰਥੀਆਂ ਤੋਂ ਉਹਨਾਂ ਦੀ ਮਨਪਸੰਦ ਮਿਠਿਆਈ ਦੇ ਅੰਕੜੇ ਇਕੱਠੇ ਕਰਦਾ ਹੈ, ਜੋ ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੇ ਹਨ:

ਲੱਡੂ, ਬਰਫੀ, ਲੱਡੂ, ਜਲੇਬੀ, ਰਸਗੁੱਲਾ, ਲੱਡੂ, ਜਲੇਬੀ, ਜਲੇਬੀ, ਲੱਡੂ, ਬਰਫੀ, ਰਸਗੁੱਲਾ, ਰਸਗੁੱਲਾ, ਬਰਫੀ, ਜਲੇਬੀ, ਲੱਡੂ, ਲੱਡੂ, ਬਰਫੀ, ਬਰਫੀ, ਜਲੇਬੀ, ਰਸਗੁੱਲਾ, ਰਸਗੁੱਲਾ, ਬਰਫੀ, ਲੱਡੂ, ਜਲੇਬੀ, ਜਲੇਬੀ।

ਅਧਿਆਪਕ ਮਠਿਆਈ ਦੀ ਪਸੰਦ ਦੇ ਅਨੁਸਾਰ ਵਿਦਿਆਰਥੀਆਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ ਜਾਣਨਾ ਚਾਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਉਹ ਇੱਕ-ਇੱਕ ਕਰਕੇ ਗਿਣਨਾ ਸ਼ੁਰੂ ਕਰਦਾ ਹੈ। ਇਹ ਪ੍ਰਕਿਰਿਆ ਬਹੁਤ ਸਮਾਂ ਖਰਚ ਕਰਨ ਵਾਲੀ ਹੈ ਅਤੇ ਉਸ ਨੂੰ ਹਰ ਮਠਿਆਈ ਲਈ ਇਸ ਨੂੰ ਵਾਰੀ-ਵਾਰੀ ਦੁਹਰਾਉਣਾ ਪੈਂਦਾ ਹੈ। ਜੇ 100 ਵਿਦਿਆਰਥੀ ਹੋਣ ਤਾਂ ਇਹ ਮੁਸ਼ਕਿਲ ਹੋ ਜਾਂਦੀ ਹੈ। ਇਸ ਪ੍ਰਕਿਰਿਆ ਨੂੰ ਸੌਖਾ ਬਣਾਉਣ ਲਈ ਅਸੀਂ ਅੰਕੜਿਆਂ ਨੂੰ ਅਲੱਗ-ਅਲੱਗ ਤਰੀਕਿਆਂ ਵਿੱਚ ਸੰਗਠਿਤ ਕਰਦੇ ਹਾਂ।

12.3 ਅੰਕੜਿਆਂ ਦਾ ਸੰਗਠਨ (Organisation of Data)

ਅੰਕੜਿਆਂ ਦਾ ਸੰਗਠਨ, ਅੰਕੜਿਆਂ ਵਿੱਚੋਂ ਸਾਰਥਕ ਨਤੀਜੇ ਕੱਢਣ ਵਿੱਚ ਬਹੁਤ ਸਹਾਈ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਉਪਰੋਕਤ ਅੰਕੜਿਆਂ ਨੂੰ ਅਰਥ ਪੂਰਨ ਬਣਾਉਣ ਲਈ ਸਾਨੂੰ ਇਸਨੂੰ ਸਾਰਨੀ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਸੰਗਠਿਤ ਕਰਨਾ ਪੈਂਦਾ ਹੈ।

ਜਦੋਂ ਪ੍ਰੇਖਣਾਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ ਜਿਆਦਾ ਹੁੰਦੀ ਹੈ ਤਾਂ ਗਲਤੀਆਂ ਘੱਟ ਕਰਨ ਲਈ, ਅਤੇ ਅੰਕੜਿਆਂ ਨੂੰ ਸੁਖਾਲੇ ਢੰਗ ਨਾਲ ਸਾਰਣੀ ਬੱਧ ਕਰਨ ਲਈ ਅਸੀਂ ਮਿਲਾਣ ਚਿੰਨ੍ਹਾਂ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਦੇ ਹਾਂ।

ਮਿਲਾਣ ਚਿੰਨ੍ਹ ਹੇਠਾਂ 5 ਦੇ ਸਮੂਹ ਵਿੱਚ ਇਕੱਠੇ ਕੀਤੇ ਜਾਂਦੇ ਹਨ। ਪੰਜਵੇਂ ਮਿਲਾਣ ਚਿੰਨ੍ਹ ਨੂੰ ਪਹਿਲੇ ਚਾਰ ਦੇ ਸਮੂਹ ਵਿੱਚ ਵਿਕਰਨ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਦਰਸਾਇਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। (ਜਿਵੇਂ 1 = I, 2 = II, 3 = III, 4 = IIII, 5 = I\N, 6 = I\N I)

ਮਠਿਆਈ	ਮਿਲਾਣ ਚਿੰਨ੍ਹ	ਵਿਦਿਆਰਥੀਆਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ
ਲੱਡੂ	I\N II	7
ਬਰਫੀ	I\N I	6
ਜਲੇਬੀ	I\N II	7
ਰਸਗੁੱਲਾ	I\N	5

ਇਹ ਅੰਕੜਿਆਂ ਨੂੰ ਸਮਝਣ ਅਤੇ ਵਿਸ਼ਲੇਸ਼ਣ ਕਰਨ ਲਈ ਬਹੁਤ ਵਧੀਆ ਤਰੀਕਾ ਹੈ।
ਆਉ ਕੁੱਝ ਉਦਾਹਰਨਾਂ ਕਰੀਏ।

ਉਦਾਹਰਨ 1: ਇੱਕ ਗਣਿਤ ਟੈਸਟ ਵਿੱਚ, 40 ਵਿਦਿਆਰਥੀਆਂ ਦੁਆਰਾ ਪ੍ਰਾਪਤ ਨੰਬਰ ਹੇਠਾਂ ਅਨੁਸਾਰ ਹਨ। ਇਹਨਾਂ ਨੰਬਰਾਂ ਨੂੰ ਮਿਲਾਣ ਚਿੰਨ੍ਹਾਂ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਨਾਲ ਸਾਰਨੀ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਦਰਸਾਓ।

8 1 3 7 6 5 5 4 4 2
4 9 5 3 7 1 6 5 2 7
7 3 8 4 2 8 9 5 8 6
7 4 5 6 9 6 4 4 6 6

- ਕਿੰਨੇ ਵਿਦਿਆਰਥੀਆਂ ਦੇ ਨੰਬਰ 7 ਜਾਂ 7 ਤੋਂ ਵੱਧ ਹਨ?
- ਕਿੰਨੇ ਵਿਦਿਆਰਥੀਆਂ ਦੇ ਨੰਬਰ 4 ਤੋਂ ਘੱਟ ਹਨ?

ਹੱਲ :

ਨੰਬਰ	ਮਿਲਾਣ ਚਿੰਨ੍ਹ	ਵਿਦਿਆਰਥੀਆਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ
1	II	2
2	III	3
3	III	3
4	I\N II	7
5	I\N I	6
6	I\N II	7
7	I\N	5
8	IIII	4
9	III	3

- (i) 7 ਜਾਂ 7 ਤੋਂ ਵੱਧ ਅੰਕ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰਨ ਵਾਲੇ ਵਿਦਿਆਰਥੀਆਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ = $5 + 4 + 3 = 12$
(ii) 4 ਤੋਂ ਘੱਟ ਅੰਕ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰਨ ਵਾਲੇ ਵਿਦਿਆਰਥੀਆਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ = $2 + 3 + 3 = 8$

ਅਭਿਆਸ 12.1

1. 6ਵੀਂ ਜਮਾਤ ਦੇ ਵਿਦਿਆਰਥੀਆਂ ਦੇ ਕੱਦ (ਸਮ ਵਿੱਚ) ਦੀ ਸੂਚਨਾ ਇਸ ਪ੍ਰਕਾਰ ਹੈ—
116, 117, 125, 116, 118, 120, 125, 121, 124, 117, 116, 115, 119, 121, 124, 117, 116,
119, 123, 120, 116, 121, 119, 116, 118, 125, 116, 119, 123, 122, 121, 120
ਇਹਨਾਂ ਅੰਕੜਿਆਂ ਨੂੰ ਮਿਲਾਣ ਚਿੰਨ੍ਹਾਂ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਕੇ ਸਾਰਣੀ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਦਰਸਾਓ।
2. 25 ਵਿਦਿਆਰਥੀਆਂ ਦਾ ਭਾਰ (ਕਿ.ਗ੍ਰਾ ਵਿੱਚ) ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤਾ ਹੈ :
25, 34, 32, 28, 25, 28, 34, 32, 32, 34, 32, 25, 28, 34, 34, 28, 28, 25, 32, 33, 32, 34,
33, 32, 25
ਮਿਲਾਣ ਚਿੰਨ੍ਹ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਦੇ ਹੋਏ ਅੰਕੜਿਆਂ ਨੂੰ ਸਾਰਣੀ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਦਰਸਾਓ।
3. ਏਕਤਾ ਨੂੰ ਆਪਣੀ 6ਵੀਂ ਕਲਾਸ ਦੇ ਵਿਦਿਆਰਥੀਆਂ ਦੇ ਬੂਟਾਂ ਦੇ ਮਾਪ ਦੇ ਅੰਕੜੇ ਇਕੱਠੇ ਕਰਨ ਲਈ ਕਿਹਾ ਗਿਆ। ਉਸਦੀ ਸੂਚਨਾ ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੇ ਅਨੁਸਾਰ ਹੈ:

5	4	7	5	6	7	6	5	6	6	5
4	5	6	8	7	4	6	5	6	4	6
5	7	6	7	5	7	6	4	8	7	

ਮਿਲਾਣ ਚਿੰਨ੍ਹ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਦੇ ਹੋਏ ਅੰਕੜਿਆਂ ਨੂੰ ਸਾਰਣੀ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਦਰਸਾਓ।

4. ਸ਼ਵੇਤਾ ਇੱਕ ਪਾਸੇ ਨੂੰ 40 ਵਾਰੀ ਸੁੱਟਦੀ ਹੈ ਅਤੇ ਹਰ ਵਾਰ ਪਾਸੇ ਦੀ ਉੱਪਰੀ ਸਤ੍ਹਾ 'ਤੇ ਆਈ ਸੰਖਿਆ ਨੂੰ ਹੇਠਾਂ ਦਰਸਾਏ ਅਨੁਸਾਰ ਨੋਟ ਕਰਦੀ ਹੈ :

1	3	5	6	6	3	5	4	1	6
2	5	3	4	6	1	5	5	6	1
1	2	2	3	5	2	4	5	5	6
5	1	6	2	3	5	2	4	1	5

ਇੱਕ ਸਾਰਣੀ ਬਣਾਓ ਅਤੇ ਮਿਲਾਣ ਚਿੰਨ੍ਹਾਂ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਕੇ ਅੰਕੜਿਆਂ ਨੂੰ ਭਰੋ ਉਹ ਸੰਖਿਆ ਪਤਾ ਕਰੋ:

- (i) ਜੋ ਸਭ ਤੋਂ ਘੱਟ ਵਾਰ ਆਈ ਹੈ।
- (ii) ਜੋ ਸਭ ਤੋਂ ਵੱਧ ਵਾਰ ਆਈ ਹੈ।

5. 6ਵੀਂ ਜਮਾਤ ਦੇ ਵਿਦਿਆਰਥੀਆਂ ਦੇ ਗਣਿਤ ਟੈਸਟ ਦੇ 10 ਅੰਕਾਂ ਵਿੱਚ ਪ੍ਰਾਪਤ ਅੰਕਾਂ ਦਾ ਵੇਰਵਾ ਇਸ ਪ੍ਰਕਾਰ ਹੈ:

3	7	6	2	5	9	10	8	7	1
8	4	3	5	6	7	8	7	6	5
3	6	9	8	7	5	9	6	7	8

- (i) ਅੰਕੜਿਆਂ ਨੂੰ ਮਿਲਾਣ ਚਿੰਨ੍ਹ ਨਾਲ ਸੰਗਠਿਤ ਕਰੋ।
- (ii) ਕਿੰਨੇ ਵਿਦਿਆਰਥੀਆਂ ਦੇ 6 ਜਾਂ 6 ਤੋਂ ਘੱਟ ਅੰਕ ਹਨ?
- (iii) ਕਿੰਨੇ ਵਿਦਿਆਰਥੀਆਂ ਦੇ 7 ਤੋਂ ਵੱਧ ਅੰਕ ਹਨ?



● ਬਹੁ-ਵਿਕਲਪੀ ਪ੍ਰਸ਼ਨ ●

- ੨੨ II ਦਾ ਮੁੱਲ ਦੱਸੋ।
(a) 6 (b) 7 (c) 5 (d) 8
- 14 ਨੂੰ ਮਿਲਾਣ ਚਿੰਨ੍ਹ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਲਿਖੋ।
(a) ੨੨ IIII (b) ੨੨ ੨੨ IIII
(c) ੨੨ IIII (d) IIII IIII IIII II
- ਅੰਕੜਿਆਂ ਨੂੰ ਇਕਸਾਰ ਲੇਟਵੇਂ ਜਾਂ ਖੜ੍ਹੇ ਛੜਾਂ ਰਾਹੀਂ, ਜਿਹਨਾਂ ਵਿੱਚ ਬਰਾਬਰ ਦੂਰੀ ਹੋਵੇ,..... ਰਾਹੀਂ ਦਰਸਾਇਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।
(a) ਆਇਤ ਚਿੱਤਰ (b) ਛੜ ਗ੍ਰਾਫ਼
(c) ਚਿੱਤਰ ਆਲੇਖ (d) ਮਿਲਾਣ ਚਿੰਨ੍ਹ
- ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੇ ਇਕੱਠ ਵਿੱਚੋਂ ਸੂਚਨਾ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰਨ ਨੂੰ ਕਹਿੰਦੇ ਹਨ।
(a) ਬਾਰੰਬਾਰਤਾ (b) ਡਾਟਾ
(c) ਮਿਲਾਣ ਚਿੰਨ੍ਹ (d) ਕੋਈ ਨਹੀਂ



● ਸਿੱਖਣ ਦੇ ਪਰਿਣਾਮ ●

ਇਸ ਅਧਿਆਇ ਦੀ ਪੂਰਨਤਾ ਦੇ ਬਾਅਦ ਵਿਦਿਆਰਥੀ :

- ਅਲੱਗ-ਅਲੱਗ ਤਰ੍ਹਾਂ ਦੇ ਅੰਕੜਿਆਂ ਨੂੰ ਇਕੱਠਾ ਅਤੇ ਕ੍ਰਮਬੱਧ ਕਰਨ ਦੇ ਯੋਗ ਹਨ।



● ਉੱਤਰਮਾਲਾ ●

ਅਭਿਆਸ 12.1

1. ਉਚਾਈ (ਸੈ.ਮੀ ਵਿੱਚ)	ਮਿਲਾਣ ਚਿੰਨ੍ਹ	ਬਾਰੰਬਾਰਤਾ
115	I	1
116	੨੨ II	7
117	III	3
118	II	2
119	IIII	4
120	III	3
121	IIII	4
122	I	1
123	II	2
124	II	2
125	III	3

2.

ਭਾਗ (ਕਿ.ਗ੍ਰਾ)	ਮਿਲਾਣ ਚਿੰਨ੍ਹ	ਬਾਰੰਬਾਰਤਾ
25	㊦	5
28	㊦	5
32	㊦ ॥	7
33	॥	2
34	㊦ ।	6

3.

ਬੂਟਾਂ ਦਾ ਮਾਪ	ਮਿਲਾਣ ਚਿੰਨ੍ਹ	ਬਾਰੰਬਾਰਤਾ
4	㊦	5
5	㊦ ।	8
6	㊦ ㊦	10
7	㊦ ॥	7
8	॥	2

4.

ਪਾਸਿਆਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ	ਮਿਲਾਣ ਚਿੰਨ੍ਹ	ਬਾਰੰਬਾਰਤਾ
1	㊦ ॥	7
2	㊦ ।	6
3	㊦	5
4		4
5	㊦ ㊦ ।	11
6	㊦ ॥	7

(i) 4 (ii) 5

5. (i)

ਅੰਕ	ਮਿਲਾਣ ਚਿੰਨ੍ਹ	ਬਾਰੰਬਾਰਤਾ
1	I	1
2	I	1
3	III	3
4	I	1
5		4
6	㊦	5
7	㊦ ।	6
8	㊦	5
9	III	3
10	I	1

(ii) 15 (iii) 9

ਬਹੁ-ਵਿਕਲਪੀ ਪ੍ਰਸ਼ਨ

1. (b)

2. (b)

3. (b)

4. (b)

